

חלק 4: - בעיות קיצון	פולינום, אחד חלקי איקס, שורש
<b>מעודכן בשנת 2018</b>	

74	פרק 1: - משוואות ומספרים:
76	פרק 2: - סורגים ורשתות
78	פרק 3: - אורך קטע מקביל לציר ה- $y$ . $d_{AB} = y_A - y_B$
80	פרק 4: ריבוע המרחק (משפט פיתגורס)
83	פרק 5: פונקציות עם שטח והיקף
87	פרק 6: צורות הנדסיות

**כתב וערך: יוסי דהן**

### פרק 1: - משוואות ומספרים:

#### שאלה מספר 1: מועד ב' קיץ תש"ע 2010

- מבין כל שני מספרים  $x$  ו- $y$  (הגדולים מאפס) המקיימים  $x + y = 24$
- (א) מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהיה מקסימלית?
- (ב) מהי המכפלה המקסימלית (של אחד המספרים בריבוע של האחר)?

תשובה סופית:

(א) מספר אחד: 8 מספר שני: 16 (ב)  $p = 2,048 \max$

#### שאלה מספר 2: מועד ב' קיץ תשס"ט 2009

- מבין כל שני מספרים  $x$  ו- $y$  (הגדולים מאפס) המקיימים  $x + y = 10$
- (א) מצא מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי.
- (ב) מצא את סכום הריבועים המינימלי של שני המספרים.

תשובה סופית:

(א) מספר אחד: 5 מספר שני 5 (ב)  $p = 50 \min$

#### שאלה מספר 3: מועד ב' קיץ תשס"ח 2008

- מבין כל שני מספרים  $x$  ו- $y$  המקיימים  $2x + y = 50$
- (א) מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי
- (ב) מהו סכום ריבועיהם מינימלי.

תשובה סופית:

(א)  $x = 20$   $y = 10$  (ב)  $p = 500 \min$

#### שאלה מספר 4: מועד נובמבר תשס"ח 2008

- מבין כל המספרים  $x$  ו- $y$  המקיימים  $2x + y = 20$ ,
- (א) מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם הוא מינימלי.
- (ב) מהו סכום ריבועיהם מינימלי.

תשובה סופית:

(א)  $x = 8$   $y = 4$  (ב)  $p = 80 \cup \min$

**שאלה מספר 5:** מועד גנוז קיץ תשע"א 2011.(א) מבין כל המספרים החיוביים  $x$  ו- $y$  המקיימים  $x \cdot y = 75$ מצא את שני המספרים שעבורם הסכום  $3x + y$  הוא מינימלי.

(ב) מצא את הערך המינימלי של סכום זה.

**תשובה סופית:**(א)  $x = 5$   $y = 15$  (ב)  $p = 30$  min**שאלה מספר 6:** מועד חורף תשע"ג 2013.(א) מבין כל זוגות המספרים החיוביים  $x$  ו- $z$  המקיימים  $x \cdot z = 48$ ,מצא את זוג המספרים שעבורם הסכום  $x + 3z$  הוא מינימלי.

(ב) מהו הסכום המינימלי?

**תשובה סופית:**(א)  $x = 12$   $z = 4$  (ב)  $p = 24$  min**שאלה מספר 7:** מועד א' קיץ תשע"ג 2013.מבין כל המספרים החיוביים  $x$  ו- $y$  המקיימים  $x^2 \cdot y = 4$ ,מצא את שני המספרים שעבורם הסכום  $x + y$  הוא מינימלי.**תשובה סופית:** $x = 2$   $y = 1$ **שאלה מספר 8:**

הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 72.

המספר השני גדול פי 2 מהמספר הראשון.

(א) סמן ב- $x$  את המספר הראשון, והבע באמצעותו את המספר השלישי.(ב) מצא את הערך של  $x$  שעבורו מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

(ג) מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

**תשובה סופית:**(א)  $72 - 3x$  (ב)  $x = 16$  (ג) 16, 32, 24**שאלה מספר 9:** מועד קיץ תשע"ב 2012.

הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 18.

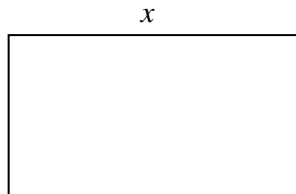
המספר השני גדול פי 2 מהמספר הראשון.

(א) סמן ב- $x$  את המספר הראשון, והבע באמצעותו את המספר השלישי.(ב) מצא את הערך של  $x$  שעבורו מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

(ג) מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

**תשובה סופית:**(א)  $18 - 3x$  (ב)  $x = 4$  (ג) 4, 8, 6

**פרק 2: -סורגים ורשתות**



**שאלה מספר 10:** מועד נובמבר תשע"ג 2013.

בציור מתואר מלבן ששטחו 64 סמ"ר.

נסמן ב-  $x$  את האורך של אחת מצלעות המלבן.

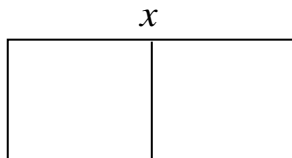
(א) הבע באמצעות  $x$  את האורך של הצלע הסמוכה לה.

(ב) מהו ההיקף המינימלי של המלבן ?

**תשובה סופית:**

(א)  $y = \frac{64}{x}$  (ב)  $p = 32 \min$

**שאלה מספר 11:**



מוט ברזל שאורכו 18 מטר בונים מתקן המורכב משני מוטות

מאוזנים ושלושה מוטות מאונכים.

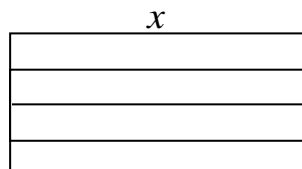
מצא מה צריך להיות מידות הסורג

(אורך ורוחב) כדי ששטחו של המתקן יהיה מקסימלי ?

**תשובה סופית:**

3 מטר. 4.5 מטר

**שאלה מספר 12:**



מוט ברזל שאורכו 200 ס"מ בונים סורג מלבני המורכב משני מוטות

מאונכים וחמישה מוטות מאוזנים.

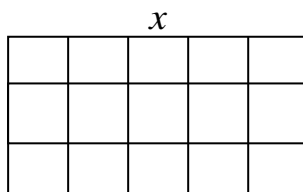
מצא מה צריך להיות מידות הסורג

(אורך ורוחב) כדי ששטחו של הסורג יהיה מקסימלי ?

**תשובה סופית:**

20 ס"מ, 50 ס"מ.

**שאלה מספר 13:**



מחוט ברזל שאורכו 48 ס"מ בונים רשת המורכבת מ- 6 מוטות אנכיים

ו- 4 מוטות מאוזנים (ראה ציור)

מה צריכים להיות מידות המלבן

(אורך ורוחב) כדי ששיטחו של המלבן יהיה מקסימלי ?

**תשובה סופית:**

4 ס"מ, 6 ס"מ

**שאלה מספר 14.**

שלדה של מיטת נוער עשוי מוטות עץ.

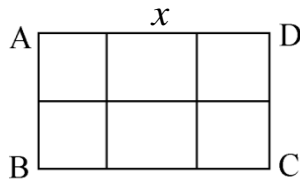
למסגרת החיצונית של השלד צורת מלבן ABCD, ששטחו 3 מ"ר. השלד מורכב מ- 4 מוטות באורך AB ושלושה מוטות באורך BC (ראה ציור).

מה צריכים להיות ממדי המלבן ABCD,

כדי שסכום אורכי מוטות העץ שמהם עשוי השלד יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

2 מטר, 1.5 מטר

**שאלה מספר 15:** מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ברק 2012 תשע"ב

בית מלאכה מייצר סורגים ממוטות ברזל הסורג מורכב מ- 5 מוטות

מאונכים שאורכם זהה, ומ- 3 מוטות אופקיים שאורכם זהה (ראה ציור) למסגרת החיצונית של הסורג יש צורת מלבן ABCD, ששטחו 15 מ"ר.

