

מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ד 2014

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

בעל חנות בגדים קנה x חולצות במחיר כולל של 2500 שקלים
 20 חולצות היו פגומות, ולכן לא נמכרו. שאר החולצות נמכרו ברווח של 60%.
 בעל החנות הרוויח בעסקה זו 860 שקלים.
 א. חשב כמה חולצות קנה בעל החנות.
 ב. חשב כמה שילם בעל החנות עבור חולצה אחת.
 ג. בכמה שקלים מכר בעל החנות כל חולצה?

פתרון

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - מחיר חולצה y - כמות החולצות
רווח של 60%
 $1 + \frac{60}{100} = 1.6$

חולצות			
משוואה	כמות	מחיר	
$x \cdot y = 2500$	y	x	קניה
$1.6x \cdot (y - 20) = 2500 + 860$	$y - 20$	$1.6x$	מכירה

$$\begin{aligned}
 1.6x \cdot (y - 20) &= 2500 + 860 & x \cdot y &= 2500 \\
 1.6xy - 32x &= 3360 & x &= 20 \\
 x \cdot y &= 2500 & y &= \frac{2500}{20} \\
 1.6 \cdot 2500 - 32x &= 3360 & y &= 125 \\
 4000 - 32x &= 3360 \\
 4000 - 3360 &= 32x \\
 640 &= 32x \\
 x &= 20
 \end{aligned}$$

א. חשב כמה חולצות קנה בעל החנות.

תשובה: בעל החנות קנה 125 חולצות

ב. חשב כמה שילם בעל החנות עבור חולצה אחת.

תשובה: בעל החנות שילם 20 שקלים עבור חולצה אחת

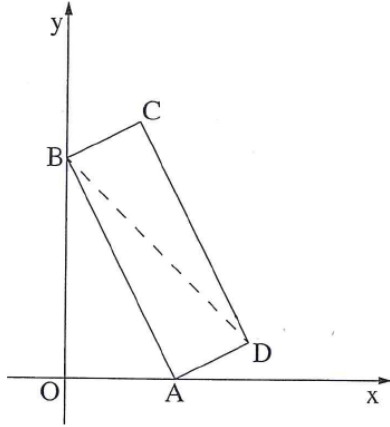
ג. בכמה שקלים מכר בעל החנות כל חולצה?

תשובה: בעל החנות מכר ב $32 = 1.6 \cdot 20$ שקלים כל חולצה.

תשובה סופית:

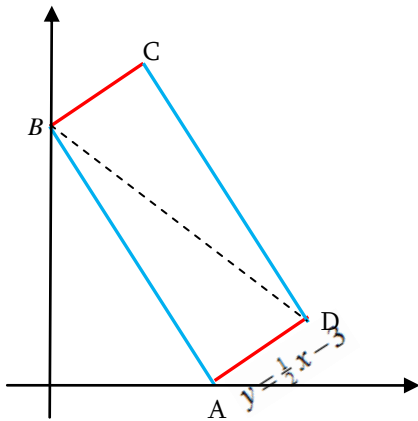
(א) 125 חולצות (ב) 20 שקלים (ג) 32 שקלים

שאלה מספר 2:



קדקוד A של מלבן ABCD מונח על ציר ה- x .
 וקדקוד B של המלבן נח על ציר ה- y (ראה ציור).
 משוואת הישר AD היא $y = \frac{1}{2}x - 3$.
 א. מצא את שיעורי נקודה A.
 ב. מצא את השיפוע של הצלע AB.
 ג. מצא את שיעורי הנקודה B.
 ד. שיעור ה- x של הנקודה D הוא 10.
 חשב את שטח המרובע OBDA (ראשית הצירים) O):
פתרון:

(1א) מצא את שיעורי נקודה A.



נקודה A

$$0 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$3 = \frac{1}{2}x$$

$$y = 0$$

$$x = 6$$

$$A(6,0)$$

תשובה: A(6,0)

(2א) מצא את השיפוע של הצלע AB.

שיפוע AD

$$m_{AD} = \frac{1}{2} \quad m_{AB} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

תשובה: $m_{AB} = -2$

(3א) מצא את שיעורי הנקודה B.

נקודה B

$$y = -2x + 12$$

$$x = 0$$

$$y = -2(0) + 12$$

$$y = 12$$

$$B(0,12)$$

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(6,0) \quad m = -2$$

$$y - 0 = -2(x - 6)$$

$$y_{AB} = -2x + 12$$

תשובה: B(0,12)

ב. שיעור ה- x של הנקודה D הוא 10. מצא את שיעור ה- y של הנקודה D.

