חלק 3 ג: - חשבון דיפרנציאלי	שורש
מעודכן בשנת 2018	

כתב וערך: יוסי דהן

פרק 1: חקירה א : - שורש.

$y'=\dfrac{a\cdot 1\cdot b}{2\sqrt{b\cdot x}}$	$y=a\cdot\sqrt{b\cdot x}$

__שאלה מספר 1:__ מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"ב 2012

נתונה הפונקציה $f(x)=5\sqrt{x}-x$

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(ב). מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה .

(ג). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.

(ד). מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(ה). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(ו). מצא את תחום העלייה של הפונקציה $f(x)$

(ז). מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ שלילית

__פתרון:__

(א). מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

__תשובה:__ תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\geq 0$.

(ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה , וקבע את סוגה .

__נגזרת ראשונה__
$x\ ;\ m$

$$f'(x)=\frac{5\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}-1$$
$$f'(x)=m=0$$
$$0=\frac{5}{2\cdot\sqrt{x}}-1$$
$$1=\frac{5}{2\sqrt{x}}$$
$$2\sqrt{x}=5\quad /:2$$
$$\sqrt{x}=2.5\quad /(\ )^2$$
$$(\sqrt{x})^2=(2.5)^2$$
$$x=6.25$$

__פונקציה__
$x\ ;\ y$

$$f(x)=5\sqrt{x}-x$$
$$\begin{cases} x=6.25 \\ y=5\sqrt{(6.25)}-(6.25) \\ y=6.25 \end{cases}$$
$(6.25,6.25)$

$$f(x)=a\sqrt{bx}$$
$$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$$

__נגזרת שנייה__
$\min\ ;\ \max$

$$f'(x)=\frac{5}{2\sqrt{x}}-1/2\sqrt{x}$$
$$f'(x)=\frac{5-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f''(x)=-\frac{2\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$$
$$\begin{cases} x=6.26 \\ f''(x)=-\dfrac{2}{2\sqrt{(6.25)}}=-0.4\cap\max \end{cases}$$

__תשובה__

$(6.25,6.25)\cap\max$

(ג). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.

בקצה תחום ההגדרה

$f(x)=5\sqrt{x}-x$

$\begin{cases} x=0 \\ y=5\sqrt{0}-0=0 \end{cases}$

(0,0)

<u>תשובה:</u> נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**
סוג הקיצון הוא min ממנו מתחילה העלייה

(ד). מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

<u>חיתוך עם ציר x</u>

$f(x)=5\sqrt{x}-x$

$y=0$

$0=5\sqrt{x}-x$

$x=5\sqrt{x}\ /(\ )^2$

$(x)^2=(5\sqrt{x})^2$

$x^2=25x$

$0=25x-x^2$

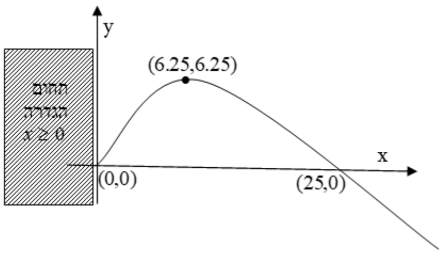
$0=x\cdot(25-x)$

$x_1=0 \quad x_2=25$

$(0,0) \quad (25,0)$

<u>תשובה:</u> (0,0) (25,0)

(ה). שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



<u>תשובה:</u> שרטוט

x	תחום הגדרה	x	עלייה	x $\cap$	ירידה	x
$-\infty$		0	$\leq x <$	6.25	$< x <$	$+\infty$

(ו). מצא את תחום העלייה של הפונקציה $f(x)$

<u>תשובה:</u> <u>תחום עלייה</u>: $0 \leq x < 6.25$ <u>תחום ירידה</u>: $6.25 < x < +\infty$

(ז). מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ שלילית

x	תחום הגדרה	x	חיובי	x	שלילי	x
$-\infty$		0	$\leq x <$	25	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u> התחום השלילי הוא $25 < x < +\infty$ (התחום בו הפונקציה מתחת לציר ה – x)

<u>תשובה סופית:</u>

(א) תחום הגדרה $x \geq 0$ (ב) $\max \cap (6.25,6.25)$

(ג) נקודת קצה תחום ההגדרה (0,0) סוג הקיצון הוא min ממנו מתחילה העלייה

(ד) (0,0) (25,0) (ה) שרטוט

(ו) תחום עלייה $0 \leq x < 6.25$ (ז) הפונקציה שלילי $25 < x < +\infty$

שאלה מספר 2: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"א 2011

נתונה הפונקציה $f(x)=4\sqrt{x}-x$,

(א). מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(ב). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$,

(ג). הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום , ומצא את שיעוריה.

(ד). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(ה). האם גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(16,0)$? נמק.

(ו). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

פתרון:

(א). מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \ge 0$.

(ב). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$,

בקצה תחום ההגדרה

$$f(x)=4\sqrt{x}-x$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=4\sqrt{0}-0=0 \end{cases}$$

$(0,0)$

תשובה: נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**

(ג). הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום , ומצא את שיעוריה.

נגזרת שנייה
min ; max

$$f\,'(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-1/\sqrt{x}$$

$$f\,'(x)=\frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f\,''(x)=-\frac{1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ f\,''(x)=-\frac{1}{2\sqrt{(4)}}=-\frac{1}{4}\cap \max \end{cases}$$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$$f\,'(x)=\frac{4\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}-1$$

$$f\,'(x)=m=0$$

$$0=\frac{2}{\sqrt{x}}-1$$

$$1=\frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$\sqrt{x}=2\quad /(\ )^2$$

$$(\sqrt{x})^2=(2)^2$$

$$x=4$$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$$f(x)=4\sqrt{x}-1x$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=4\sqrt{(4)}-(4)=4 \end{cases}$$

$$y=4$$

$(4,4)$

$$f(x)=a\sqrt{bx}$$

$$f\,'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$$

תשובה:
$(4,4)\cap\max$

(ד). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

x	תחום הגדרה	x	עלייה	x $\cap$	ירידה	x
$-\infty$		0	$\le x <$	4	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u> תחום עלייה: $0 \le x < 4$ תחום ירידה: $4 < x < +\infty$

(ה). האם גרף הפונקציה $f(x)$ **עובר בנקודה** $(16,0)$ **? נמק.**

<u>תשובה:</u> כן - גרף הפונקציה עובר בנקודה $(16 , 0)$

<u>פונקציה</u>

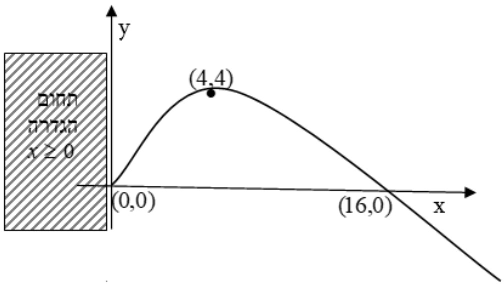
(16 , 0)

$f(x) = 4\sqrt{x} - 1x$

$0 = 4\sqrt{(16)} - (16) = 4$

$0 = 0$

(ו). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



x

<u>תשובה סופית :</u>

(א) $x \ge 0$ **(ב).** $(0,0)$ **(ג)** $(4,4)\max$ (ד) תחום ירידה $4 < x < +\infty$ תחום עלייה $0 \le x < 4$

(ה). כן $(16,0)$ **(ו).** שרטוט

<u>שאלה מספר 3</u>: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר 2011 תשע"א

נתונה הפונקציה $f(x)=2x-12\sqrt{x}$,

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(ב). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(ג). מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה .

(ד). רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

<u>פתרון:</u>

(ב). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

<u>תשובה:</u> תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \ge 0$.