(א) סמן ב  $x = AB$  **הבע** באמצעות  $x$  את:

(1) אורך המוט BC.

(2) סכום האורכים של כל מוטות הברזל הדרושים לייצור הסורג.

המוטות שמהם הרשת עשויה יהיה מינימלי

(ב) מצא מה צריך להיות הערך של  $x$  כדי שסכום האורכים של מוטות הברזל יהיה מינימלי

**תשובה סופית:**

$$(1a) \quad BC = \frac{15}{x} \quad AB = x \quad (2a) \quad p = 3x + \frac{75}{x} \Rightarrow \min \quad (b) \quad x = 5 \Rightarrow \min$$

**שאלה מספר 16:** מועד נובמבר תשע"ב 2012.

בית מלאכה מייצר סורגים ממוטות ברזל.

למסגרת החיצונית של הסורג יש צורת מלבן

ששטחו 32 מ"ר.

הסורג בנוי מ- 4 מוטות אופקיים באורך  $x$  מטר

ו מ- 8 מוטות אנכיים (ראה ציור)

(א). (1) מצא באמצעות  $x$  את האורך של מוט אנכי.

(2) רשום באמצעות  $x$  ביטוי לסיכום של אורכי כל מוטות הברזל שבסורג.

(ב) מה צריכים להיות ממדי המלבן כדי שסכום אורכי מוטות הברזל שמהם עשוי הסורג יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

$$(1a) \quad \frac{32}{x} \quad (2a) \quad p = 4x + \frac{256}{x} \quad (b). \quad 8, 4$$

**שאלה מספר 17:** מועד א קיץ תשע"ד 2014.

בציור שלפניך מוצגת רשת שצורתה מלבן.

הרשת עשויה מ- 3 מוטות ארוכים שהאורך של כל אחד מהם הוא  $x$ .

ו מ- 6 מוטות קצרים שהאורך של כל אחד מהם הוא  $y$ .

נתון:  $x \cdot y = 18$

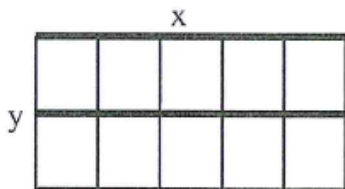
א. (1) הבע את  $y$  כאמצעות  $x$ .

(2) הבע באמצעות  $x$  את סכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם.

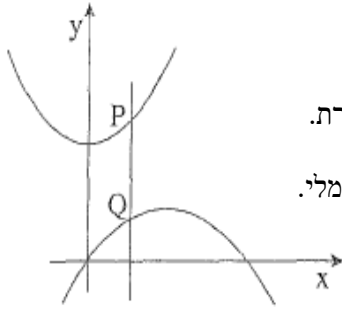
ב. מה צריך להיות  $x$  כדי שסכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם, יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

$$(1a) \quad y = \frac{18}{x} \quad (2a) \quad p = 3x + \frac{108}{x} \quad (b) \quad x = 6$$



**פרק 3: - אורך קטע מקביל לציר ה- $y$ .  $d_{AB} = y_A - y_B$**



**שאלה מספר 18:** מועד נובמבר תשס"ז 2007  
נתונים הגרפים של שתי הפרבולות:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x, \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 7$$

- הנקודה P נמצאת על פרבולה אחת והנקודה Q נמצאת על הפרבולה האחרת.  
הקטע PQ מקביל לציר ה- $y$  (ראה ציור)  
א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P כדי שאורך הקטע PQ יהיה מינימלי.  
ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע PQ.

**תשובה סופית:**

(א)  $P(2,9)$  min (ב)  $PQ = 4$  min

**שאלה מספר 19:** . משימות לקראת מועד קיץ 2014

בציור נתונים הגרפים I ו- II של הפונקציות:

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{היא} \quad g(x) = \frac{1}{4}x + 5 \quad \text{בתחום} \quad x \geq 0$$

א. איזה מבין הגרפים I ו- II הוא גרף של הפונקציה  $f(x)$ , ואיזה מהם הוא של גרף הפונקציה  $g(x)$ ? נמק

- ב. A היא נקודה על גרף I ו- B היא נקודה על גרף II, כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$  (ראה ציור).  
מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודות A ו- B, שעבורן אורך הקטע AB הוא מינימלי.

ג. עבור ה- $x$  שמצאת בסעיף ב, חשב את אורך הקטע AB.

**תשובה סופית:**

(א) גרף I  $g(x)$ , גרף II  $f(x)$ , (ב)  $x = 4$  min (ג)  $d_{AB} = 4$

**שאלה מספר 20:** מועד פברואר תשע"א 2011

הפונקציות  $f(x) = x + 10$  ו-  $g(x) = -\frac{9}{x}$  נחתכות בנקודות A ו- B.

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

(ב) דרך נקודה D. הנמצאת על הקטע AB,

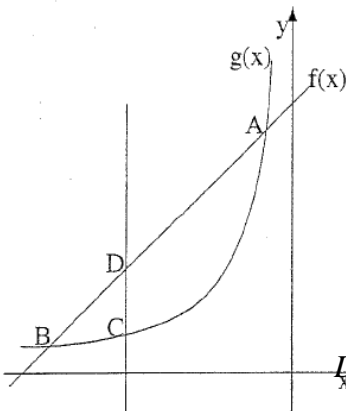
העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$ . הישר חותך את גרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה C (ראה ציור)

מצא את שיעורי הנקודות C ו- D שעבורן המרחק CD הוא מקסימלי.

(ג) מצא את המרחק המקסימלי בין הנקודות C ו- D.

**תשובה סופית:**

(א)  $B(-9,1)$   $A(-1,9)$  (ב)  $C(-3,3)$   $D(-3,7)$  (ג)  $DC = 4$  max



**שאלה מספר 21:** חצב ברק קיץ תשע"ג 2013.

בציור שלפניך נתונים הגרפים I ו-II של שתי הפרבולות:

$$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 5x - 15$$

$$g(x) = x^2 - x - 2$$

(א) מבין הגרפים I ו-II

איזה גרף הוא של הפרבולה  $f(x)$

ואיזה גרף הוא של הפרבולה  $g(x)$  נמק.

(ב) ישר המקביל לציר ה-y חותך את הגרפים

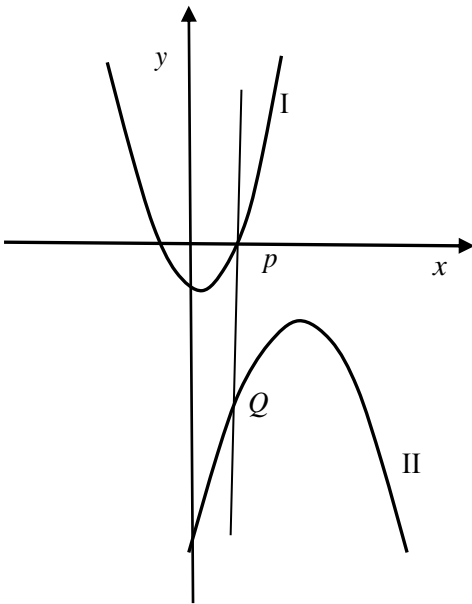
של שתי הפרבולות בנקודות P ו-Q (ראה ציור)

מצא את שיעור ה-x של הנקודות P ו-Q

שעבורו אורך הקטע PQ הוא מינימלי.