נקודה D

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

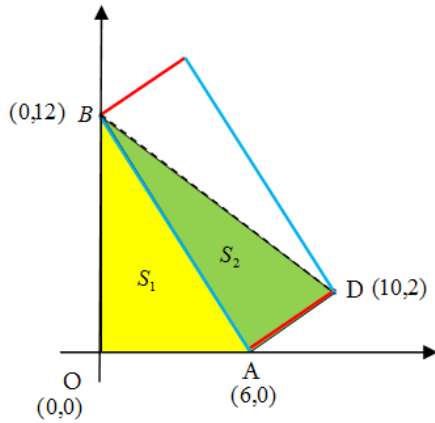
$$x = 10$$

$$y = \frac{1}{2}(10) - 3$$

$$y = 2$$

$$D(10,2)$$

ג. חשב את שטח המרובע OBDA (O ראשית הצירים)



שטח המרובע OBDA בנוי משני משולשים

משולש אחד AOB

ומשולש שני DAB

שטח משולש אחד

$$S_{AOB} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36$$

$$S_{AOB} = 36$$

אורך הקטע AB

$$A(6,0) \quad B(0,12)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (6 - 0)^2 + (0 - 12)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{180}$$

אורך הקטע AD

$$A(6,0) \quad D(10,2)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (6 - 10)^2 + (0 - 2)^2$$

$$d_{AD} = \sqrt{20}$$

שטח משולש שני

$$S_{DAB} = \frac{\sqrt{180} \cdot \sqrt{20}}{2} = 30$$

$$S_{DAB} = 30$$

שטח המרובע

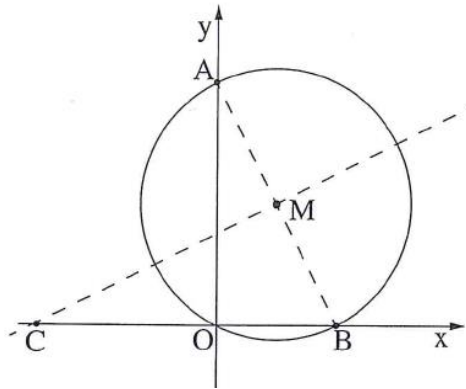
$$S = 30 + 36 = 66$$

תשובה: $S_{OBDA} = 66$

תשובה סופית :

(1א) $A(6,0)$ (2א) $m_{AB} = -2$ (3א) $B(0,12)$ (ב) $y_D = 2$ (ג) $s = 66$

שאלה מספר 3



- מעגל שמרכזו בנקודה $M(2, 4)$
 עובר בראשית הצירים $O(0, 0)$,
 וחותר את הצירים גם בנקודות A ו-B (ראה ציור).
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ג. הראה כי AB הוא קוטר המעגל.
 ד. דרך מרכז המעגל העבירו ישר המאונך ל-AB, החותר את ציר ה-x בנקודה C. (ראה ציור).
 מצא את שיעורי הנקודה C.

א. מצא את משוואת המעגל.

רדיוס המעגל	משוואת המעגל
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
$M(2,4)$	$M(2,4) \quad R^2 = 20$
$(x-2)^2 + (y-4)^2 = R^2$	$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$
$(0,0)$	
$(0-2)^2 + (0-4)^2 = R^2$	
$R^2 = 20$	תשובה: $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

נקודה A	נקודה B
$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$	$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$
$x = 0$	$y = 0$
$(0-2)^2 + (y-4)^2 = 20$	$(x-2)^2 + (0-4)^2 = 20$
$(y-4)^2 = 20 - 4$	$(x-2)^2 = 20 - 16$
$y - 4 = \pm\sqrt{16}$	$x - 2 = \pm\sqrt{4}$
$y = \pm 4 + 4$	$x = \pm 2 + 2$
$y_1 = +4 + 4 = 8$	$x_1 = +2 + 2 = 4$
$y_2 = -4 + 4 = 0$	$x_2 = -2 + 2 = 0$
$A(0,8) \quad O(0,0)$	$B(4,0) \quad O(0,0)$

תשובה: $A(0,8) \quad B(4,0)$

ג. הראה כי AB הוא קוטר המעגל.

