

**מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ד 2014**

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

**שאלה מספר 1**

סוחר מציע למכירה שני סוגים של אותו צעצוע, סוג א וסוג ב. המחיר של צעצוע מסוג א היה גדול ב- 20 שקלים מהמחיר של צעצוע מסוג ב. הסוחר העלה את המחיר של צעצוע מסוג א ב- 10 שקלים, ואת המחיר של צעצוע מסוג ב ב- 3 שקלים. אחרי עליית המחירים, המחיר של צעצוע מסוג ב הוא 55% מן המחיר של צעצוע מסוג א. א. מצא את המחיר של צעצוע מסוג א ואת המחיר של צעצוע מסוג ב לפני עליית המחירים. ב. בכמה אחוזים עלה המחיר של צעצוע מסוג ב?

**פתרון:**

**הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016**  
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,  
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

**נתונים**

הגדרת המשתנים: x - מחיר צעצוע מסוג ב',

**הוא - 5%**

$$\frac{55}{100} = 0.55$$

**פתרון**

**א. מצא את המחיר של צעצוע מסוג א ואת המחיר של צעצוע מסוג ב לפני עליית המחירים.**

משוואה	סה"כ	צעצוע סוג ב'		פעולה	צעצוע סוג א'		
		מחיר	כמות		מחיר	כמות	
		x			x + 20		לפני
$(x + 3) = 0.55 \cdot (x + 30)$		x + 3		= 0.55 \cdot	x + 30		אחרי

$$x + 3 = 0.55 \cdot (x + 30)$$

$$x + 3 = 0.55x + 16.5$$

$$0.45x = 13.5$$

$$x = 30$$

**תשובה:** מחיר צעצוע סוג ב' לפני עליית המחירים הוא 30 שקלים. ומחיר צעצוע סוג א' לפני עליית המחירים הוא 50 שקלים

**ב. בכמה אחוזים עלה המחיר של צעצוע מסוג ב' ?**

צעצועים		
סוג א	סוג ב	
50	30	לפני העלאת המחירים
80	33	אחרי העלאת המחירים

אחוזים	צעצוע
	3
100%	30

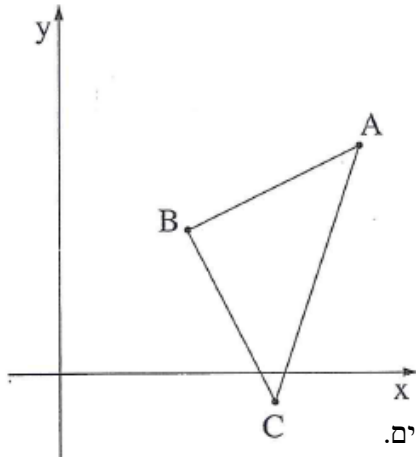
$$\frac{3}{30} \cdot 100 = 10\%$$

**תשובה:** 10%

**תשובה סופית:**

(א) סוג א 50 שקלים, סוג ב 30 שקלים. (ב) 10%

**שאלה מספר 2**



נתון משולש ABC. צלעות המשולש AB ו- BC מונחות על הישרים

$$y = -2x + 17 \quad \text{ו} \quad y = \frac{1}{2}x + 2$$

(ראה ציור)

א. מצא את שיעורי הנקודה B.

ב. שיעור ה- x של הנקודה A הוא 12.

מצא את שיעור ה- y של הנקודה A.

ג. נתון כי שיעורי הנקודה C הם (9, -1)

הוכח כי המשולש ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

ד. חשב את שטח המשולש ABC.

