

שורש	חלק 3 ג: - חשבון דיפרנציאלי
מעודכן בשנת 2018	

66	פרק 1: - חקירה א - שורש
68	פרק 2: - חקירה ב - שורש
69	פרק 3: - חקירה ג: - שורש $(y=k)$.
70	פרק 4: חקירה ד: - שורש מורכבת.
71	פרק 5: חקירה ה: - שורש ללא נקודת קיצון.
72	פרק 6: משוואת משיק - שורש.

כתב וערך: יוסי דהן

פרק 1: חקירה א : - שורש.

$$y = a \cdot \sqrt{b \cdot x}$$

$$y' = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2\sqrt{b \cdot x}}$$

שאלה מספר 1: מועד פברואר תשע"ב 2012

$$f(x) = 5\sqrt{x} - x \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- (ג) מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.
- (ד) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
- (ה) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (ו) מצא את תחום העלייה של הפונקציה $f(x)$
- (ז) מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ שלילית

תשובה סופית:

- (א) תחום הגדרה $x \geq 0$ (ב) $\max(6.25, 6.25)$
- (ג) נקודת קצה תחום ההגדרה $(0,0)$ סוג הקיצון הוא \min ממנו מתחילה העלייה
- (ד) $(0,0)$ $(25,0)$ (ה) שרטוט
- (ו) תחום עלייה $0 \leq x < 6.25$ (ז) הפונקציה שלילי $25 < x < +\infty$

שאלה מספר 2: מועד פברואר תשע"א 2011

$$f(x) = 4\sqrt{x} - x \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- (א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (ב) מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$,
- (ג) הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום, ומצא את שיעוריה.
- (ד) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (ה) האם גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(16,0)$? נמק.
- (ו) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובה סופית:

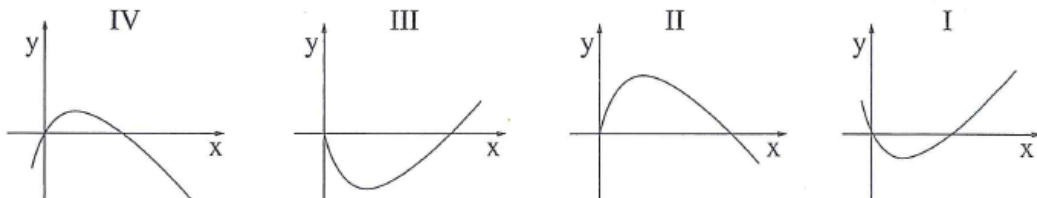
- (א) $x \geq 0$ (ב) $(0,0)$ (ג) $\max(4,4)$ (ד) תחום ירידה $4 < x < +\infty$ תחום עלייה $0 \leq x < 4$
- (ה) כן $(16,0)$ (ו) שרטוט

שאלה מספר 3: מועד נובמבר 2011 תשע"אנתונה הפונקציה $f(x) = 2x - 12\sqrt{x}$,(א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.(ב) מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.(ג) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.(ד) רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.**תשובה סופית:**(א) $x \geq 0$ (ב) $(0,0)$ (ג) $\min(9,-18)$ (ד) תחום עלייה $9 < x < +\infty$ תחום ירידה $0 \leq x < 9$ **שאלה מספר 4:** מועד נובמבר תשע"ב 2012.נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x} - 1x$,(א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.(ב) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .(ג) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.(ד) מצא את תחום העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.(ה) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.**תשובה סופית:**(א) $x \geq 0$ (ב) $(0,0)$ (ג) $\max(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ או $\max(0.25, 0.25)$ (ד) תחום עלייה $0 \leq x < 0.25$ תחום ירידה $0.25 < x < +\infty$ (ה) סקיצה**שאלה מספר 5:** מועד ב קיץ תשע"ד 2014.נתונה הפונקציה $f(x) = 2x - 8\sqrt{x}$,

א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה, נמק.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, נמק את תשובתך.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .ה. קבע איזה מבין הגרפים I – IV שלפניך הוא גרף הפונקציה $f(x)$.**תשובה סופית:**(א) $x \geq 0$ (ב) $\min(4,-8)$ (ג) **תחומי עלייה:** $4 < x < +\infty$ **תחומי ירידה:** $0 < x < 4$ (ד) $(0,0)$ (ה) גרף III מתאים לנקודות הקיצון תחום ההגדרה ולחיתוך עם ציר ה- y

שאלה מספר 6. מועד חצב ברק תשס"ד 2004

$$y = \frac{x}{4} - \sqrt{x} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 (ג) מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.
 (ד) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים
 (ה) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובה סופית:

- (א) תחום הגדרה $x \geq 0$ (ב) $(4, -1) \cup \min$ (ג) נקודת קצה תחום ההגדרה $(0, 0)$
 סוג הקיצון הוא \max ממנו מתחילה הירידה (ד) $(16, 0)$ (ה) ראה שרטוט

פרק 2: חקירה ב: - שורש .

שאלה מספר 7: מועד ב' קיץ תשע"ב 2012.

$$f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3 \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(9, 0)$.
 (א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 (ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
 (ג) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (ד) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (ה) קבע עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית.