נקודה M

A M B
 (0,8) (2,4) (4,0)

$$x_1, y_1 \qquad x_M, y_M$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$2 = \frac{(0) + (4)}{2} \qquad 4 = \frac{(8) + (0)}{2}$$

$$2 = 2 \qquad 4 = 4$$

M(2,4)

ד. דרך מרכז המעגל העבירו ישר המאונך ל-AB, החותך את ציר ה-x בנקודה C. (ראה ציור). מצא את שיעורי הנקודה C.

שיפוע AB

A(0,8) B(4,0)
 (x₁, y₁) (x₂, y₂)

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(0) - (8)}{(4) - (0)} = -\frac{8}{4}$$

$$m_{AB} = -2$$

שיפוע MC

$$m_{AB} = -2 \quad m_{MC} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת MC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,4) \quad m = \frac{1}{2}$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y_{MC} = \frac{1}{2}x - 1 + 4$$

$$y_{MC} = \frac{1}{2}x + 3$$

נקודה C

$$y_{MC} = \frac{1}{2}x + 3$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{1}{2}x + 3$$

$$-\frac{1}{2}x = 3$$

$$x = -6$$

C(-6,0)

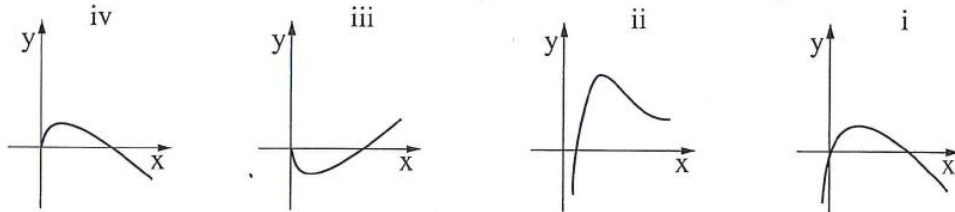
תשובה סופית:

C(-6,0) (ד) הוכחה (ג) A(0,8) B(4,0) (ב) (x-2)² + (y-4)² = 20 (א)

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את x שעבורו $f'(x) = 0$.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. נמק.
- איזה מבין הגרפים I – IV שלפניך הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



פתרון:

(א). מהו תחום הגדרה של הפונקציה?

תשובה: תחום ההגדרה: לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \geq 0$.

(ב). מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

חיתוך עם ציר x

$$y=0$$

$$f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$$

$$0 = 4\sqrt{x} - 2x$$

$$2x = 4\sqrt{x} \quad / : 2$$

$$x = 2\sqrt{x} \quad ()^2$$

$$(x)^2 = (2\sqrt{x})^2$$

$$x^2 = 4x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 4$$

$$(0,0) \quad (4,0)$$

חיתוך עם ציר y

$$x=0$$

$$f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$$

$$x = 0$$

$$y = 4\sqrt{(0)} - 2(0)$$

$$y = 0$$

$$(0,0)$$

(0,0) (4,0) **תשובה:**

(ג). מצא את x שעבורו $f'(x) = 0$.

$$f(x) = a\sqrt{bx}$$

$$f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$$

$$x = 1$$

$$f(1) = 4\sqrt{(1)} - 2(1)$$

$$y = 2$$

$$(1, 2)$$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{\sqrt{x}} - 2$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = \frac{2}{2\sqrt{x}} - 2$$

$$2 = \frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$4\sqrt{x} = 4 : 4$$

$$\sqrt{x} = 1 / ()^2$$

$$(\sqrt{x})^2 = (1)^2$$

$$x = 1$$

נגזרת שנייה
min ; max

$$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{x}} - 2/2\sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{4 - 4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f''(x) = -\frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

$$f''(1) = -\frac{4}{2\sqrt{(1)}} = -2 \cap \max$$

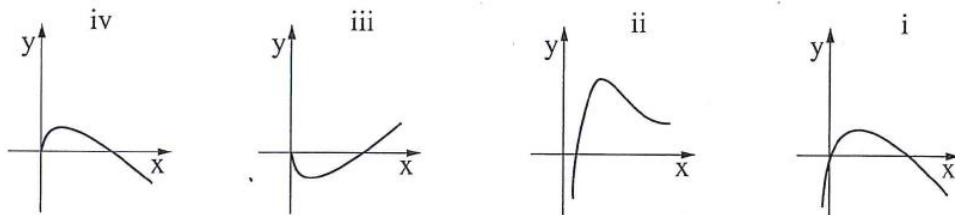
נקודות הקיצון:
 $(1, 2) \cap \max$

(ד). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

x	תחום הגדרה	x	עלייה	x	ירידה	x
$-\infty$		0	$\leq x <$	1	$< x <$	$+\infty$

תשובה: תחום עלייה: $0 \leq x < 1$ תחום ירידה: $1 < x < +\infty$

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. נמק. איזה מבין הגרפים I-IV שלפניך הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



תשובה: גרף מספר 4 מתאים לנקודת קיצון, לחיתוך עם הצירים, ולתחום ההגדרה.