**נקודה B**

$$y_{BC} = y_{AB}$$

$$-2x + 17 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$17 - 2 = 2x + \frac{1}{2}x$$

$$15 = 2\frac{1}{2}x$$

$$x = 6$$

$$y = -2x + 17$$

$$x = 6$$

$$y = -2(6) + 17$$

$$y = 5$$

$$B(6,5)$$

**פתרון:**

**א. מצא את שיעורי הנקודה B.**

**ב. שיעור ה- x של הנקודה A הוא 12. מצא את שיעור ה- y של הנקודה A.**

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \quad y = \frac{1}{2}(12) + 2$$

$$x = 12 \quad y = 8$$

$$A(12,8)$$

**תשובה:** A(12,8)

**ג. נתון כי שיעורי הנקודה C הם (9, -1)**

**הוכח כי המשולש ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים.**

**שיפוע AB**

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$m_{AB} = \frac{1}{2}$$

**שיפוע BC**

$$y = -2x + 17$$

$$m_{BC} = -2$$

$$m_{BC} = -2 \quad m_{AB} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

לכן המשולש ישר זווית

**משולש ישר זווית**

**משולש שווה שוקיים : מציאת אורכי הצלעות BC ו AD**

**אורך קטע AD**

$$A(12,8) \quad D(6,5)$$

$$d^2 = (6-12)^2 + (5-8)^2$$

$$d_{AD} = \sqrt{45}$$

**אורך הקטע BC**

$$B(6,5) \quad D(9,-1)$$

$$d^2 = (9-6)^2 + (-1-5)^2$$

$$d_{BC} = \sqrt{45}$$

$$d_{AD} = \sqrt{45} \quad d_{BC} = \sqrt{45}$$

אורך שווה

לכן המשולש שווה שוקיים

**ד. חשב את שטח המשולש ABC.**

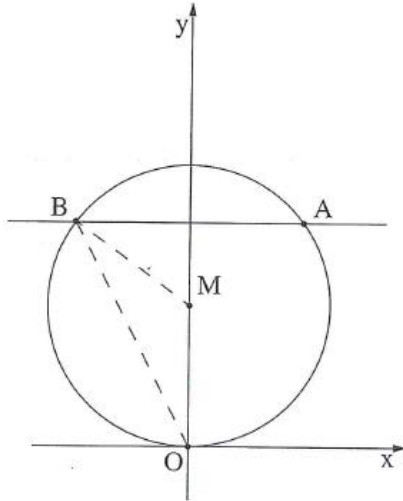
**תשובה:** S = 22.5

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{45} \cdot \sqrt{45}}{2} = 22.5$$

**תשובה סופית :**

S = 22.5 (ד) AB = BC =  $\sqrt{45}$   $m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$  (ג) A (12,8) (ב) B (6,5) (א)

**שאלה מספר 3**



- נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + (y - 5)^2 = R^2$  ומרכזו M . הנקודה A (4,8) נמצאת על המעגל. א. מצא את R ורשום את משוואת המעגל. דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x. הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת B. (ראה ציור). ב. (1) מצא את משוואת הישר המקביל לציר ה-x. (2) מצא את שיעורי הנקודה B. ג. (1) הראה בעזרת חישוב כי המעגל עובר דרך ראשית הצירים - O. (2) מצא את היקף המשולש BMO. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

**פתרון:**

**א. מצא את R ורשום את משוואת המעגל.**

**(א) (1) מצא את רדיוס המעגל.**

**(2) מצא את משוואת המעגל**

**מציאת רדיוס המעגל R**

$$(x)^2 + (y - 5)^2 = R^2$$

$$A (4,8)$$

$$(4)^2 + (8 - 5)^2 = R^2$$

$$R^2 = 25$$

$$R = \sqrt{25} = 5$$

**תשובה: (א)  $R = \sqrt{25} = 5$  (2א)  $(x)^2 + (y - 5)^2 = 25$**

**ב. (1) מצא את משוואת הישר המקביל לציר ה-x. (2) מצא את שיעורי הנקודה B.**

**נקודה B**

$$x^2 + (y - 5)^2 = 25$$

$$y = 8$$

$$x^2 + (8 - 5)^2 = 25$$

$$x^2 + 9 = 25$$

$$x^2 = 16$$

$$= \pm\sqrt{16}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -4$$

$$B(-4,8)$$

**תשובה: הנקודה B (-4,8) ברביע השני**

**משוואת המקביל**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,8) \quad m = 0$$

$$y - 8 = 0(x - 4)$$

$$y_{AB} = 8$$

ג. (1) הראה בעזרת חישוב כי המעגל עובר דרך ראשית הצירים – O.