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $(0, -3)$ (ג) $\min (1, -4)$ (ד) סרטוט
 (ה) הפונקציה חיובית. $9 < x < +\infty$

שאלה מספר 8: מועד ב' קיץ תשע"ז 2017.

$$f(x) = 3x - 6\sqrt{x} + 7 \quad \text{נתונה פונקציה}$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
 ה. סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.
 ו. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חיתוך את ציר ה- x ? נמק.

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $(1, 4) \cup \min$ (ג) תחום עלייה: $1 < x < +\infty$ תחום ירידה: $0 \leq x < 1$
 (ד) $(0, 7)$ (ה) סקיצה (ו) נקודת המינימום של הפונקציה היא $(1, 4) \cup \min$ לכן לא קיימת נקודה חיתוך של הגרף עם ציר ה- x .

פרק 3: חקירה ג : - שורש ($y=k$).

שאלה מספר 9: מועד ד' תשע"ד 2014.

נתונה הפונקציה היא $y = 6x - 12\sqrt{x}$.

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.
 (ג) מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.
 (ד) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 (ה) הסתמך על תשובותיך לסעיפים א – ד, וקבע אם על גרף הפונקציה יש נקודה ששיעור ה- y שלה הוא (-7) . נמק את קביעתך.
 (ו) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

תשובה סופית

(א) $x \geq 0$. (ב) $\min (1, -6) \cup \max (0, 0)$ סוג הקיצון הוא \max מהנקודה מתחילה הירידה

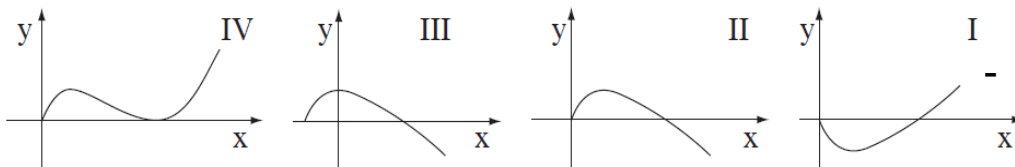
(ד) סקיצה  (ה) לא $y = -7$ מתחת למינימום

(ו) תחום עלייה: $1 < x < +\infty$ תחום ירידה: $0 \leq x < 1$

שאלה מספר 10: מועד א' קיץ תשע"א 2011.

נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} - x$:

- (א) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (ב) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (ג) מצא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (ד) לפניך ארבעה גרפים I, II, III, IV, איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$ הנתונה? נמק.



(ה) נתון הישר $y = k$ (k הוא פרמטר), מצא עבור אילו ערכים של k הישר חותך את הפונקציה הנתונה בשתי נקודות שונות.

תשובה סופית:

(1א) $x \geq 0$. (2א) $(0,0)(4,0)$ (3א) $\max (1,1)$

(ב) גרף מספר II מתאים לנקודת קיצון $\max (1,1)$ לנקודות חיתוך עם הצירים $(0,4)(0,0)$

ו לתחום ההגדרה: $x \geq 0$. (ג) $1 > y = K \geq 0$

פירוט מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת: <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 11: מועד חורף תשע"ד 2014.

נתונה הפונקציה $y = 4\sqrt{x} - 2x$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מה הם שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים?
- ג. חשב את שיעורי הנקודה שבה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ שווה לאפס. וקבע אם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. עבור אלו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות?

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $(0,0)$ (ג) $\max(1,2)$ (ד) שרטוט (ה) $2 > k \geq 0$

פרק 4: חקירה ד - שורש מורכבת.**שאלה מספר 12:** מועד אוקטובר תשס"ו 2006

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{4x} - x$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ג. מצא את נקודת הקיצון המקומית של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה שבהן שיעור ה- x שווה לשיעור ה- y .

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $(0,0)$ (ג) $\max(1,1)$ (ד) שו (ה) $(1,1)$ (0,0)

שאלה מספר 13: מועד ב' קיץ תשס"ז 2007

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{2x} - x$

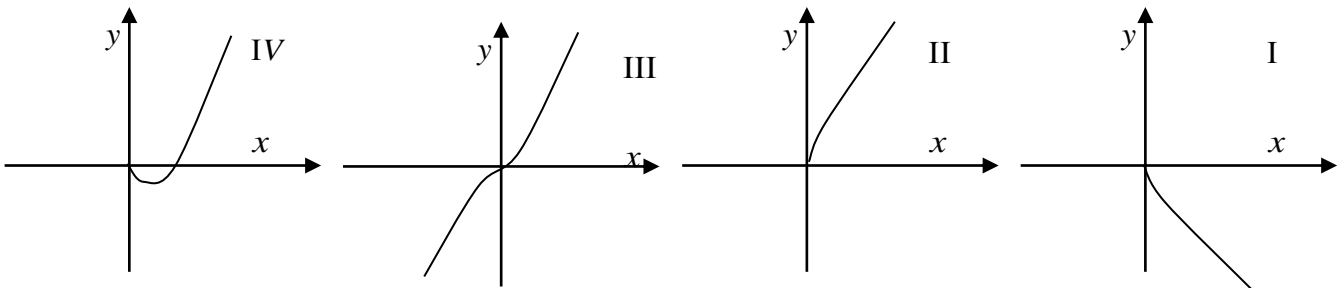
- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (ב) לפונקציה יש נקודת מקסימום אחת. מצא את שיעוריה.
- (ג) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x ועם ציר ה- y .
- (ד) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- (ה) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (ו) מצא את התחום החיובי והשלילי של הפונקציה