**תשובה סופית:**

(א) גרף II  $f(x)$  גרף I  $g(x)$  (ב)  $\min x = 2$

**שאלה מספר 22:** מועד א' קיץ תש"ע 2010

בציור נתונים הגרפים I ו-II של הפונקציות

$$f(x) = \frac{x-2}{4}, \quad g(x) = -\frac{4}{x} \quad \text{בתחום } x \geq 0$$

א. איזה מבין הגרפים I ו-II הוא של הפונקציה  $f(x)$

ואיזה גרף הוא של הפונקציה  $g(x)$  ? נמק.

ב. A היא נקודה על גרף I ו-B היא נקודה על גרף II

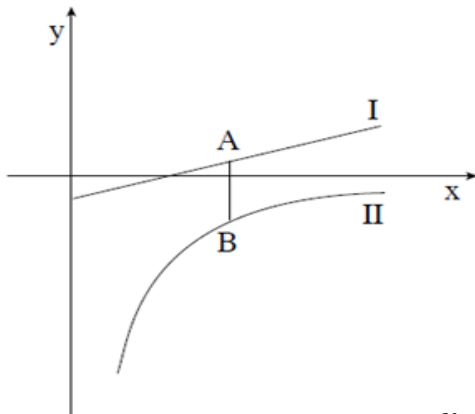
כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y (ראה ציור).

מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B

שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

**תשובה סופית:**

(א) גרף I  $f(x)$  גרף II  $g(x)$  (ב)  $\min x_{AB} = 4$

**שאלה מספר 23:** מועד חצב/ברק תשע"א 2011.

בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה  $f(x) = 2\sqrt{x}$  והישר  $y = 2x$

גרף הפונקציה והישר נחתכים בנקודות O ו-C (O ראשית הצירים).

ישר המקביל לציר ה-y חותך את גרף הפונקציה ואת הישר

(בין הנקודות O ו-C), כך ש-A היא נקודת החיתוך עם  $f(x)$

ו-B היא נקודת החיתוך עם הישר (ראה ציור).

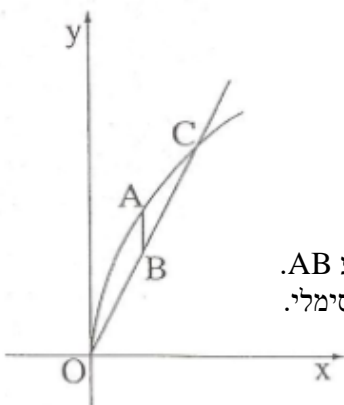
(א) סמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה B. ובטא באמצעותו את אורך הקטע AB.

(ב) מצא את שיעור ה-x של הנקודה B. שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

(2) מהו האורך המקסימלי של הקטע AB.

**תשובה סופית:**

(א)  $p_{AB} = 2\sqrt{x} - 2x$  (ב)  $x_B = 0.25 \Rightarrow \max$  (ג)  $p = 0.5 \Rightarrow \max$

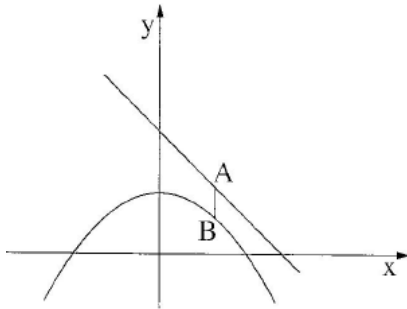


**שאלה מספר 24:** מועד חורף תשע"ו 2016.

נתונה הפונקציה  $f(x) = -0.5x^2 + 1$

ונתון הישר  $f(x) = -x + 2$

הנקודה A נמצאת על הישר, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y. ראה ציור.



- (א) מה צריך להיות שיעור ה-x של A, כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.
- (ב) מצא את האורך המינימלי של הקטע AB.

**תשובה סופית:**

(א)  $\min x = 1$  (ב)  $d_{AB} = 0.5$

**פרק 4: -ריבוע המרחק (משפט פיתגורס)**

**שאלה מספר 25:** מועד חורף תשס"ט 2009

נתון הישר  $y = 3x - 4$  ונתונה הנקודה  $A(0,2)$

M היא נקודה כלשהי על הישר (ראה ציור)

מצא על הישר הנתון את השיעורים של נקודה M

הקרובה ביותר לנקודה  $A(0, 2)$

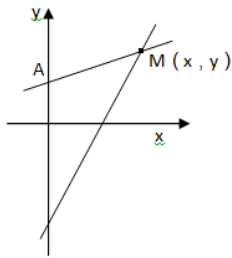
נקודה  $M(x, y)$  נמצאת על הישר הנתון (ראה ציור)

(א) בטא את ריבוע המרחק AM (כלומר  $AM^2$ )

באמצעות שיעור ה-x של הנקודה M.

(ב) מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה M

כדי שריבוע המרחק AM יהיה מינימלי?



**תשובה סופית:**

(א)  $AM^2 = 10x^2 - 36x + 36$  (ב)  $M(1.8, 1.4)$

**שאלה מספר 26:** מועד ב קיץ תשע"ג 2013.

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2\sqrt{x}$  (ראה ציור)

(א) מצא את שיעור ה-x של נקודה M

על גרף הפונקציה שמרחקה  $(d^2)$

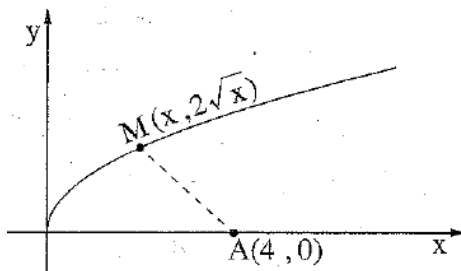
בריבוע מהנקודה  $A(4, 0)$  הוא מינימלי.

(ב) מצא את המרחק המינימלי (d)

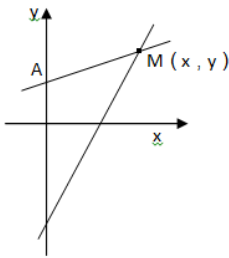
שבין הנקודה M לנקודה A.

**תשובה סופית:**

(א)  $x = 2$  (ב)  $d = \sqrt{12}$



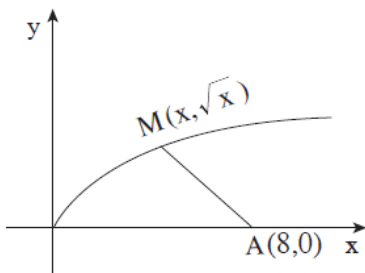


**שאלה מספר 27:** מועד חצב / ברק תשס"ז 2007

- נתון הישר  $y = 3x - 4$  ונתונה הנקודה  $A(0, 1)$   
 נקודה  $M(x, y)$  נמצאת על הישר הנתון (ראה ציור)  
 (א) בטא את ריבוע המרחק  $AM$  (כלומר  $AM^2$ ) באמצעות שיעור ה- $x$  של הנקודה  $M$ .  
 (ב) מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה  $M$  כדי שריבוע המרחק  $AM$  יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

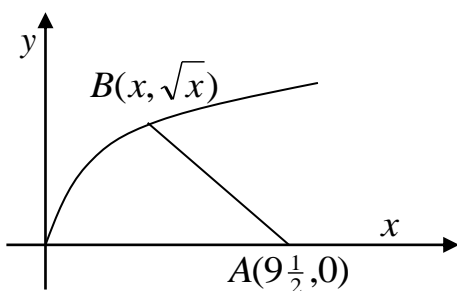
(א)  $AM^2 = 10x^2 - 30x + 25$  (ב)  $M(1.5, 0.5)$

**שאלה מספר 28:** מועד א' קיץ תשס"ז 2007

- נתונה הפונקציה  $y = \sqrt{x}$   
 על ציר ה- $x$  נתונה הנקודה  $A(8, 0)$   
 $M$  היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה (ראה ציור)  
 (א) בטא את ריבוע המרחק  $AM$  (כלומר  $AM^2$ ) באמצעות שיעור ה- $x$  של הנקודה  $M$ .  
 (ב) מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה  $M$  כדי שריבוע המרחק  $AM$  יהיה מינימלי?  
 (ג) חשב את ריבוע המרחק המינימלי של  $MA$  בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית

**תשובה סופית:**

(א)  $p = x^2 - 15x + 64$  (ב)  $M(7.5, 2.73)$  (ג)  $p = 7.75$

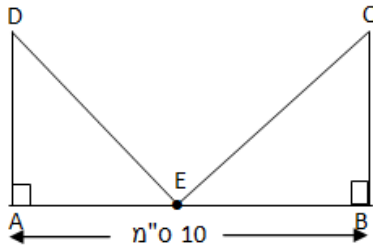
**שאלה מספר 29:** מועד מרץ תשס"ט 2009

- נתון גרף הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x}$   
 על ציר ה- $x$  נתונה הנקודה  $A(9\frac{1}{2}, 0)$   
 $B$  היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה (ראה ציור)  
 (א) מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה  $B$  כדי שריבוע המרחק  $AB$  יהיה מינימלי.  
 (ב) חשב את ריבוע המרחק המינימלי של  $AB$ .