(ב). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

בקצה תחום ההגדרה

$f(x)=2x-12\sqrt{x}$

$\begin{cases} x=0 \\ y=2(0)-12\sqrt{0}=0 \end{cases}$

(0,0)

<u>תשובה:</u> נקודת קצה תחום ההגדרה (0,0)

(ג). מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה .

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=2-\frac{6}{\sqrt{x}} /\sqrt{x}$

$f'(x)=\frac{2\cdot\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x)=\frac{2\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=9 \\ f''(x)=\frac{1}{\sqrt{9}}=+\frac{1}{3}\cup \min \end{cases}$

נגזרת ראשונה
x ; m

$f'(x)=2-\frac{12\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f'(x)=m=0$

$0=2-\frac{6}{\sqrt{x}}$

$\frac{6}{\sqrt{x}}=2$

$6=2\sqrt{x}\quad /:2$

$3=\sqrt{x} /(\ )^2$

$(3)^2=(\sqrt{x})^2$

$9=x$

פונקציה
x ; y

$f(x)=2x-12\sqrt{x}$

$\begin{cases} x=9 \\ y=2(9)-12\sqrt{(9)}=-18 \end{cases}$

$(9-18)$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

<u>תשובה:</u>
$(9,-18)\cup \min$

(ג). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

x	תחום הגדרה	x	ירידה	x $\cup$	עלייה	x
$-\infty$		0	$\le x <$	9	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u> תחום ירידה: $0 \le x < 9$ **תחום עלייה:** $9 < x < +\infty$

<u>תשובה סופית</u> :

(א). $x \ge 0$ **(ב)** (0,0) **(ג).** $(9,-18)\min$

(ד) תחום עליה $9 < x < +\infty$ תחום ירידה $0 \le x < 9$

שאלה מספר 4: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשע"ב 2012.

נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x}-1x$,

(א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. $f(x)$

(ב) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה – x.

(ג) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(ד) מצא את תחום העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(ה) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

פתרון:

(א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\geq 0$.

(ב) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה – x.

פונקציה

$f(x)=\sqrt{x}-1x$

$y=0$

$0=\sqrt{x}-1x$

$x=\sqrt{x}\ /(\ )^2$

$(x)^2=(\sqrt{x})^2$

$x^2=x$

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x_1=0 \qquad x_2=1$

$(0,0) \qquad (1,0)$

תשובה: $(1,0) \qquad (0,0)$

(ג) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=\sqrt{x}-1x$

$\begin{cases} x=0.25 \\ y=\sqrt{(0.25)}-1(0.25)=0.25 \end{cases}$

$(0.25,0.25)$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\dfrac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$f'(x)=\dfrac{1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}-1$

$f'(x)=m=0$

$0=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-1$

$1=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$2\sqrt{x}=1\ \ /:2$

$\sqrt{x}=0.5\ \ /(\ )^2$

$(\sqrt{x})^2=(0.5)^2$

$x=0.25$

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-1/\sqrt{x}$

$f'(x)=\dfrac{1-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x)=-\dfrac{2\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=0.25 \\ f''(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{0.25}}=-2\cap \max \end{cases}$

תשובה:

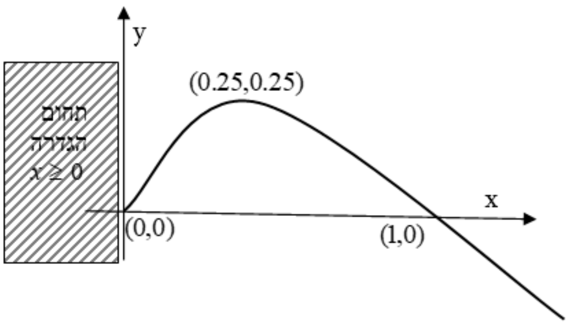
$(0.25,0.25)\cap \max$

(ד) מצא את תחום העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

x	תחום הגדרה	x	עלייה	x $\cap$	ירידה	x
$-\infty$		0	$\le x <$	0.25	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u>
תחום עלייה: $0 \le x < 0.25$ תחום ירידה: $0.25 < x < +\infty$

(ה) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה. $f(x)$



<u>תשובה סופית:</u>
(א) $x \ge 0$ **(ב).** $(1,0)$ $(0,0)$ **(ג).** max $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$ **או** $(0.25,0.25)\cap\max$
(ד). תחום עלייה $0 \le x < 0.25$ תחום ירידה $0.25 < x < +\infty$ **(ה)** סקיצה

<u>שאלה מספר 5:</u> מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ד 2014.

נתונה הפונקציה $f(x)=2x-8\sqrt{x}$,

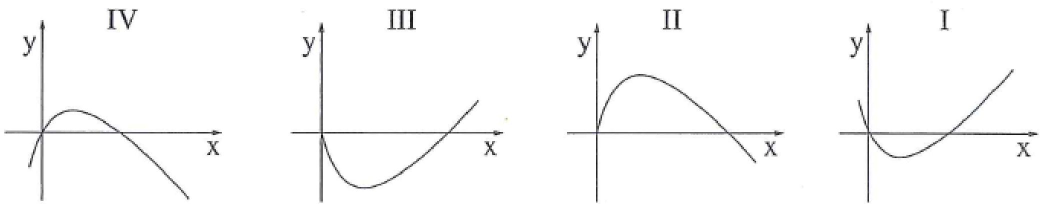
א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה, נמק.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, נמק את תשובתך.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה – y.

ה. קבע איזה מבין הגרפים $I-IV$ שלפניך הוא גרף הפונקציה $f(x)$.



<u>פתרון:</u>

א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

<u>תשובה:</u> תחום ההגדרה הוא : $x \ge 0$

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה, נמק.

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=2x-8\sqrt{x}$

$\begin{cases} x=4 \\ y=2(4)-8\sqrt{4}=-8 \end{cases}$

$(4,-8)$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f\,'(x)=\dfrac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$f\,'(x)=2-\dfrac{8\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$f\,'(x)=m=0$

$0=2-\dfrac{4}{\sqrt{x}}$

$\dfrac{4}{\sqrt{x}}=2$

$4=2\sqrt{x}\ /:2$

$2=\sqrt{x}\quad /(\ )^2$

$x=4$

נגזרת שנייה
min ; max

$f\,'(x)=2-\dfrac{4}{\sqrt{x}}\ /\sqrt{x}$

$f\,'(x)=\dfrac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f\,''(x)=\dfrac{2\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=4 \\ f\,''(x)=\dfrac{1}{\sqrt{4}}=+\dfrac{1}{2}\cup \min \end{cases}$

<u>תשובה</u>

$(4,-8)\cup\min$

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, נמק את תשובתך.

x	תחום הגדרה	x	ירידה	x	עלייה	x
$-\infty$		0	$<x<$	4	$<x<$	$+\infty$

<u>תשובה:</u>

<u>תחומי עלייה:</u> $4<x<+\infty$ **<u>תחומי ירידה:</u>** $0<x<4$

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה – y.

<u>חיתוך עם ציר ה – y.</u>

x=0

$f(x)=2x-8\sqrt{x}$

$x=0$

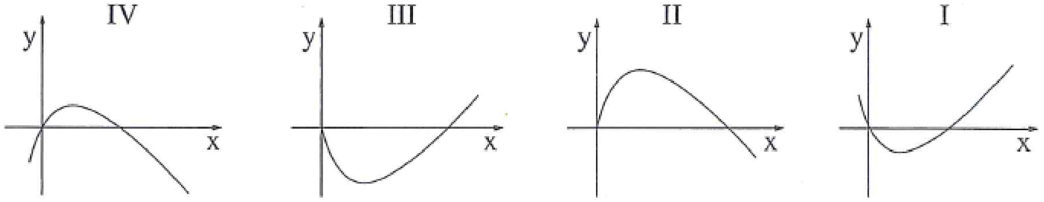
$f(x)=2(0)-8\sqrt{(0)}$

$y=0$

$(0,0)$

<u>תשובה:</u> $(0,0)$

ה. קבע איזה מבין הגרפים $\mathrm{I}-IV$ שלפניך הוא גרף הפונקציה $f(x)$.