תשובה סופית:

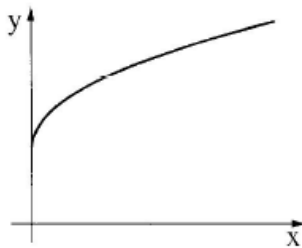
- (א) $x \geq 0$ (ב) $\max(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cap (0,0)$ (ג) $(2,0)$ (ד) שרטוט
- (ה) תחום עלייה: $0 \leq x < 0.5$ תחום ירידה: $0.5 < x < +\infty$
- (ו) תחום חיובי: $0 \leq x < 2$ תחום שלילי: $2 < x < +\infty$

פרק 5: חקירה ה - שורש ללא נקודת קיצון .**שאלה מספר 14:** מועד חצב ברק תשע"ב 2012.נתונה הפונקציה $f(x) = x + \sqrt{x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. (1) בדוק אם הנקודה (1,0) נמצאת על גרף הפונקציה.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 (ג) (1) הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
 (2) הסבר מדוע הפונקציה עולה בתחום $0 < x$.
 (ד) לפניך ארבעה גרפים I, II, III, IV איזה מבין הגרפים מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.

**תשובה סופית:**

- (א) $x \geq 0$: לא, הנקודה (1,0) לא נמצאת על הגרף (ב) (ג) (0,0)
 (ג) לא קיימת נקודת קיצון
 (ד) הגרף המתאים הוא גרף מספר 2. הגרף בעל שיפוע חיובי ולא חותך את ציר ה x ונקודת הקצה היא (0,0).

שאלה מספר 15: מועד ב קיץ תשע"ו 2016.בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$,

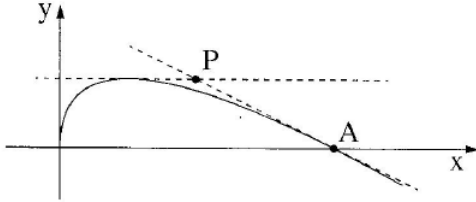
- (א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 (ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה y.
 (ג) גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
 (ד) העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה x שלה הוא 1.
 מצא את משוואת המשיק.
 (ה) האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$
 (ב) (0,3)
 (ג) לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
 (ד) $y = 1x + 4$
 (ה) הישר $y = 2$ לא חותך את גרף הפונקציה

פרק 6: משוואת משיק – שורש.

שאלה מספר 16: מועד חורף תשע"ז 2017.



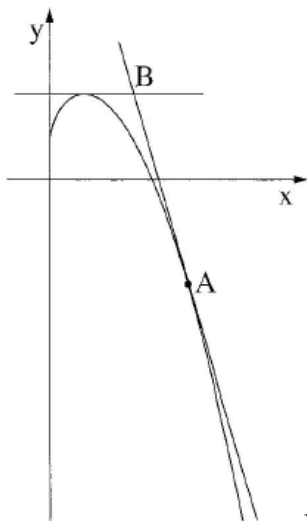
נתונה פונקציה $f(x) = \sqrt{x} - x$. (ראה ציור).

- (א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 (ב) מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה. העבירו ישר המשיק לפונקציה בנקודה A שבה $x = 1$ והעבירו ישר נוסף המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום של הפונקציה. (ראה ציור).
 (ג) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.
 (ד) מצא את משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה.
 ד. שני המשיקים שאת משוואותיהם מצאת בסעיף ג נפגשים בנקודה P. מצא את שיעורי הנקודה

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $\max(0.25, 0.25)$ (ג) $y = 0.25$ (ד) $P(0.5, 0.25)$

שאלה מספר 17: מועד א קיץ תשע"ה 2015.



נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot \sqrt{x} + 1$,

- א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 לגרף הפונקציה העבירו משיק בנקודה A שבה $x = 4$. (ראה ציור)
 ב. (1) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.
 (2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.
 ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה. המשיק בנקודה A נפגש בנקודה B עם ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה. (ראה ציור)
 ד. (1) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה?
 (2) מצא את השיעורים של הנקודה B.
 בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $m = -3.5$ (ג) $(1, 2.5)$ (ד) $y = 2.5$ (א) $y = -3.5x + 11$ (ב) $B(2.4, 2.5)$ (ד) $1 < x < +\infty$

שאלה מספר 18: מועד חורף תשס"ח 2008

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה
 ב. העבירו ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0.5$ מצא את משוואת המשיק
 ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים

תשובה סופית:

- (א) $x > 0$ (ב) $y = -1x + 5.5$ (ג) $(5.5, 0)$ (ד) $(0, 5.5)$