**תשובה סופית:**

(א)  $x_B = 9$  (ב)  $AB^2 = 9.25 \min$

**שאלה מספר 30:** מועד פברואר תש"ע 2010



בציור שלפניך AB הוא קטע שאורכו 10 ס"מ.

נתון  $CB \perp AB$   $DA \perp AB$

E היא נקודה על הקטע AB כך שמתקיים

$EB = CB$   $AE = DA$

נסמן ב- x את אורך הקטע AE.

(א) (1) בטא באמצעות x את האורך של DA ואת האורך של CB.

(2) בטא באמצעות x את  $CE^2$  ואת  $DE^2$ .

(ב) מה צריך להיות הערך של x כדי שהסכום  $DE^2 + CE^2$  יהיה מינימלי?

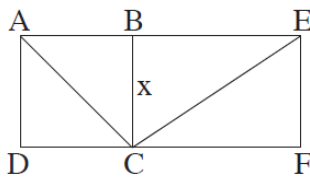
(ג) מצא את הערך המינימלי של הסכום  $DE^2 + CE^2$

**תשובה סופית:**

$DA = x$ ,  $CB = 10 - x$  (1א)  $DE^2 = 2x^2$ ,  $CE^2 = 2x^2 - 40x + 200$  (2א)

$x = 5$  (ב)  $DE^2 + CE^2 = 100$  (ג)

**שאלה מספר 31:** מועד ב קיץ תשע"א 2011 .



הקטע BC (המסומן ב- x) הוא צלע משותפת

של הריבוע ABCD ושל המלבן BEFC (ראה ציור)

נתון כי אורך הקטע AE הוא 10 ס"מ.

(א) (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע BE.

(2) הבע באמצעות x את  $CE^2$  (ריבוע האלכסון המלבן)

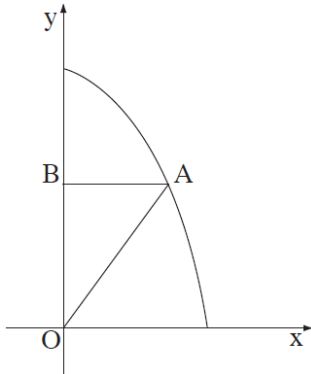
(ב) מצא את אורך הקטע BC שעבורו הסכום  $AC^2 + CE^2$  הוא מינימלי

(ג) מצא את הערך המינימלי של הסכום  $AC^2 + CE^2$

**תשובה סופית**

$BE = 10 - x$  (1א)  $CE^2 = 2x^2 - 20x + 100$  (2א)  $BC = 2.5$  (ב)  $AC^2 + CE^2 = 75$  (ג)

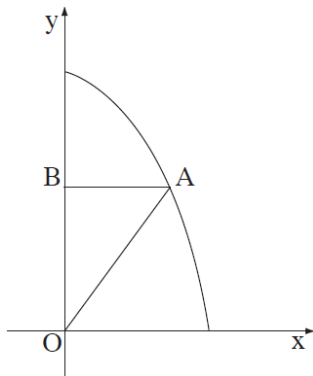
**פרק 5 : - פונקציות עם שטח והיקף**



**שאלה מספר 32:** מועד א קיץ תשע"א 2011  
נתון גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 27$  ברביע הראשון.  
ישר המקביל לציר ה- $x$  חותך את גרף הפונקציה  
בנקודה A שנמצאת ברביע הראשון,  
ואת ציר ה- $y$  בנקודה B.  
מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים O. (ראה ציור)  
**(א)** מה צריך להיות אורך הקטע AB  
כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?  
**(ב)** מהו השטח המקסימלי של משולש AOB?

**תשובה סופית:**

**(א)**  $AB = 3 \max$       **(ב)**  $S = 27 \max$

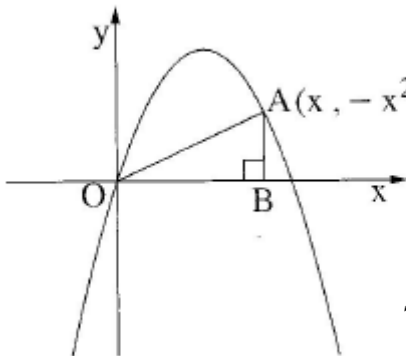


**שאלה מספר 33:** מועד חצב ברק תשס"ח 2008  
נתונה הפרבולה  $y = -x^2 + 12$ .  
ישר המקביל לציר ה- $x$  חותך את הפרבולה  
בנקודות A ואת ציר ה- $y$  בנקודה B. (ראה ציור).  
נסמן את ראשית הצירים ב-O.  
**א.** מה צריך להיות אורך הקטע AB,  
כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?  
**ב.** מהו השטח המקסימלי של משולש AOB?

**תשובה סופית:**

**(א)**  $AB = 2 \max$       **(ב)**  $S = 8 \max$

**שאלה מספר 34:** מועד ב קיץ תשע"ה 2015.

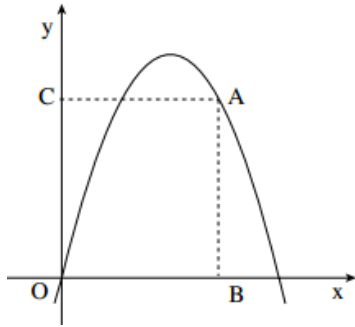


נקודה A נמצאת ברביע הראשון של הפרבולה שמשוואתה  $y = -x^2 + 3x$   
דרך נקודה A העבירו אנך לציר ה- $x$  החותך את הציר בנקודה B.  
נסמן ב- $x$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה A (ראה ציור).  
**א.** הבע באמצעות  $x$  את אורך של OB.  
ואת האורך של AB. O ראשית הצירים.  
**(1)** מה צריך להיות  $x$  כדי ששטח המשולש ABO יהיה מקסימלי?  
**(2)** מהו השטח המקסימלי של משולש ABO?

**תשובה סופית:**

**(א)**  $AB = -x^2 + 3x$       **(ב1)**  $\max_{x=2} OB = x$       **(ב2)**  $S = 2$

**שאלה מספר 35:** מועד ב' קיץ תשס"ז 2007

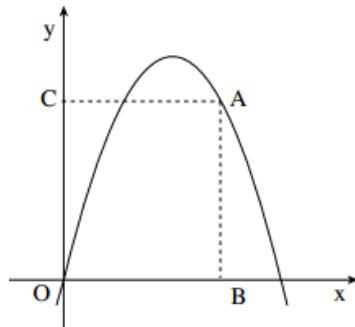


מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 6x$ , ברביע הראשון, מורידים מהנקודה אנכים לצירים, ונוצר מלבן ABOC. (ראה ציור)  
**א.** מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?  
**ב.** חשב את היקף המקסימלי של המלבן.