<u>תשובה:</u> גרף III מתאים לנקודות הקיצון תחום ההגדרה ולחיתוך עם ציר ה - y

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $x \geq 0$ **(ב)** $(4,-8) \cup \min$

(ג) **<u>תחומי עלייה:</u>** $4<x<+\infty$ **<u>תחומי ירידה:</u>** $0<x<4$ **(ד)** $(0,0)$

(ה) גרף III מתאים לנקודות הקיצון תחום ההגדרה ולחיתוך עם ציר ה - y

שאלה מספר 6. מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ד 2004

נתונה הפונקציה $y=\frac{x}{4}-\sqrt{x}$

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(ב). מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה , וקבע את סוגה .
(ג). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.
(ד). מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים
(ה). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

פתרון:

(א). מצא את תחום הגדרה של הפונקציה.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \geq 0$.

(ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה , וקבע את סוגה .

נגזרת שנייה
max/min

$f\ '(x)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\sqrt{x}} \;/4\cdot 2\sqrt{x}$

$f\ '(x)=\frac{2\sqrt{x}-4}{4\cdot 2\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f\ ''(x)=+\frac{2\cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=4 \\ f\ ''(4)=+\frac{2\cdot 1}{2\sqrt{(4)}}=+0.5 \cup \min \end{cases}$

נגזרת ראשונה
m=0

$f\ '(x)=\frac{1}{4}-\frac{1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f\ '(x)=m=0$

$0=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\frac{1}{4}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$4=2\sqrt{x} \quad /:2$

$2=\sqrt{x} \quad /(\ )^2$

$(2)^2=(\sqrt{x})^2$

$4=x$

פונקציה

$y=\frac{x}{4}-\sqrt{x}$

$\begin{cases} x=4 \\ y=\frac{4}{4}-\sqrt{4}=-1 \end{cases}$

$(4,-1)$

תשובה:
$(4,-1)\cup \min$

(ג). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.

בקצה תחום ההגדרה
x=0

$f(x)=\frac{x}{4}-\sqrt{x}$

$y=\frac{0}{4}-\sqrt{0}$

$y=0$

$(0,0)$

תשובה: נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**
סוג הקיצון הוא max ממנו מתחילה הירידה

(ד). מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים

<u>חיתוך עם ציר x</u>

y=0

$f(x)=\frac{x}{4}-\sqrt{x}$

$y=0$

$0==\frac{x}{4}-\sqrt{x}$

$\frac{x}{4}=\sqrt{x}\,/(\ )^2$

$(\frac{x}{4})^2=(\sqrt{x})^2$

$\frac{x^2}{16}=x$

$0=16x-x^2$

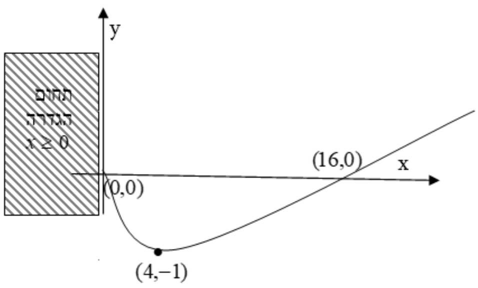
$0=x\cdot(16-x)$

$x_1=0 \quad x_2=16$

$(0,0) \quad (16,0)$

<u>תשובה:</u> $(0,0) \quad (16,0)$

(ה). שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



<u>תשובה סופית:</u>

(א) תחום הגדרה $x\geq 0$ **(ב)** $(4,-1)\cup$ min **(ג)** נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**

סוג הקיצון הוא max ממנו מתחילה הירידה **(ד)** $(0,0) \quad (16,0)$ **(ה) ראה שרטוט**

פרק 2: חקירה ב : - שורש .

<u>שאלה מספר 10</u>: מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תשע"ב 2012.

נתונה הפונקציה $f(x)=x-2\sqrt{x}-3$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(9,0)$.

(א) (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה - y .

(ב) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(ג) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(ד) קבע עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית.

<u>פתרון:</u>

(א) (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

<u>תשובה:</u> <u>תחום ההגדרה</u> : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\geq 0$.

(2) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה - y .

<u>חיתוך עם ציר y</u>

$f(x)=x-2\sqrt{x}-3\backslash$

$x=0$

$y=(0)-2\sqrt{0}-3=-3$

$(0,-3)$

<u>תשובה:</u> $(0,-3)$

(ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה .

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=x-2\sqrt{x}-3$

$\begin{cases} x=1 \\ y=(1)-2\sqrt{(1)}-3=-4 \end{cases}$

$(1,-4)$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$f'(x)=1-\frac{2\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt{x}}$

$f'(x)=m=0$

$0=1-\frac{1}{\sqrt{x}}$

$\frac{1}{\sqrt{x}}=1$

$1=\sqrt{x}\quad /(\ )^2$

$(1)^2=(\sqrt{x})^2$

$x=1$

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt{x}}/\sqrt{x}$

$f'(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

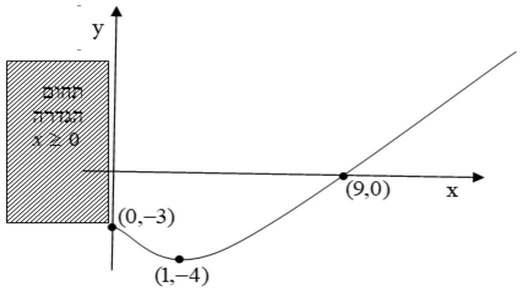
(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x)=\frac{1\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=1 \\ f''(x)=\frac{1}{2\sqrt{(1)}}=+\frac{1}{2}\cup \min \end{cases}$

<u>תשובה:</u> $(1,-4)\cup\min$

(ג) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



(ד) קבע עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית.

x	חיובי	x	שלילי	x	תחום הגדרה	x
$+\infty$	$< x <$	9	$\leq x <$	0		$-\infty$

<u>תשובה:</u> התחום החיובי הוא $9 < x < +\infty$ (התחום בו הפונקציה מעל לציר ה – x)

<u>תשובה סופית:</u>
(א1) $x \geq 0$ (א2) $(0,-3)$ (ב) $(1,-4)\min$ (ג) סרטוט
(ד) הפונקציה חיובית. $9 < x < +\infty$

שאלה מספר 11: מבחן בגרות 35382 מועד ב קיץ תשע"ז 2017.

נתונה פונקציה $f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה y.

ה סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.

ו. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חיתוך את ציר ה – x ? נמק.

פתרון:

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\ge 0$.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=3-\frac{3}{\sqrt{x}} \quad / \sqrt{x}$

$f'(x)=\frac{3\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x)=\frac{3\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=1 \\ f''(x)=\frac{3}{2\sqrt{(1)}}=+1.5\cup\min \end{cases}$

נגזרת ראשונה
x ; m

$f'(x)=3-\frac{6\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f'(x)=m=0$

$0=3-\frac{3}{\sqrt{x}}$

$\frac{3}{\sqrt{x}}=3$

$3=3\sqrt{x} \quad /:3$

$1=\sqrt{x} \quad /(\ )^2$

$(1)^2=(\sqrt{x})^2$

$x=1$

פונקציה
x ; y

$f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$

$\begin{cases} x=1 \\ f(1)=3(1)-3\sqrt{(1)}+7=4 \end{cases}$

$(1,4)$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

תשובה:
$(1,4)\cup\min$

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

x	עלייה	x	ירידה	x	תחום הגדרה	x
		$\cup$				
$+\infty$	$<x<$	1	$\le x<$	0	תחום הגדרה	$-\infty$

תשובה: תחום עלייה: $1<x<+\infty$ תחום ירידה: $0\le x<1$

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה y.