ראשית הצירים (0, 0)

$$(x)^2 + (y - 5)^2 = 25$$

$$(0,0)$$

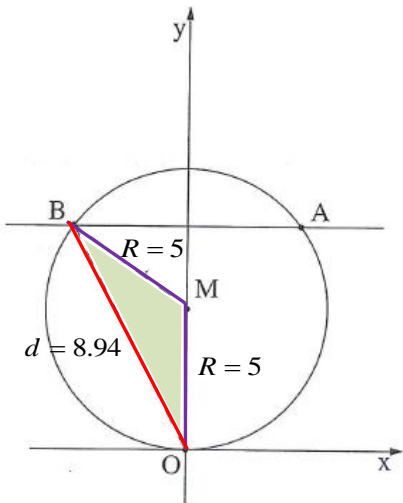
$$(0)^2 + (0 - 5)^2 = R^2$$

$$25 = 25$$

תשובה: המעגל עובר דרך ראשית הצירים

(2) מצא את היקף המשולש BMO.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



אורך קטע OB

$$O(0,0) \quad B(-4,8)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-4 - 0)^2 + (8 - 0)^2$$

$$d_{OB} = \sqrt{80}$$

$$d_{OB} = 8.94$$

$$P = 5 + 5 + 8.94 = 18.94$$

תשובה:  $P = 18.94$

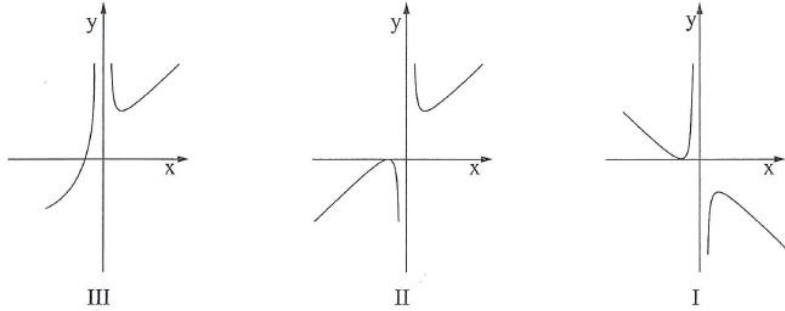
תשובה סופית:

$$p = 18.94 \quad (2ג) \quad y = 8 \quad (1ג) \quad B(-4,8) \quad (2ב) \quad y = 8 \quad (1ב) \quad x^2 + (y - 5)^2 = 25 \quad R = 5 \quad (א)$$

**שאלה מספר 4**

נתונה הפונקציה  $f(x) = x + 4 + \frac{4}{x}$ ,

- א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- ה. קבע איזה מבין הגרפים I – III שלפניך הוא גרף הפונקציה  $f(x)$ . נמק את קביעתך.



**פתרון:**

א, רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

**תשובה:** תחום ההגדרה הוא:  $x \neq 0$

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

**פונקציה**  
 $x; y$

$$f(x) = x + 4 + \frac{4}{x}$$

$$f(2) = (2) + 4 + \frac{4}{(2)}$$

$$y = 8$$

(2,8)

$$f(-2) = (-2) + 4 + \frac{4}{(-2)}$$

$$y = 0$$

(-2,0)

**נגזרת ראשונה**  
 $x; m$

$$f'(x) = 1 - \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$\frac{4}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

**נגזרת שנייה**  
 $\min; \max$

$$f''(x) = +\frac{1 \cdot 2}{x^3} = \frac{2}{x^3}$$

$$f''(2) = \frac{2}{(2)^3} = +\frac{1}{4} \cup \min$$

$$f''(-2) = \frac{2}{(-2)^3} = -\frac{1}{4} \cup \max$$

**נקודות הקיצון:**  
(2,8)  $\cup$  min  
(-2,0)  $\cup$  max

ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

x	עלייה	x	ירידה	x	ירידה	x	עלייה	x
$-\infty$	$< x <$	-2	$< x <$	0	$< x <$	2	$< x <$	$+\infty$