**תשובה סופית:**

**(א)**  $x_A = 3.5 \max$       **(ב)**  $P = 24.5 \max$

**שאלה מספר 36:** מועד חורף תש"ע 2010

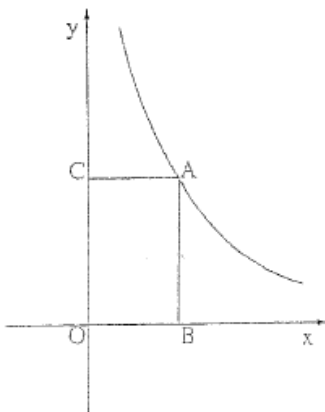


נקודה A שברביע הראשון, נמצאת על גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 5x$ , מנקודה A מורידים אנכים לצירים, ונוצר מלבן ABOC.  
 O – ראשית הצירים (ראה ציור)  
**(א)** מה צריך להיות שיעור הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?  
**(ב)** מצא את היקף המקסימלי של המלבן?

**תשובה סופית:**

**(א)**  $A(3,6)$       **(ב)**  $P = 18 \max$

**שאלה מספר 37:** מועד נובמבר תש"ע 2010

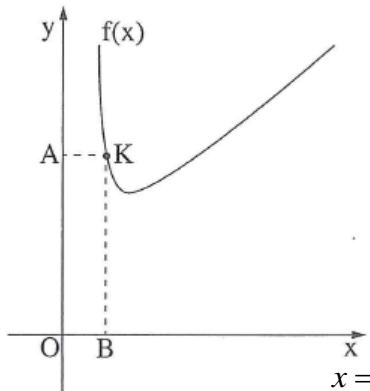


נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $y = \frac{4}{x}$  ברביע הראשון. מהנקודה A מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC (ראה ציור)  
**(א)** מצא את שיעורי ה-x של הנקודה A שעבורו מתקבל מלבן בעל היקף מינימלי.  
**(ב)** מצא את ההיקף המינימלי של המלבן.

**תשובה סופית:**

**(א)**  $x = 2$       **(ב)**  $p = 8$

**שאלה מספר 38:** מועד ב קיץ תשע"ד 2014.



בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  
 $f(x) = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} + 5$  בתחום  $x > 0$

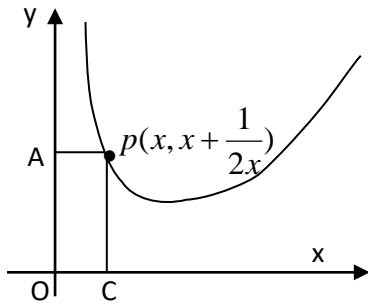
מנקודה K, הנמצאת על גרף הפונקציה, מעבירים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן AKBO (O – ראשית הצירים)

- א. הבע את האורכים של צלעות המלבן AK ו-KB באמצעות שיעור ה- $x$  של הנקודה K.  
 ב. מה צריך להיות שיעור ה- $x$  של הנקודה K כדי שהיקף המלבן AKBO יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

(א)  $BK = y = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} + 5$       (ב)  $x = 0.5 \min$

**שאלה מספר 39:** מועד חצב / ברק תשס"ה 2005



נתונה הפונקציה  $f(x) = x + \frac{1}{2x}$  ברביע הראשון ( $0 < x$ )

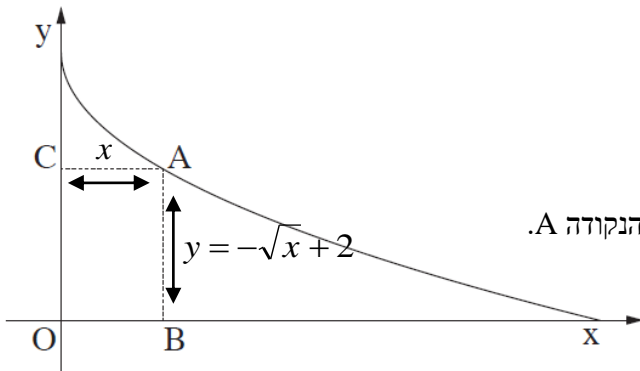
מנקודה p שעל גרף הפונקציה בהורידו אנכים לצירים ונוצר המלבן APCO (O ראשית הצירים).

- (א) נסמן ב- $x$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה p (ראה ציור). בטא באמצעות  $x$  את היקף המלבן APCO.  
 (ב) מבין כל המלבנים APCO הנוצרים באופן שתואר מצא את  $x$  שעבורו היקף המלבן הוא מינימלי.

**תשובה סופית:**

(א)  $p = 4x + \frac{1}{x}$       (ב)  $x = 0.5 \min$

**שאלה מספר 40:** מועד א קיץ תשע"ב 2012.



בציור שלפניך נתון גרף הפונקציה

$f(x) = -\sqrt{x} + 2$  ברביע הראשון

מנקודה A שעל גרף הפונקציה

מעבירים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC

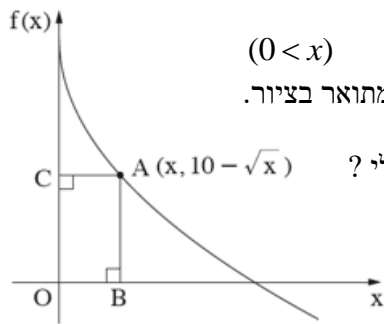
- (א) הבע את היקף המלבן באמצעות שיעור ה- $x$  של הנקודה A.  
 (ב) (1) מה צריך להיות הערך של  $x$  כדי שהיקף המלבן ABOC יהיה מינימלי?

(2) מצא את ההיקף המינימלי של המלבן.

**תשובה סופית:**

(א)  $2x - 2\sqrt{x} + 4$       (ב1)  $x = \frac{1}{4}$       (ב2)  $3\frac{1}{2}$

**שאלה מספר 41:** מועד חורף תשע"ח 2018.



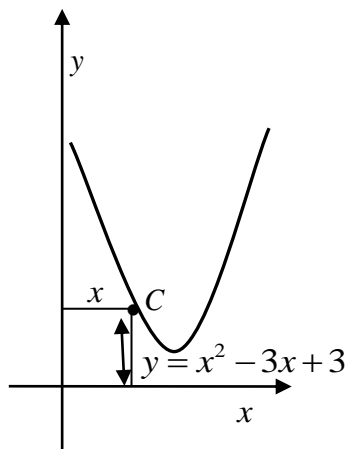
הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה  $f(x) = 10 - \sqrt{x}$  ( $0 < x$ )  
 מן הנקודה A מורידים אנכים לצירים, החותכים אותם בנקודות B ו- C כמתואר בציור.  
 O היא ראשית הצירים.

- (א) מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABOC הוא מינימלי?  
 (ב) מהו ההיקף המינימלי של המלבן ABOC?

**תשובה סופית:**

(א)  $A(0.25, 9.5)$  (ב)  $p = 19.5$

**שאלה מספר 42:** מועד חורף תשע"ב 2012



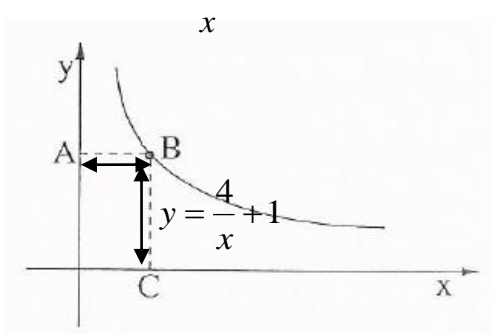
בציור שלפניך נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 3x + 3$

- (א) C היא נקודה על גרף הפונקציה  
 מצא את שיעורי ה- x של הנקודה C.  
 שעבורו סכום השיעורים של C הוא מינימלי.  
 (ב) מצא את הסכום המינימלי של שיעורי נקודה C.  
 (ג) דרך הנקודה C שמצאת בסעיף א העבירו אנך לציר ה- x ואנך לציר ה- y. האנכים יוצרים מרובע עם הצירים.  
 מצא את שטח המרובע.