תשובה: $(0,7)$

פונקציה

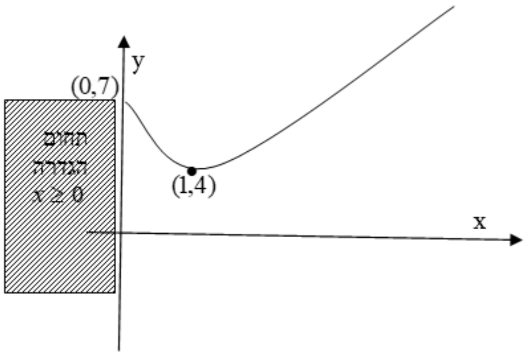
$f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$

$x=0$

$f(0)=3(0)-6\sqrt{(0)}+7=7$

$(0,7)$

ה סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.



ו. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חיתוך את ציר ה – x ? נמק.

תשובה:

אפשרות א: - נקודת המינימום של הפונקציה היא $\min \cup (1,4)$

לכן לא קיימת נקודה חיתוך של הגרף עם ציר ה – x .

אפשרות ב:-

$$x_{1,2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{36-4(9)(49)}}{2(9)}$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{-1728}}{18}$$

שורש במינוס

פונקציה

$f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$

$y=0$

$0=3x-6\sqrt{x}+7$

$6\sqrt{x}=3x+7 \,/(\ )^2$

$(6\sqrt{x})^2=(3x)^2+(7)^2$

$6x=9x^2+49$

$9x^2-6x+49=0$

תשובה סופית

(א). $x \ge 0$ (ב). $\min \cup (1,4)$ (ג) תחום עלייה: $1<x<+\infty$ תחום ירידה: $0 \le x < 1$

(ד) $(0,7)$ (ד). סקיצה (ה) נקודת המינימום של הפונקציה היא $\min \cup (1,4)$ לכן לא קיימת נקודה חיתוך של הגרף עם ציר ה – x .

פרק 3: חקירה ג : - שורש (y=k).

שאלה מספר 7: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תש"ע 2010. ומועד ד' תשע"ד 2014.

נתונה הפונקציה היא $y=6x-12\sqrt{x}$.

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(ב). מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

(ג). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.

(ד). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(ה) הסתמך על תשובותיך לסעיפים א – ד , וקבע אם על גרף הפונקציה יש נקודה ששיעור ה – y שלה הוא (-7) . נמק את קביעתך.

(ו). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

פתרון:

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \ge 0$.

(ב). מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

נגזרת שנייה
min ; max

$$f'(x)=6-\frac{6}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=6-\frac{6}{\sqrt{x}}+6/\sqrt{x}$$

$$f'(x)=\frac{6\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f''(x)=\frac{6\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ f''(x)=\dfrac{6}{2\sqrt{(1)}}=+3\cup \min \end{cases}$$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$$f'(x)=6-\frac{12\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=m=0$$

$$0=6-\frac{6}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{x}}=6$$

$$6=6\sqrt{x} \quad /:6$$

$$1=\sqrt{x} \quad /(\ )^2$$

$$(1)^2=(\sqrt{x})^2$$

$$x=1$$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$$f(x)=6x-12\sqrt{x}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ f(1)=6(1)-12\sqrt{(1)}=-6 \end{cases}$$

$(1,-6)$

$$f(x)=a\sqrt{bx}$$

$$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$$

תשובה:
$(1,-6)\cup \min$

(ג). מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.

תשובה:
נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**
סוג הקיצון הוא max ממנו מתחילה הירידה

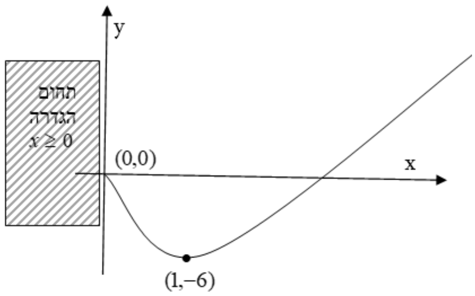
פונקציה

$$f(x)=6x-12\sqrt{x}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=6\cdot(0)-12\sqrt{(0)}=0 \end{cases}$$

$(0,0)$

(ד). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



(ה)
הסתמך על תשובותיך לסעיפים א – ג ,
וקבע אם על גרף הפונקציה יש נקודה ששיעור ה – y שלה הוא (-7) .
נמק את קביעתך.

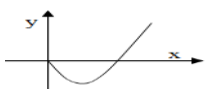
<u>תשובה:</u>
נקודת המינימום של הפונקציה היא $\min \cup (1,-6)$
לכן לא קיימת נקודה על הגרף ששיעור ה – y שלה הוא -7

(ו). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

x	תחום הגדרה	x	ירידה	x $\cup$	עלייה	x
$-\infty$	תחום הגדרה	0	$\leq x <$	1	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u> תחום עלייה: $1 < x < +\infty$ תחום ירידה: $0 \leq x < 1$

<u>תשובה סופית</u>
(א). $x \geq 0$ (ב). $\min \cup (1,-6)$ (ג) **(0,0)** סוג הקיצון הוא max מהנקודה מתחילה הירידה

(ד). סקיצה 

(ה) לא $y = -7$ מתחת למינימום

(ו) תחום עלייה: $1 < x < +\infty$ תחום ירידה: $0 \leq x < 1$

<u>שאלה מספר 8</u> : מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשע"א 2011.

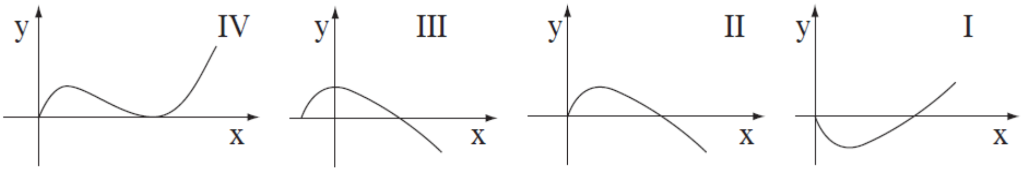
נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x}-x$:

(א). מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(ב) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(ג) מצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(ד). לפניך ארבעה גרפים IV , III, II , I, איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$ הנתונה ? נמק.



(ה). נתון הישר $y=k$ (k הוא פרמטר) , מצא עבור אילו ערכים של k הישר חותך את הפונקציה הנתונה בשתי נקודות שונות.

<u>פתרון:</u>

(א). (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

<u>תשובה:</u> תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \geq 0$.

(א) (2) מצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

<u>נגזרת ראשונה</u>
$x \;;\; m$

$$f'(x)=\frac{2\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}-1$$

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-1$$

$$f'(x)=m=0$$

$$0=\frac{1}{\sqrt{x}}-1$$

$$1=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x}=1 \quad /(\;)^2$$

$$(\sqrt{x})^2=(1)^2$$

$$x=1$$

<u>נגזרת שנייה</u>
min ; max

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-1/\sqrt{x}$$

$$f'(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f''(x)=-\frac{1\cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ f''(x)=-\frac{1}{2\sqrt{(1)}}=-\frac{1}{2}\cap \max \end{cases}$$

<u>פונקציה</u>
$x \;;\; y$

$$f(x)=2\sqrt{x}-x$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2\sqrt{(1)}-(1)=1 \end{cases}$$