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$ (ב) $(0, 0)$ $(4, 0)$ (ג) $x = 1$
 (ד) תחום עלייה: $0 < x < 1$ תחום ירידה: $1 < x$ (ה) גרף מספר 4

שאלה מספר 5

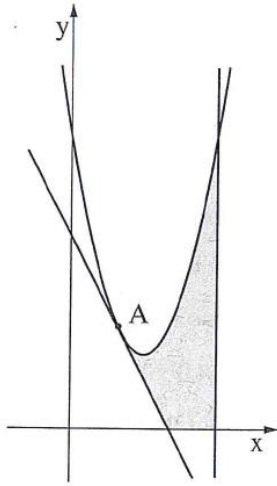
נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 6x + 6$,

ונתון ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = 1$,
 א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי:

גרף הפונקציה, המשיק, הישר $x = 3$, וציר ה- x .
 (השטח האפור בצירור)



פתרון:

א. מצא את משוואת המשיק.

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$(1,2) \quad m = -2$$

$$y - 2 = -2(x - 1)$$

$$y = -2x + 2 + 2$$

$$y = -2x + 4$$

פונקציה

$$y = ?$$

$$y = 2x^2 - 6x + 6$$

$$y = 2(1)^2 - 6(1) + 6$$

$$y = 2$$

נגזרת ראשונה

$$m = ?$$

$$f'(x) = 4x - 6$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$m = 4(1) - 6$$

$$m = -2$$

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

חיתוך עם ציר ה- x

$$y = -2x + 4$$

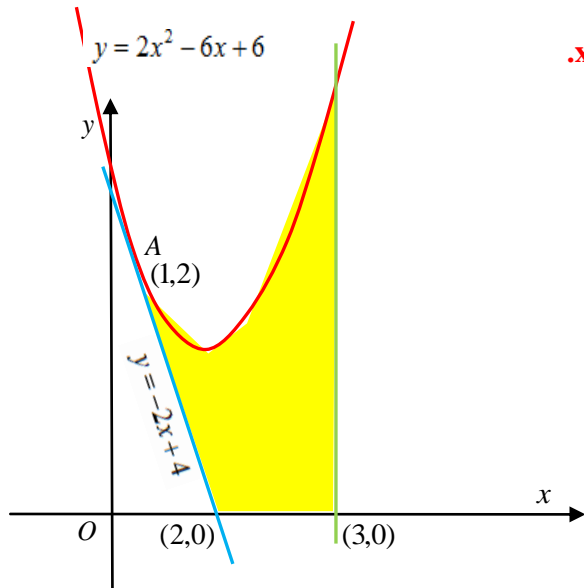
$$y = 0$$

$$0 = -2x + 4$$

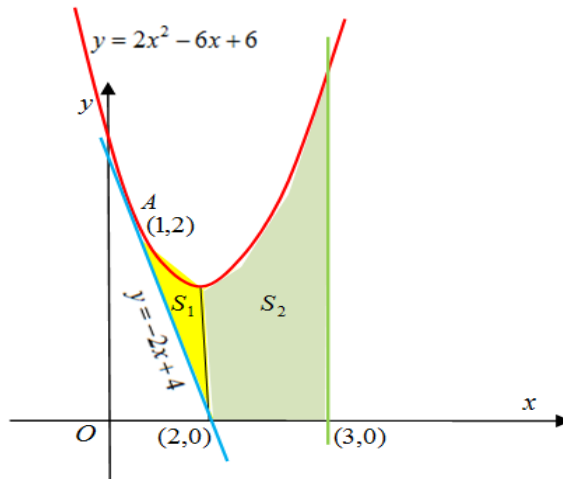
$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$(2,0)$$