**תשובה סופית:**

(א)  $C(1,1)$  (ב)  $p = 2$  (ג)  $S = 1 \cdot 1 = 1$

**שאלה מספר 43:** מועד פברואר תשע"ה 2015.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{4}{x} + 1$

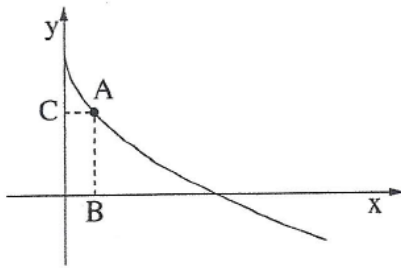
מנקודה B שעל גרף הפונקציה ברביע הראשון, מעבירים אנכים BC ו- AC לצירים, כמתואר בציור.

- א. הבע את סכום האורכים  $AB + BC$  באמצעות שיעור ה- x של הנקודה B.  
 ב. מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה B כדי שסכום האורכים  $AB + BC$  יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

(א)  $p = x + \frac{4}{x} + 1$  (ב)  $\min x = 2$

**שאלה מספר 44:** מועד מיוחד אוגוסט תשע"ו 2016.



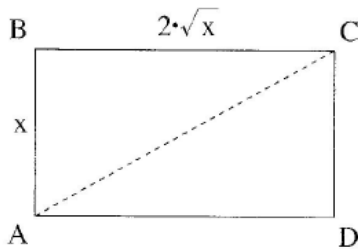
בציור שלפניך נתון גרף הפונקציה  $f(x) = -\sqrt{x} + 1$ .  
 מנקודה A שעל גרף הפונקציה ברביע הראשון מעבירים אנכים AC ו-AB לצירים, כמתואר בציור.  
 א. הבע את סכום האורכים AC+AB באמצעות שיעור ה-x של הנקודה A.  
 ב. מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A כדי שסכום האורכים AC+AB יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

(א)  $x - \sqrt{x} + 1$       (ב)  $x = 0.25$

**פרק 6: -צורות הנדסיות**

**שאלה מספר 45:** מועד א קיץ תשע"ז 2017.

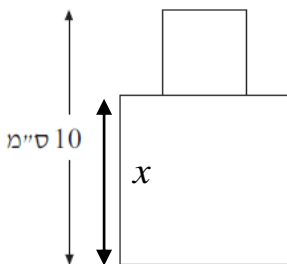


לפניך מלבן ABCD  
 אורך הצלע AB הוא x, ואורך הצלע BC הוא  $2\sqrt{x}$ .  
 (א) מצא את x שעבורו ההפרש בין AB ל-BC הוא מקסימלי.  
 (ב) עבור ערך ה-x שמצאת בסעיף א, חשב את אורך האלכסון AC.

**תשובה סופית:**

(א)  $X = 1 \max$       (ב)  $AC = \sqrt{5}$

**שאלה מספר 46:** מועד ב' קיץ תשס"ה 2005

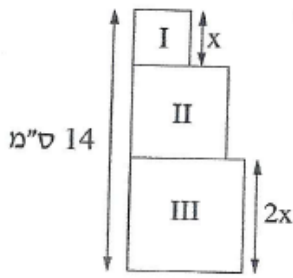


הצורה המוצגת בציור מורכבת משני ריבועים המונחים זה על זה. גובה הצורה הוא 10 ס"מ (ראה ציור)  
 (א) סמן ב-x את צלע הריבוע התחתון והבע באמצעות x את שטח הריבוע העליון ואת שטח הריבוע התחתון.  
 (ב) מה צריך להיות אורך הצלע של הריבוע התחתון כדי ששטח הצורה (סכום השטחים) יהיה מינימלי?

**תשובה סופית:**

(א)  $S = x^2$        $S = (10 - x)^2$       (ב)  $x = 5 \min$

**שאלה מספר 47:** מועד חצב ברק תשע"ד 2014.



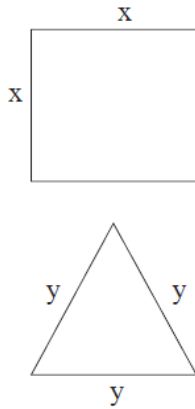
הצורה המוצגת בציור שלפניך מורכבת משלושה ריבועים I, II, III. המונחים זה על זה, כמתואר בציור. גובה הצורה כולה הוא 14 ס"מ. אורך הצלע של ריבוע I הוא x ס"מ. אורך הצלע של ריבוע III הוא 2x ס"מ.

- א. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע II.  
 (2) הבע באמצעות x את סכום השטחים של שלושת הריבועים.  
 ב. מה צריך להיות שיעור ה-x כדי שהשטח של הצורה המורכבת משלושת הריבועים יהיה מינימלי.

**תשובה סופית:**

(א)  $14 - 3x$       (2א)  $P = 14x^2 - 84x + 196$       (ב)  $x = 3 \min$

**שאלה מספר 48:** מועד א' קיץ תשס"ט 2009



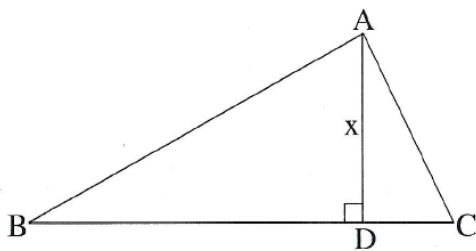
בציורים שלפניך מוצגים ריבוע שצלעו x ומשולש שווה צלעות שצלעו y מכפלת צלע הריבוע בצלע המשולש היא 12 (א) (1). בטא את y באמצעות x.

- (2) בטא באמצעות x את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש.  
 (ב) מצא עבור איזה ערך של x הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש (שהבעת בתת סעיף א (2) הוא מינימלי).  
 (ג) חשב את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש המינימלי.

**תשובה סופית:**

(א)  $y = \frac{12}{x}$       (2א)  $P = \frac{36}{x} + 4x$       (ב)  $x = 3 \min$       (ג)  $P = 24 \min$

**שאלה מספר 49:** מועד פברואר תשע"ג 2013.



בציור שלפניך נתון משולש ABC. AD הוא הגובה לצלע BC. נתון כי  $AD + BC = 14$  ס"מ. (א) (1) נסמן ב-x את אורך AD. הבע באמצעות x את אורך הצלע BC. (2) מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח המשולש ABC יהיה מקסימלי? (ב) מהו שטחו המקסימלי של משולש ABC?

**תשובה סופית:**

(א)  $BC = 14 - x$       (1א)  $S = 24.5 \max$       (ב)  $x = 7 \max$



**שאלה מספר 50:** מועד הצב ברק תשע"ז 2017.

בציור שלפניך משולש שווה שוקיים  $ABC$  ( $AB=AC$ ).  
נתון: שטח המשולש הוא 18 סמ"ר.

נסמן את הגובה  $AH$  ב- $x$ .

א. הבע את האורך של הבסיס באמצעות  $x$ .

ב. מצא את הערך של  $x$  שעבורו סכום האורכים  $BC+AH$  הוא מינימלי

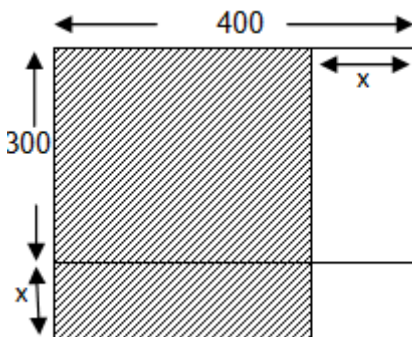
ג. מצא את הערך המינימלי של סכום האורכים  $BC+AH$ .