(1,1)

$$f(x)=a\sqrt{bx}$$
$$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$$

<u>תשובה:</u>
$(1,1)\cap \max$

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

<u>חיתוך עם ציר y</u>

$f(x)=2\sqrt{x}-x\ \backslash$

$\begin{cases} x=0 \\ y=2\sqrt{(0)}-(0)=0 \end{cases}$

$(0,0)$

<u>חיתוך עם ציר x</u>

y=0

$f(x)=2\sqrt{x}-x$

$0=2\sqrt{x}-x$

$x=2\sqrt{x}\,/(\ )^2$

$(x)^2=(2\sqrt{x})^2$

$x^2=4x$

$0=4x-x^2$

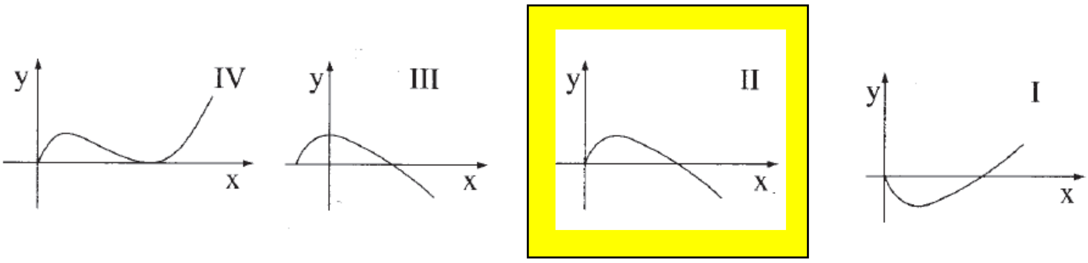
$0=x\cdot(4-x)$

$x_1=0 \quad x_2=4$

$(4,0) \qquad (0,0)$

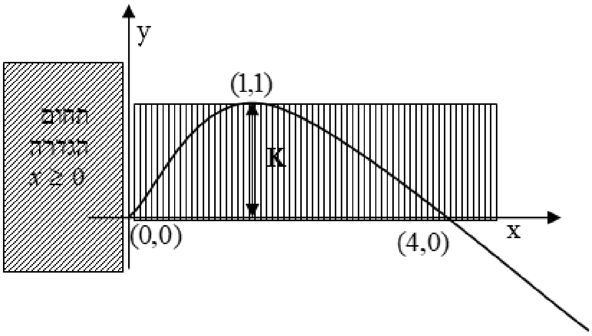
תשובה: $(0,0) \qquad (4,0)$

(ב). לפניך ארבעה גרפים , איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$ הנתונה ? נמק.



<u>תשובה:</u> **<u>גרף מספר 2</u>** מתאים לנקודת קיצון $(1,1)\cap \max$
לנקודות חיתוך עם הצירים $(0,0)(0,4)$ ו לתחום ההגדרה : $x\geq 0$.

(ג). נתון הישר $y=k$ (k הוא פרמטר) , מצא עבור אילו ערכים של k
הישר חותך את הפונקציה הנתונה בשתי נקודות שונות. בין y = 0 לבין y =1



<u>תשובה:</u> $1>y=K\geq 0$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות

<u>תשובה סופית</u> :

(א1). $x\geq 0$ **(א2)** $(0,0)(4,0)$ **(א3)** $(1,1)\cap\max$

(ב). <u>גרף מספר</u> II מתאים לנקודת קיצון $(1,1)\cap\max$ לנקודות חיתוך עם הצירים $(0,0)(0,4)$

ו לתחום ההגדרה : $x\geq 0$. **(ג)** $1>y=K\geq 0$

שאלה מספר 9: מבחן בגרות מועד מרץ תשס"ו 2006 / מועד חורף תשע"ד 2014.

נתונה הפונקציה $y=4\sqrt{x}-2x$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מה הם שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים ?

ג. חשב את שיעורי הנקודה שבה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ שווה לאפס.
וקבע אם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. עבור אלו ערכי k , הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות ?

פתרון:

(א). מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\ge 0$.

(ב). מה הם שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

חיתוך עם ציר y

$f(x)=4\sqrt{x}-2x$

$\begin{cases} x=0 \\ y=4\sqrt{(0)}-2(0)=0 \end{cases}$

(0,0)

חיתוך עם ציר x

$f(x)=4\sqrt{x}-2x$

$y=0$

$0=4\sqrt{x}-2x$

$2x=4\sqrt{x}\ /:4$

$0.5x=\sqrt{x}\ /(\ )^2$

$(0.5x)^2=(\sqrt{x})^2$

$0.25x^2=x$

$0.25x^2-x=0$

$x(0.25x-1)=0$

$x=0 \qquad x=4$

$(0,0) \qquad (4,0)$

תשובה: (4,0) (0,0)

**(ג). חשב את שיעורי הנקודה שבה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ שווה לאפס.
וקבע אם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום.**

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-2/\sqrt{x}$

$f'(x)=\frac{2-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבל את סוג הקיצון)

$f''(x)=-\frac{2\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$\begin{cases} x=1 \\ f''(x)=-\frac{2}{2\sqrt{(1)}}=-1 \cap \max \end{cases}$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$f'(x)=\frac{4\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}-2$

$f'(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-2$

$f'(x)=m=0$

$0=\frac{2}{\sqrt{x}}-2$

$2=\frac{2}{\sqrt{x}}$

$2\sqrt{x}=2$

$2\sqrt{x}=2\ /:2$

$\sqrt{x}=1/(\ )^2$

$(\sqrt{x})^2=(1)^2$

$x=1$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=4\sqrt{x}-2x$

$\begin{cases} x=1 \\ y=4\sqrt{(1)}-2(1)=2 \end{cases}$

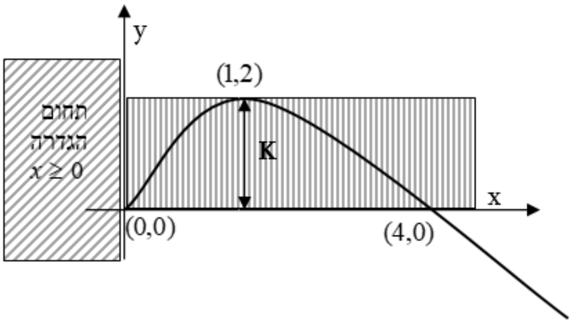
(1,2)

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

תשובה:
$(1,2)\cap\max$

(ד). **סרטט סקיצה של גרף הפונקציה** $f(x)$.



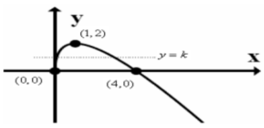
(ה). **עבור אלו ערכי k הישר** $y = k$ **חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות ?**

הישר חותך את הפונקציה הנתונה בשתי נקודות שונות. בין y = 0 לבין y = 2

__תשובה:__ הישר $y = k$ כאשר $2 > K \ge 0$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות

__תשובה סופית:__

(א) $x \ge 0$ **(ב)** $(0,0)$ $(4,0)$ **(ג)** $(1,2)\max$ **(ד)**



(ה) $2 > k \ge 0$

פרק 4: חקירה ד : - שורש מורכבת .

שאלה מספר 12: מבחן בגרות 35003 מועד אוקטובר תשס"ו 2006

נתונה הפונקציה $y=\sqrt{4x}-x$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x.

ג. מצא את נקודת הקיצון המקומית של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה .

ה. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה שבהן שיעור ה- x שווה לשיעור ה- y.

פתרון:

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\geq 0$.

(ב). מצא את נקודת הקיצון המקומית של הפונקציה וקבע את סוגה.

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=\frac{2}{\sqrt{4x}}-1/\sqrt{4x}$

$f'(x)=\frac{2-\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}}$

(מספיק לגזור את המונה
כדי לקבל את סוג הקיצון)

$f''(x)=-\frac{1\cdot 4}{2\sqrt{4x}}$

$\begin{cases} x=1 \\ f''(x)=-\frac{4}{2\sqrt{4(1)}}=-1 \cap \max \end{cases}$

נגזרת ראשונה
x ; m

$f'(x)=\frac{1\cdot 4}{2\cdot\sqrt{4x}}-1$

$f'(x)=m=0$

$0=\frac{2}{\sqrt{4x}}-1$

$1=\frac{2}{\sqrt{4x}}$

$\sqrt{4x}=2 \quad /(\ )^2$

$(\sqrt{4x})^2=(2)^2$

$4x=4$

$x=1$

פונקציה
x ; y

$f(x)=\sqrt{4x}-x$

$\begin{cases} x=1 \\ y=\sqrt{4(1)}-(1)=1 \end{cases}$

(1,1)

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

תשובה:
$(1,1)\cap\max$

(ג). מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x.