**תשובה:** **תחומי עלייה:**  $-\infty < x < -2$   $-1 < x < +\infty$

**תחומי ירידה:**  $-2 < x < 0$   $0 < x < 2$

**ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .**

**חיתוך עם ציר ה- $x$ .**

$$y=0$$

$$f(x) = x + 4 + \frac{4}{x}$$

$$y = 0$$

$$0 = x + 4 + \frac{4}{x}$$

$$0 = x^2 + 4x + 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

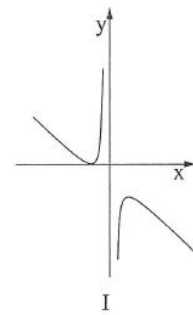
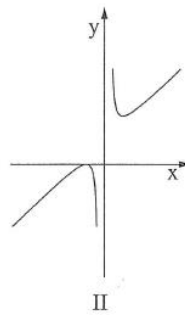
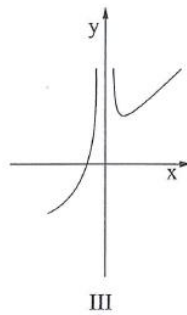
$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = -2$$

$$(-2, 0)$$

**תשובה:**  $(-2, 0)$

**ה. קבע איזה מבין הגרפים III – I שלפניך הוא גרף הפונקציה  $f(x)$ . נמק את קביעתך.**



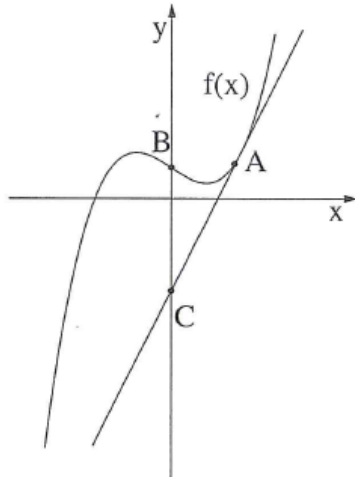
**תשובה:** גרף II מתאים לנקודות הקיצון ולחיתוך עם ציר ה- $x$

**תשובה סופית:**

(א)  $x \neq 0$  (ב)  $(-2, 0) \cap \max$  (ג)  $2 < x$  (ד) גרף II

(ג) עלייה  $2 < x$  או  $x < -2$  ירידה  $0 < x < 2$  או  $-2 < x < 0$  (ד) גרף II

**שאלה מספר 5**



הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  היא  $f'(x) = 12x^2 - 3$ ,  
 א. מצא את שיעורי ה-  $x$  של הנקודות על גרף הפונקציה  $f(x)$ ,  
 שבהן שיפוע המשיק הוא 9.

ב. בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

והישר  $y = 9x - 6$  המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.  
 שברביע הראשון.

ב. (1) מצא את שיעורי ה-  $y$  של הנקודה A.

(2) מצא את הפונקציה  $f(x)$

ג. גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה-  $y$  בנקודה B.

הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה A

חותך את ציר ה-  $y$  בנקודה C.

מצא את אורך הקטע BC.

**א. מצא את שיעורי ה-  $x$  של הנקודות על גרף הפונקציה  $f(x)$ , שבהן שיפוע המשיק הוא 9.**

**נגזרת ראשונה**  
 $x; m$

$$f'(x) = 12x^2 - 3$$

$$f'(x) = m = 9$$

$$9 = 12x^2 - 3$$

$$12 = 12x^2$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$$

**תשובה:**  $x_1 = 1 \quad x_2 = -1$

**(ב1) מצא את שיעורי ה-  $y$  של הנקודה A.**

$$y = 9x - 6$$

$$x = 1$$

$$y = 9(1) - 6$$

$$y = 3$$

$$A(1,3)$$

**תשובה:**  $A(1,3)$

**(ב2) מצא את הפונקציה  $f(x)$**

**פונקציה**

$$f(x) = \int (12x^2 - 3) dx + C$$

$$f(x) = \frac{12x^3}{3} - 3x + C$$

$$f(x) = 4x^3 - 3x + C$$

$$(1,3)$$

$$3 = 4(1)^3 - 3(1) + C$$

$$C = 2$$

$$f(x) = 4x^3 - 3x + 2$$

**תשובה:**  $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$

ג. גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה-  $y$  בנקודה B. הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה A חותך את ציר ה-  $y$  הנקודה C. מצא את אורך הקטע BC.