ד. האם סכום האורכים  $BC+AH$  יכול להיות שווה ל-10? נמק

**תשובה סופית:**

$$BC = \frac{36}{x} \quad (\text{א}) \quad x = 6 \text{ min} \quad (\text{ב}) \quad P = 12 \quad (\text{ג})$$

(ד) לא. היות והסכום המינימלי הוא 12

**שאלה מספר 51:** 35003 מועד א' קיץ תשס"ט 2009

למר ישראלי חלקת אדמה בצורת מלבן

שאורכו 400 מטר ורוחבו 300 מטר.

מר ישראלי רוצה לקצר את האורך של החלקה

ב- $x$  מטר, ולהאריך את רוחבה ב- $x$  מטר

כך שתתקבל חלקה חדשה (השטח המקווקו בציור)

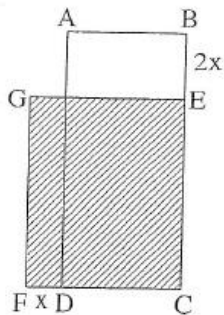
(א) הביע באמצעות  $x$  את השטח החדש

(ב) מצא את הערך של  $x$  שעבורו שטח החלקה החדשה יהיה מקסימלי.

(ג) חשב את שטח החלקה החדשה המקסימלי

**תשובה סופית:**

$$S_T = -x^2 + 100x + 120000 \quad (\text{א}) \quad x = 50 \text{ max} \quad (\text{ב}) \quad S = 122,500 \text{ max} \quad (\text{ג})$$

**שאלה מספר 52:** מועד פברואר תשע"ב 2012

נתון מלבן  $ABCD$  שבו  $BC = 50$  ס"מ,  $DC = 20$  ס"מ.

מאריכים את הצלע  $DC$  ב- $x$  ס"מ, ומקצרים את הצלע  $BC$  ב- $2x$  ס"מ.

כך שנוצר מלבן  $FCEG$  (כמתואר בציור).

א. בטא באמצעות  $x$  את אורכי הצלעות  $EC$  ו- $FC$  של המלבן  $FCEG$ .

ב. בטא באמצעות  $x$  את שטח המלבן  $FCEG$ .

ג. (1) מצא את הערך של  $x$  שעבורו שטח המלבן  $FCEG$  הוא מקסימלי.

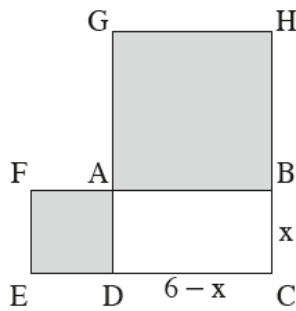
(2) מצא את שטח המלבן  $FCEG$  ששטחו מקסימלי.

**תשובה סופית:**

$$EC = 50 - 2x \quad FC = 20 + x \quad (\text{א}) \quad S_{FCEG} = -2x^2 + 10x + 1000 \quad (\text{ב})$$

$$S = 1012.5 \quad (2\text{ג}) \quad x = 2.5 \quad (1\text{ג})$$

**שאלה מספר 53:** מועד ב קיץ תשע"ז 2017.

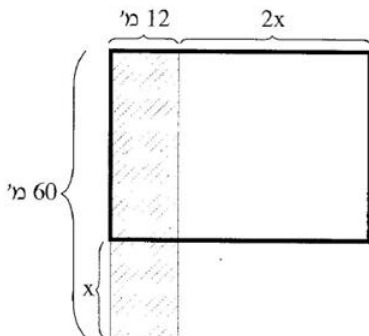


ABCD הוא מלבן שסכום צלעות סמוכות שלו הוא 6 ס"מ.  
 על הצלעות AB ו-AD של המלבן  
 בנו את הריבועים ADEF ו-AGHB כמתואר בסרטוט.  
 נסמן ב- $x$  את אורך הצלע BC שעבורו  
 (א) מצא את אורך הצלע BC שעבורו  
 סכום שטחי הריבועים הוא מינימלי.  
 (השטחים האפורים בסרטוט)  
 (ב) עבור ערך הצלע BC שמצאת בסעיף א, חשב את אורך האלכסון BD.

**תשובה סופית:**

(א)  $x = 3 \text{ min}$  (ב)  $DB = \sqrt{18} = 4.24$

**שאלה מספר 54:** מועד חורף תשע"ז 2017.

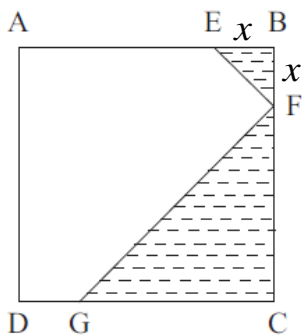


נתון מלבן שרוחבו 12 מטרים ואורכו 60 מטרים.  
 (המלבן המקווקו בציור)  
 הוסיפו לרוחבו  $2x$  מטרים והפחיתו מאורכו  $x$  מטרים, ונוצר מלבן חדש.  
 (א) הבע באמצעות  $x$  את שטח המלבן החדש.  
 (המלבן המקווקו בציור)  
 (ב) עבור איזה ערך של  $x$  יתקבל מלבן חדש ששטחו מקסימלי?

**תשובה סופית:**

(א)  $P = 720 + 108x - 2x^2$  (ב)  $x = 27 \text{ max}$

**שאלה מספר 55:** מועד חורף תשס"ה 2005

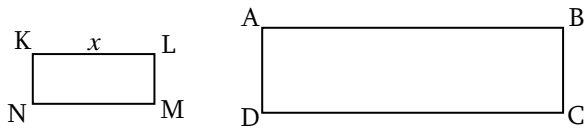


בריבוע ABCD הנקודות E, F, G  
 נמצאות על הצלעות AB, BC, DC בהתאמה,  
 כך ש-  $BE = BF$  ו-  $CF = CG$  (ראה ציור)  
 נתון כי האורך של צלע הריבוע הוא 6 ס"מ.  
 (א) סמן ב- $x$  את BF ואת BE והבע באמצעות  $x$   
 את הסכום של שטחי המשולשים EBF ו-FCG (השטח המקווקו)  
 (ב) (1) מצא את  $x$  שעבורו סכום שטחי המשולשים הוא מינימלי.  
 (2) חשב את הסכום המינימלי של שטחי המשולשים.

**תשובה סופית:**

(א)  $p = x^2 - 6x + 18$  (ב)  $x = 3 \text{ min}$  (ג)  $S = 9 \text{ min}$

**שאלה מספר 56:** מועד אוקטובר תשס"ט 2009



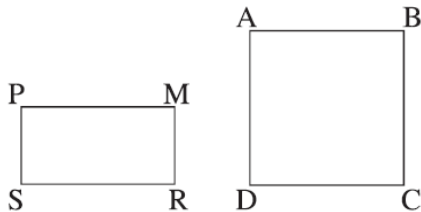
בציור שלפניך שני מלבנים מלבן ABCD ומלבן KLMN. נסמן ב-  $x$  את אורך הצלע KL. נתון  $AB = 2 \cdot KL$ , היקף המלבן KLMN הוא 10.