חיתוך עם ציר x

y=0

$f(x)=\sqrt{4x}-x$

$0=\sqrt{4x}-x$

$x=\sqrt{4x} \ /(\ )^2$

$(x)^2=(\sqrt{4x})^2$

$x^2=4x$

$x^2-4x=0$

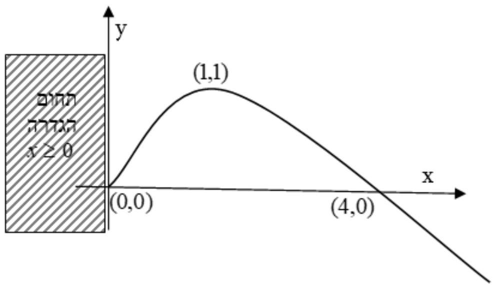
$x(x-4)=0$

$x=0 \qquad x=4$

$(0,0) \qquad (4,0)$

תשובה: (0,0) (4,0)

(ד). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה .



x	תחום הגדרה	x ∪	עלייה	x ∩	ירידה	x
$-\infty$		0	$\le x <$	1	$< x <$	$+\infty$

(ה). מצא את הנקודות על גרף הפונקציה שבהן שיעור ה- x שווה לשיעור ה y.

y=x

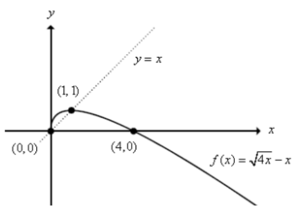
$$y = \sqrt{4x} - x$$
$$y = x$$
$$x = \sqrt{4x} - x$$
$$2x = \sqrt{4x} \ /(\ )^2$$
$$(2x)^2 = (\sqrt{4x})^2$$
$$4x^2 = 4x$$
$$4x^2 - 4x = 0$$
$$x(4x-4) = 0$$
$$x = 0 \qquad x = 1$$
$$(0,0) \qquad (1{,}1)$$

<u>תשובה:</u> הנקודות הם : $(1{,}1)$ $(0{,}0)$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $x \ge 0$ **(ב)** $(4{,}0)$ $(0{,}0)$ **(ג)** $(1{,}1)\max$ **(ד)**

(ה) $(1{,}1)$ $(0{,}0)$



שאלה מספר 13: מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תשס"ז 2007

נתונה הפונקציה $y=\sqrt{2x}-x$

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(ב). לפונקציה יש נקודת מקסימום אחת . מצא את שיעוריה.
(ג). מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה – x ועם ציר ה – y.
(ד). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה .
(ה). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
(ו). מצא את התחום החיובי והשלילי של הפונקציה

פתרון:

(א). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \ge 0$.

(ב). לפונקציה יש נקודת מקסימום אחת . מצא את שיעוריה.

נגזרת שנייה min ; max

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x}}-1/\sqrt{2x}$$

$$f'(x)=\frac{1-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f''(x)=-\frac{1\cdot 2}{2\sqrt{2x}}$$

$$\begin{cases} x=0.5 \\ f''(1)=-\frac{1}{\sqrt{2(0.5)}}=-1 \cap \max \end{cases}$$

נגזרת ראשונה x ; m

$$f'(x)=\frac{1\cdot 2}{2\cdot\sqrt{2x}}-1$$

$$f'(x)=m=0$$

$$0=\frac{1}{\sqrt{2x}}-1$$

$$1=\frac{1}{\sqrt{2x}}$$

$$\sqrt{2x}=1 \quad /(\ )^2$$

$$(\sqrt{2x})^2=(1)^2$$

$$2x=1$$

$$x=0.5$$

פונקציה x ; y

$$f(x)=\sqrt{2x}-x$$

$$\begin{cases} x=0.5 \\ y=\sqrt{2(0.5)}-(0.5)=0.5 \end{cases}$$

$(0.5,0.5)$

$$f(x)=a\sqrt{bx}$$

$$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$$

תשובה
$(0.5,0.5)\cap\max$

(ג). מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה – x ועם ציר ה – y.

חיתוך עם ציר y

x=0

$$f(x)=\sqrt{2x}-x\backslash$$

$$x=0$$

$$y=\sqrt{2(0)}-(0)$$

$$y=0$$

$(0,0)$

חיתוך עם ציר x

y=0

$$f(x)=\sqrt{2x}-x$$

$$0=\sqrt{2x}-x$$

$$x=\sqrt{2x} \quad /(\ )^2$$

$$(x)^2=(\sqrt{2x})^2$$

$$x^2=2x$$

$$x^2-2x=0$$

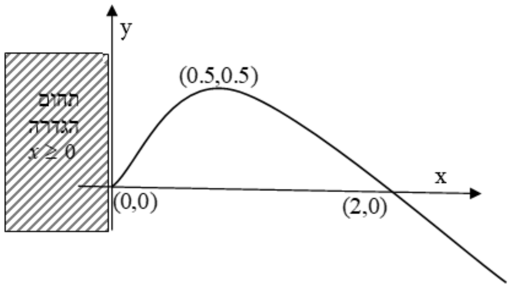
$$x(x-2)=0$$

$$x=0 \qquad x=2$$

$(0,0)$ $(2,0)$

תשובה
$(2,0)$ $(0,0)$

(ד). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה .



(ה). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

x	תחום הגדרה	x $\cup$	עלייה	x $\cap$	ירידה	x
$-\infty$		0	$\le x <$	0.5	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u> תחום עלייה: $0 \le x < 0.5$ תחום ירידה: $0.5 < x < +\infty$

(ו). מצא את התחום החיובי והשלילי של הפונקציה

x	תחום הגדרה	x	חיובי	x	שלילי	x
$-\infty$		0	$\le x <$	2	$< x <$	$+\infty$

<u>תשובה:</u> תחום חיובי: $0 \le x < 2$ תחום שלילי: $2 < x < +\infty$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $x \ge 0$ **(ב)** $(\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \cap \max$ **(ג)** $(2,0)$ $(0,0)$ **(ד)** שרטוט

(ה) תחום עלייה: $0 \le x < 0.5$ תחום ירידה: $0.5 < x < +\infty$

(ו) תחום חיובי: $0 \le x < 2$ תחום שלילי: $2 < x < +\infty$

פרק 5:   חקירה ה : - שורש ללא נקודת קיצון .

שאלה מספר 14: מבחן בגרות 35803 מועד חצב ברק תשע"ב 2012.

נתונה הפונקציה $f(x)=x+\sqrt{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. (1) בדוק אם הנקודה $(1,0)$ נמצאת על גרף הפונקציה.

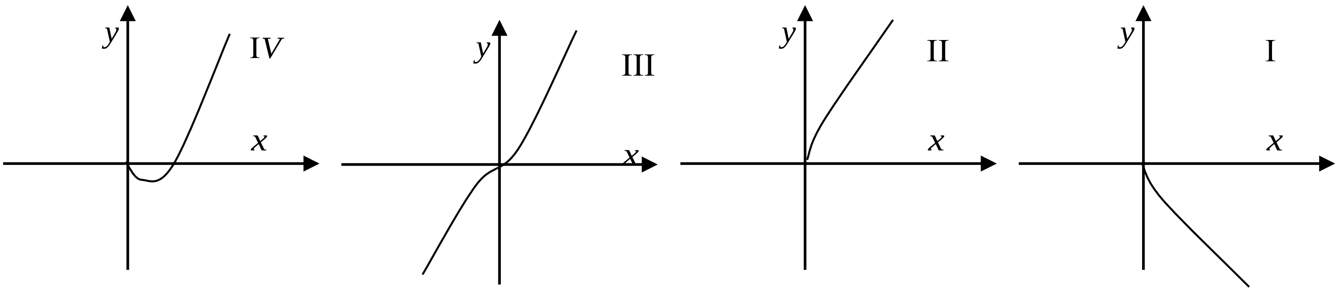
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(ג)(1) הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

(2) הסבר מדוע הפונקציה עולה בתחום $0<x$.