$$y = 9x - 6 \quad f(x) = 4x^3 - 3x + 2 \quad d_{BC} = 2 + 6 = 8$$

$$x = 0 \quad x = 0$$

$$y = 9(0) - 6 \quad f(x) = 4(0)^3 - 3(0) + 2$$

$$y = -6 \quad y = 2$$

$$C(0, -6) \quad B(0, 2)$$

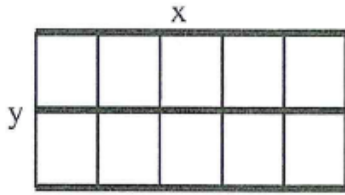
$$d_{BC} = 2 + 6 = 8 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$BC = 8 \quad (\text{ד}) \quad f(x) = 4x^3 - 3x + 2 \quad (\text{ג}) \quad A(1, 3) \quad (\text{ב}) \quad x = 1 \quad x = -1 \quad (\text{א})$$



**שאלה מספר 6 :**

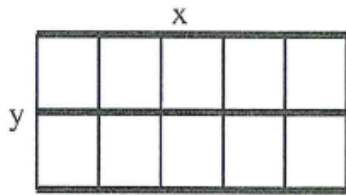


בציור שלפניך מוצגת רשת שצורתה מלבן.  
 הרשת עשויה מ- 3 מוטות ארוכים שהאורך של כל אחד מהם הוא  $x$ .  
 ומ- 6 מוטות קצרים שהאורך של כל אחד מהם הוא  $y$ .  
 נתון:  $x \cdot y = 18$

- א. (1) הבע את  $y$  כאמצעות  $x$ .  
 (2) הבע באמצעות  $x$  את סכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם.  
 ב. מה צריך להיות  $x$  כדי שסכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם, יהיה מינימלי?  
**פתרון:**

1. **משפט המטרה:** שסכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם, יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:**  $p = 3x + 6y \Rightarrow \min$



3. **נוסחת עזר:**  $S = a \cdot b \Rightarrow x \cdot y = 18$

$$y = \frac{18}{x}$$

4. **פונקציית המטרה**  $p = 3x + 6y \Rightarrow \min$

$$p = 3x + 6 \cdot \left(\frac{18}{x}\right)$$

$$p = 3x + \frac{108}{x}$$

**הפונקציה**

$$P = 3x + \frac{108}{x}$$

$$x = 5$$

$$P = 3(6) + \frac{108}{(6)}$$

$$p = 36$$

**סיכום התשובות**

$$x = 6 \quad \min$$

$$y = 3$$

$$p = 36$$

**נגזרת ראשונה**

$$P' = 3 - \frac{108 \cdot 1}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = 3 - \frac{108}{x^2}$$

$$\frac{108}{x^2} = 3$$

$$3x^2 = 108$$

$$x^2 = 36 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{6}$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = -6$$

**נגזרת שנייה**

**Max/min**

$$p''(x) = +\frac{108 \cdot 2}{x^3} = \frac{216}{x^3}$$

$$p''(+6) = \frac{216}{(6)^3} = +6 \cup \min$$

$$p''(-6) = \frac{216}{(-6)^3} = -6 \cap \max$$

**צלעות הסורג**

מוט מאוזן:  $x = 6$

$$y = \frac{18}{x}$$

מוט מאונך:  $y = \frac{18}{6}$

$$y = 3$$

**תשובה סופית:**

$x = 6$  (ב)  $p = 3x + \frac{108}{x}$  (2א)  $y = \frac{18}{x}$  (1א)