- היקף המלבן ABCD גדול פי 2 מהיקף המלבן KLMN.  
 (א) בטא באמצעות  $x$  את אורכי הצלעות של שני המלבנים.  
 (ב) מה צריך להיות הערך של  $x$  כדי שסכום השטחים של שני המלבנים יהיה מקסימלי.  
 (ג) חשב את השטח המקסימלי

**תשובה סופית:**

(א)  $2x, (10-2x)$     (ב)  $x, (5-x)$     (ג)  $\max S = 31.25$

**שאלה מספר 57:** מועד ד תשע"ד 2014



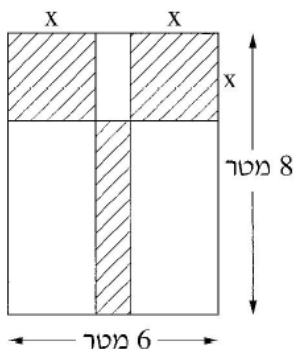
נתונים שני מלבנים ABCD ו-PMRS (ראה ציור). נתון:  $BC = 2x, MR = x, AB + BC = 60$  ס"מ,  $PM = AB$

- (א) הבע באמצעות  $x$  את אורך הצלע AB.  
 (ב) הבע באמצעות  $x$  את **סכום** שטחי המלבנים.  
 (ג) חשב את ערך ה-  $x$  שעבורו סכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי.

**תשובה סופית:**

(א)  $AB = 60 - 2x$     (ב)  $p = -6x^2 + 180x$     (ג)  $x = 15$  max

**שאלה מספר 58:** מועד א קיץ תשע"ה 2015

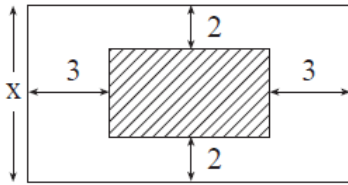


נתונה גינת נוי שצורתה מלבן. ממדי המלבן הם 8 מטרים ו-6 מטרים (ראה ציור) רוצים לשתול דשא בשטחים המקווקים שבציור: שני שטחים בצורת ריבועים זהים, ושטח אחד בצורת מלבן כמתואר בציור. המחיר של שתילת 1 מ"ר של דשא הוא 60 שקל. נסמן ב-  $x$  את אורך הצלע של הריבועים. א. הבע באמצעות  $x$  את כל השטח המקווקו בציור. ב. מה צריך להיות  $x$  כדי שהשטח של הדשא יהיה מינימלי? ג. מצא את המחיר המינימלי של שתלת הדשא.

**תשובה סופית:**

(א)  $P = 4x^2 - 22x + 48$     (ב)  $x = 2.75$  min    (ג) 1065 שקל

**שאלה מספר 59:** מועד א' קיץ תשס"ד 2004



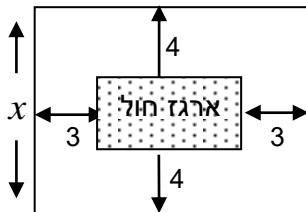
בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ נמצא מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני. רוחב השוליים הצרים 2 ס"מ מכל צד, ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד ראה ציור.

- א. נסמן ב  $x$  את רוחב המלבן החיצוני (כמסומן בציור).  
 הבע באמצעות  $x$  את אורך המלבן החיצוני ואת שטח המלבן הפנימי.  
 ב. מצא את  $x$  שעבורו שטח המלבן הפנימי הוא המקסימלי.

**תשובה סופית:**

(א)  $y = 36 - x$       (ב)  $x = 17 \max$        $S = -x^2 + 34x - 120$

**שאלה מספר 60:** מועד אוקטובר תשס"ז 2007



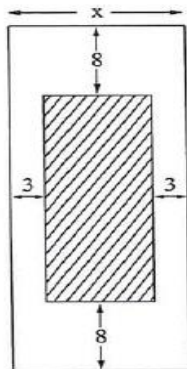
היקפו של מגרש משחקים שצורתו מלבן הוא 140 מטר. במרכזו בנו ארגז חול בצורת מלבן ומסביב לארגז החול שתלו דשא בכל שטח המגרש שנותר כמתואר בסרטוט.

- א. נסמן ב  $x$  את רוחב המגרש החיצוני (כמסומן בציור).  
 הבע באמצעות  $x$  את אורך המגרש החיצוני ואת שטח ארגז החול.  
 א. מה צריכים להיות האורך והרוחב של מגרש המשחקים כדי ששטח ארגז החול יהיה מקסימלי?  
 ב. מהו השטח המקסימלי של ארגז החול?

**תשובה סופית:**

(א) 34 מטר, 36 מטר      (ב) 784 מ"ר

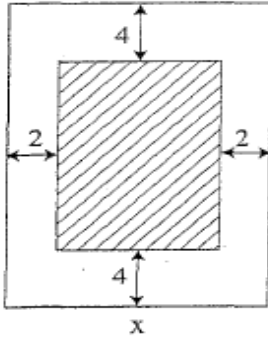
**שאלה מספר 61:** מועד ג קיץ תשע"ד 2014.



שטח של כל עמוד בחוברת פרסום למוצרי קוסמטיקה צריך להיות 600 סמ"ר  
 סמן ב  $x$  את רוחב העמוד, וענה על הסעיפים א – ב.  
 א. הבע באמצעות  $x$  את אורך העמוד.  
 רוחב השוליים בראש העמוד ובתחתיתו צריך להיות 8 ס"מ. ורוחב השוליים בצדדים צריך להיות 3 ס"מ. (ראה ציור).  
 ב. (1) הבע באמצעות  $x$  את השטח המיועד לדפוס (השטח המקווקו בציור)  
 ב. (2) מה צריך להיות  $x$ , כדי שהשטח המיועד לדפוס יהיה מקסימלי. (השטח המקווקו בציור)

**תשובה סופית:**

(א)  $y = \frac{600}{x}$       (ב)  $S = 696 - 16x - \frac{3600}{x}$       (ב)  $MAX$        $x = 15$

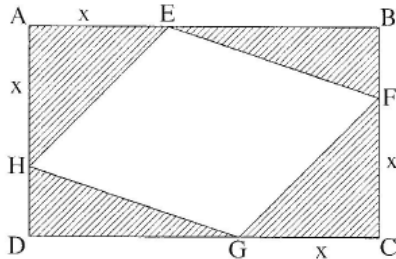
**שאלה מספר 62:** מועד פברואר תשס"ח 2008.

- במרכז כרזה מלבנית **ששטחה** 800 סמ"ר מדפיסים תמונה ( השטח המקווקו בציור) רוחב השוליים בראש הכרזה ובתחתיתה הוא 4 ס"מ. ורוחב השוליים בצדי הכרזה הוא 2 ס"מ ( ראה ציור) נסמן את רוחב הכרזה ב  $x$ .
- (א) נסמן ב  $x$  את רוחב המלבן החיצוני (כמסומן בציור). הבע באמצעות  $x$  את אורך המלבן החיצוני ואת שטח המלבן הפנימי.
- (ב) מה צריך להיות  $x$ , כדי ששטח התמונה יהיה מקסימלי.
- (ג) מהו גודל השטח המקסימלי של התמונה?

**תשובה סופית:**

$$(א) \quad b = \frac{800}{x} \quad (ב) \quad x = 20 \quad \max \quad (ג) \quad S = 512$$

$$S = 832 - 8x - \frac{3200}{x}$$

**שאלה מספר 63:** מועד א קיץ תשע"ו 2016.

- במלבן ABCD נתון:  
 $AB = DC = m$  ס"מ 10  
 $AD = BC = m$  ס"מ 6  
 על צלעות המלבן הקצו קטעים שווים:  
 $AE = AH = CF = CG = x$   
 ונוצרו ארבעה משולשים ששטחם מקווקו בציור.  
 א. הבע באמצעות  $x$  את כל השטח המקווקו בציור.  
 ב. מה צריך להיות  $x$ , כדי שהשטח המקווקו יהיה מינימלי?  
 ג. חשב את שטח המרובע EFGH כאשר השטח המקווקו הוא מינימלי.

**תשובה סופית:**

$$(א) \quad p = 2x^2 - 16x + 60 \quad (ב) \quad x = 4 \quad (ג) \quad S_{EFGH} = 32$$