(ד) לפניך ארבעה גרפים I ,II III IV

איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה ? נמק.



פתרון:

(א). (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה.

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\geq 0$.

ב. (1) בדוק אם הנקודה (1,0) נמצאת על גרף הפונקציה.

הנקודה $(1,0)$

$f(x)=x+\sqrt{x}$

$(1,0)$

$0=(1)+\sqrt{1}$

$0\neq 2$

תשובה: לא, הנקודה $(0, 1)$ לא נמצאת על הגרף

(ב2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

חיתוך עם ציר y

x=0

$f(x)=x+\sqrt{x}$

$x=0$

$y=(0)+\sqrt{(0)}$

$y=0$

$(0,0)$

חיתוך עם ציר x

y=0

$f(x)=x+\sqrt{x}$

$0=x+\sqrt{x}$

$-\sqrt{x}=x$

לא קיים חיתוך עם ציר ה-x
מלבד (0,0)

תשובה: (0,0)

(ג1) הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=x+\sqrt{x}$

$f\ '(x)=1+\frac{1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f\ '(x)=m=0$

$0=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$-1=2\sqrt{x}$

$-0.5=\sqrt{x}$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f\ '(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

תשובה: לא קיימת נקודת קיצון

(ג2) הסבר מדוע הפונקציה עולה בתחום $0< x$.

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=x+\sqrt{x}$

$f'(x)=1+\frac{1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}$

$f'(x)=m=?$

$x=1$

$f'(x)=1+\frac{1}{\sqrt{1}}$

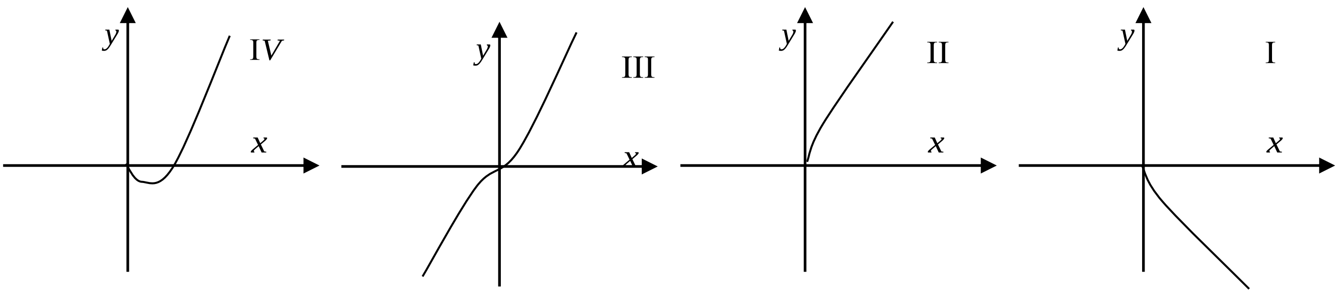
$m=+2$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f\ '(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

תשובה: שיפוע חיובי הפונקציה עולה

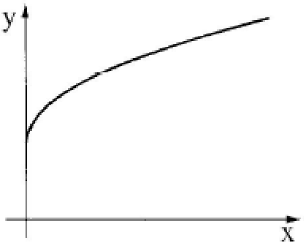
(ד) לפניך ארבעה גרפים I ,II III IV
איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה ? נמק.



תשובה: הגרף המתאים הוא גרף מספר 2. הגרף בעל שיפוע חיובי ולא חותך את ציר ה x ונקודת הקצה היא (0,0).

תשובה סופית:
(א) $x \geq 0$. **(ב1)** : לא, הנקודה (1 ,0) לא נמצאת על הגרף **(ב2)** **(ג1)** **(0,0)**
(ג2) לא קיימת נקודת קיצון
(ד) הגרף המתאים הוא גרף מספר 2. הגרף בעל שיפוע חיובי ולא חותך את ציר ה x ונקודת הקצה היא (0,0).

<u>שאלה מספר 15</u> מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ו 2016.



בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x}+3$,

(א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

(ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה – y .

(ג) גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

(ד) העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה – x שלה הוא 1.
מצא את משוואת המשיק.

(ה) האם הישר y = 2 חותך את גרף הפונקציה ? נמק

<u>פתרון:</u>

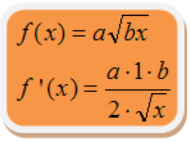
(א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ? **<u>תשובה:</u>** $x \ge 0$

(ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה – y .

$$f(x)=2\sqrt{x}+3$$
$$x=0$$
$$f(x)=2\sqrt{(0)}+3=3$$
$$(0,3)$$

<u>תשובה:</u> $(0,3)$

(ג) גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.



$$f(x)=2\sqrt{x}+3$$
$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$f'(x)=m=0$$
$$0=\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$0\ne 1$$

<u>תשובה:</u> לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

(ד) העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה – x שלה הוא 1.
מצא את משוואת המשיק.

$$f(x)=2\sqrt{x}+3$$
$$x=1$$
$$y=2\sqrt{1}+3=5$$
$$f'(x)=\frac{2\cdot 1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$f'(x)=m=?$$
$$m=\frac{1}{\sqrt{1}}=1$$

<u>משוואת המשיק</u>

$$y-y_1=m(x-x_1)$$
$$(1,5) \qquad m=1$$
$$y-5=1(x-1)$$
$$y=1x-1+5$$
$$y=1x+4$$

<u>תשובה:</u> $y=1x+4$

(ה) האם הישר y = 2 חותך את גרף הפונקציה ? נמק

$$f(x)=2\sqrt{x}+3$$
$$y=2$$
$$2=2\sqrt{1}+3$$
$$-1=2\sqrt{x}$$
$$-0.5=\sqrt{x}$$

<u>תשובה:</u> הישר y = 2 **<u>לא חותך</u>** את גרף הפונקציה

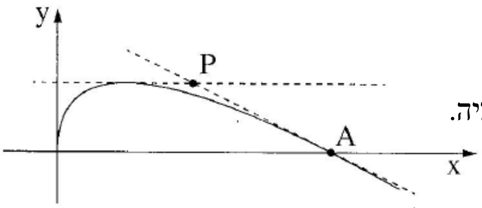
<u>תשובה סופית:</u>

(א) $x \ge 0$ **(ב)** $(0,3)$ **(ג)** לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

(ד) $y=1x+4$ **(ה)** הישר y = 2 **<u>לא חותך</u>** את גרף הפונקציה

פרק 6: משוואת משיק – שורש.

שאלה מספר 16: מבחן בגרות 35382 מועד חורף תשע"ז 2017.



נתונה פונקציה $f(x)=\sqrt{x}-x$. (ראה ציור).

(א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

(ב). מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

העבירו ישר המשיק לפונקציה בנקודה A שבה $x=1$
והעבירו ישר נוסף המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום של הפונקציה.(ראה ציור).

(ג1) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

(ג2) מצא את משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה.

ד. שני המשיקים שאת משוואותיהם מצאת בסעיף ג נפגשים בנקודה P . מצא את שיעורי הנקודה

פתרון:

(א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

תשובה: תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \ge 0$.