ג. חשב את השטח המוגבל על ידי: גרף הפונקציה, המשיק, הישר $x = 3$, וציר ה- x .
(השטח האפור שבציור)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = 2x^2 - 6x + 6$	x גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה $y = -2x + 4$	$x = 2$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = 2x^2 - 6x + 6$	x גדול/ימין
$x = 2$	פונקציה תחתונה $y = 0$	$x = 3$

$$S_1 = \int_1^2 (2x^2 - 6x + 6) - (-2x + 4) dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (2x^2 - 6x + 6 + 2x - 4) dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (2x^2 - 4x + 2) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 2x \right]_1^2$$

$$S_1 = \left[\frac{2(2)^3}{3} - \frac{4(2)^2}{2} + 2(2) \right] - \left[\frac{2(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 2(1) \right]$$

$$S_1 = \left[\frac{2(2)^3}{3} - \frac{4(2)^2}{2} + 2(2) \right] - \left[\frac{2(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 2(1) \right]$$

$$S_1 = \left[1\frac{1}{3} \right] - \left[\frac{2}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 - S_2$$

$$S_2 = \left[\frac{2}{3} \right] + \left[3\frac{2}{3} \right] = 4\frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_2^3 (2x^2 - 6x + 6) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_2^3 (2x^2 - 6x + 6) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 6x \right]_2^3$$

$$S_2 = \left[\frac{2(3)^3}{3} - \frac{6(3)^2}{2} + 6(3) \right] - \left[\frac{2(2)^3}{3} - \frac{6(2)^2}{2} + 6(2) \right]$$

$$S_2 = [9] - \left[5\frac{1}{3} \right]$$

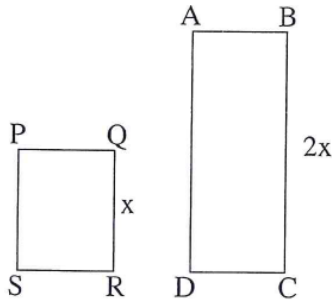
$$S_2 = \left[3\frac{2}{3} \right]$$

תשובה סופית:

$$S = \frac{2}{3} + 3\frac{2}{3} = 4\frac{1}{3} \quad \text{(א)} \quad (2,0) \quad \text{(ב)} \quad y = -2x + 4 \quad \text{(א)}$$

שאלה מספר 6 :

נתונים שני מלבנים ABCD ו-PQRS (ראה ציור)
 נתון : 30 ס"מ = AB+BC (סכום אורכי הצלעות AB ו-BC הוא 30 ס"מ)



$$AB = PQ$$

$$QR = x$$

$$BC = 2x$$

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע AB.

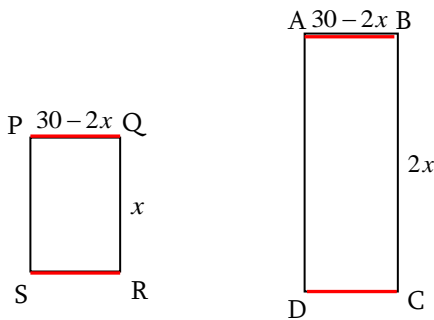
ב. הבע באמצעות x את סכום שטחי המלבנים.

ג. מה צריך להיות x כדי שסכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי?

פתרון:

1. משפט המטרה: **שסכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי**

2. נוסחת המטרה: $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \max$



3. נוסחת עזר:

מלבן ABCD

$$30 = AB + BC$$

$$30 = AB + 2x$$

$$30 - 2x = AB$$

$$p = S_1 + S_2$$

$$p = [x \cdot (30 - 2x)] + [2x \cdot (30 - 2x)]$$

$$p = [30x - 2x^2] + [60x - 4x^2]$$

$$p = 90x - 6x^2$$

4. פונקציית המטרה

$$P = 90x - 6x^2$$

הפונקציה

$$P = 90x - 6x^2$$

$$x = 7.5$$

$$P = 90 \cdot (7.5) - 6 \cdot (7.5)^2$$

$$P = 337.5$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 90 - 12x$$

$$P' = 0$$

$$0 = 90 - 12x$$

$$12x = 90$$

$$x = 7.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -12 \cap \max$$

סיכום התשובות

$$x = 7.5 \quad \max$$

$$p = 337.5$$

תשובה סופית:

(א) $30 - 2x$ (ב) $x = 7.5$ (א) $-6x^2 + 90x$ (ב) $x = 7.5$