(ב). מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\dfrac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$f(x)=\sqrt{x}-x$

$x=0.25$

$y=\sqrt{(0.25)}-0.25$

$y=0.25$

$(0.25,0.25)$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$f'(x)=\dfrac{1\cdot 1\cdot 1}{2\cdot\sqrt{x}}-1$

$f'(x)=m=0$

$0=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-1$

$1=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$2\sqrt{x}=1$

$\sqrt{x}=0.5$

$\sqrt{x}=0.5\quad /(\ )^2$

$(\sqrt{x})^2=(0.5)^2$

$x=0.25$

נגזרת שנייה
min ; max

$f'(x)=\dfrac{2}{2\sqrt{x}}-1/2\sqrt{x}$

$$\boxed{f'(x)=\dfrac{2-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

מספיק לגזור את המונה)
כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x)=-\dfrac{2\cdot 1\cdot 1}{2\sqrt{x}}=-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$f''(0.25)=-\dfrac{1}{\sqrt{0.25}}=-2\cap\max$

נקודות הקיצון:
$(0.25,0.25)\cap\max$

ג1) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

פונקציה $x\ ;\ y$

$f(x)=\sqrt{x}-x$

$x=1$

$y=\sqrt{1}-1=$

$(1,0)$

נגזרת ראשונה $x\ ;\ m$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1$

$f'(x)=m=?$

$x=1$

$m=\frac{1}{2\sqrt{1}}-1=-0.5$

$m=-0.5$

משוואת משיק (ישר)

$y-y_1=m(x-x_1)$

$(1,0)\qquad m=-0.5$

$(y-0)=-0.5(x-1)$

$y=-0.5x+0.5$

תשובה: $y=-0.5x+0.5$

ג1) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

משוואת משיק (ישר)

$y-y_1=m(x-x_1)$

$(0.25,0.25)\qquad m=0$

$(y-0.25)=0(x-0.25)$

$y=0.25$

תשובה: $y=0.25$

ד. שני המשיקים שאת משוואותיהם מצאת בסעיף ג נפגשים בנקודה P .
מצא את שיעורי הנקודה P.

נקודה P

$$\begin{cases} y=-0.5x+0.5 \\ y=0.25 \end{cases}$$

$0.25=-0.5x+0.5$

$0.25-0.5=-0.5x$

$-0.25=-0.5x$

$x=0.5$

$P(0.5,0.25)$

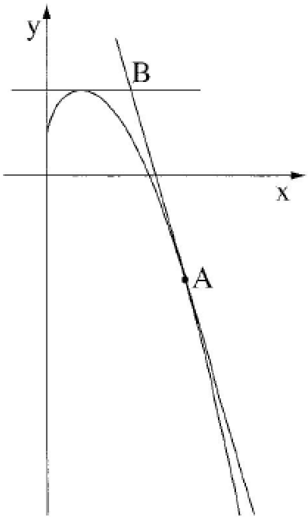
תשובה: $P(0.5,0.25)$

תשובה סופית:

(א) $x\geq 0$. **(ב)** $(0.25,0.25)\cap\max$ **(ג)** $y=0.25$ **(ד)** $P(0.5,0.25)$

<u>שאלה מספר 17:</u> מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ה 2015.

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot \sqrt{x} + 1$,



א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

לגרף הפונקציה העבירו משיק בנקודה A שבה $x = 4$.
(ראה ציור)

ב. (1) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.
(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

המשיק בנקודה A נפגש בנקודה B עם ישר המשיק
לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה (ראה ציור)

ד. (1) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה ?
(2) מצא את השיעורים של הנקודה B.
בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

<u>פתרון:</u>

א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

<u>תשובה:</u> תחום ההגדרה הוא : $x \geq 0$

(ב1) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.

$f(x) = a\sqrt{bx}$

$f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$

פונקציה
$x \; ; \; y$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$

נגזרת ראשונה
$x \; ; \; m$

$f'(x) = -1x + \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$x = 4$

$f'(x) = m = ?$

$m == -1(4) + \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{4}}$

$m = -3.5$

<u>תשובה:</u> $m = -3.5$

(ב2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

פונקציה
$x \; ; \; y$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$

$x = 4$

$f(4) = -\frac{1}{2}(4)^2 + 2\sqrt{4} + 1 = -3$

$(4,-3)$

<u>משוואת המשיק</u>

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$(4,-3) \qquad m = -3.5$

$y + 3 = -3.5(x - 4)$

$y = -3.5x + 14 - 3$

$y = -3.5x + 11$

<u>תשובה:</u> $y = -3.5x + 11$

ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

$$f(x)=a\sqrt{bx}$$
$$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$$

נגזרת ראשונה
$x\ ;\ m$

$$f'(x)=-1x+\frac{2\cdot 1}{2\sqrt{x}}$$
$$f'(x)=m=0$$
$$0=-1x+\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$1x=\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$1x\cdot\sqrt{x}=1/(\ )^2$$
$$x^2\cdot x=1$$
$$x^3=1$$
$$x=\sqrt[3]{1}$$
$$x=1$$

פונקציה
$x\ ;\ y$

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2\sqrt{x}+1$$
$$x=1$$
$$f(1)=-\frac{1}{2}(1)^2+2\sqrt{1}+1=2.5$$
$$(1,2.5)$$

תשובה: $(1,2.5)$

(ד1) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה ?

משוואת המשיק

$$y-y_1=m(x-x_1)$$
$$(1,2.5)\qquad m=0$$
$$y-2.5=0(x-1)$$
$$y=2.5$$

תשובה: $y=2.5$

(ד2) מצא את השיעורים של הנקודה B.
בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

נקודה B

$$y=2.5$$
$$y=-3.5x+11$$
$$2.5=-3.5x+11$$
$$3.5x=8.5$$
$$x=2.4$$
$$B\ (2.4,2.5)$$

תשובה: $B\ (2.4,2.5)$

תשובה סופית:

(א) $x\geq 0$ **(ב1)** $m=-3.5$ **(ב2)** $y=-3.5x+11$

(ג) $(1,2.5)$ $1<x<+\infty$ **(ד1)** $y=2.5$ **(ד2)** $B\ (2.4,2.5)$

<u>שאלה מספר 18</u>: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ח 2008

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}+3\sqrt{2x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה

ב. העבירו ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0.5$
מצא את משוואת המשיק

ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים

<u>פתרון:</u>

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה

<u>תשובה:</u> תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x\geq 0$.
תחום ההגדרה : לאחד חלקי איקס הוא $x\pm 0$
לכן תחום ההגדרה הוא: $x>0$

ב. העבירו ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0.5$
מצא את משוואת המשיק

<u>משוואת משיק (ישר)</u>

$y-y_1=m(x-x_1)$

$(0.5,5)\qquad m=-1$

$(y-5)=-1(x-0.5)$

$y=-1x+0.5+5$

$y=-1x+5.5$

<u>נגזרת ראשונה</u>
$x\ ;\ m$

$x=1\quad m=?$

$f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{3\cdot 1\cdot 2}{2\cdot\sqrt{2x}}$

$f'(x)=m=?$

$m=-\frac{1}{(0.5)^2}+\frac{3\cdot 2}{2\sqrt{2(0.5)}}=$

$m=-1$

<u>פונקציה</u>
$x\ ;\ y$

$x=1\quad y=?$

$f(x)=\frac{1}{x}+3\sqrt{2x}$

$f(0.5)=\frac{1}{(0.5)}+3\sqrt{2(0.5)}$

$y=5$

$(0.5,5)$

$f(x)=\frac{a}{b\cdot x^n}$

$f'(x)=-\frac{a\cdot n}{b\cdot x^{n+1}}$

$f(x)=a\sqrt{bx}$

$f'(x)=\frac{a\cdot 1\cdot b}{2\cdot\sqrt{x}}$

ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים

<u>חיתוך עם ציר x</u>

$y=-1x+5.5$

$y=0$

$0=-1x+5.5$

$(5,5,0)$

<u>חיתוך עם ציר y</u>

$y=-1x+5.5$

$x=0$

$y=-1(0)+5.5$

$(0,5,5)$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $x>0$ **(ב)** $y=-1x+5.5$ **(ג)** $(5.5,0)\ (0,5.5)$