

מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ה 2015

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

בחנות מסוימת המחיר של בקבוק מיץ תפוזים קטן ב - 20% מהמחיר של בקבוק מיץ מנגו. דני קנה בחנות זו בקבוקי מיץ משני הסוגים. מספר בקבוקי מיץ התפוזים שקנה גדול ב - 3 ממספר בקבוקי מיץ המנגו שקנה. הוא שילם עבור בקבוקי מיץ המנגו 135 שקלים סך הכול. ועבור בקבוקי מיץ התפוזים שילם 129.6 שקלים סך הכול.
 א. מצא את המחיר של בקבוק מיץ מנגו.
 ב. מצא בכמה שקלים המחיר של בקבוק מיץ מנגו גדול יותר מן המחיר של בקבוק מיץ תפוזים.

פתרון

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 כבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה, יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

קטן ב - 20%

$$1 - \frac{20}{100} = 0.8$$

נתונים

הגדרת המשתנים: x - בקבוק מנגו, y - כמות בקבוקי מנגו

משוואה	סה"כ	כמות	מחיר	
$x \cdot y = 135$	135	y	x	מנגו
$0.8x \cdot (y + 3) = 129.6$	129.6	y + 3	0.8x	תפוזים

א. מצא את המחיר של בקבוק מיץ מנגו.

$$0.8x \cdot (y + 3) = 129.6$$

$$0.8xy + 2.4x = 129.6$$

$$x \cdot y = 135$$

$$0.8 \cdot 135 + 2.4x = 129.6$$

$$108 + 2.4x = 129.6$$

$$2.4x = 129.6 - 108$$

$$2.4x = 21.6$$

$$x = 9$$

$$x \cdot y = 135$$

$$x = 9$$

$$y = \frac{135}{9}$$

$$y = 15$$

תשובה:

מחיר בקבוק מנגו 9 שקלים.

ב. מצא בכמה שקלים המחיר של בקבוק מיץ מנגו גדול יותר מן המחיר של בקבוק מיץ תפוזים.

$$0.8x = 0.8 \cdot 9 = 7.2$$

מחיר בקבוק מיץ תפוזים 7.2 שקלים

$$9 - 7.2 = 1.8$$

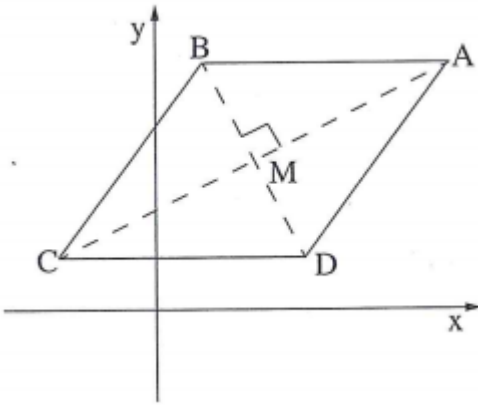
תשובה: מחיר של בקבוק מיץ מנגו גדול ב - 1.8 שקלים מן המחיר של בקבוק מיץ תפוזים

תשובה סופית:

(א) מחיר בקבוק מנגו 9 שקלים

(ב) מחיר של בקבוק מיץ מנגו גדול ב - 1.8 שקלים מן המחיר של בקבוק מיץ תפוזים

שאלה מספר 2:



- האלכסונים במעוין ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור)
 נתון: $C(-2,1)$ $A(6,5)$
- (א.) מצא את שיעורי הנקודה M.
 - (ב.) מצא את משוואת האלכסון BD.
 - (ג.) נתון כי הצלע AB מקבילה לציר ה-x, מהו שיעור ה-y של הקדקוד B.
 - (1) מצא את שיעור ה-x של הקדקוד B.
 - (2) מצא את שטח המשולש ABC.
 - (3) מצא את שטח המעוין ABCD.

פתרון:

(א.) מצא את שיעורי הנקודה M.

C	M	A
$(-2,1)$	(x_M, y_M)	$(6,5)$
x_1, y_1		x_2, y_2
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$x_M = \frac{(-2) + (6)}{2}$		$y_M = \frac{(1) + (5)}{2}$
$x_M = 2$	$M(2,3)$	$y_M = 3$

תשובה: $M(2,3)$

(ב.) מצא את משוואת האלכסון BD.

שיפוע AC	שיפוע BD
$A(6,5)$ $C(-2,1)$	$m_{AC} = \frac{1}{2}$ $m_{BD} = -2$
(x_1, y_1) (x_2, y_2)	שיפוע הפוכי נגדי
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	
$m_{AC} = \frac{(1) - (5)}{(-2) - (6)} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	

משוואת BD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,3) \quad m = -2$$

$$y - 3 = -2(x - 2)$$

$$y = -2x + 4 + 3$$

$$y = -2x + 7$$

תשובה: $y_{BD} = -2x + 7$

- (ג.) נתון כי הצלע AB מקבילה לציר ה-x,
 (1) מהו שיעור ה-y של הקדקוד B.
 (2) מצא את שיעור ה-x של הקדקוד B.

משוואת AB	נקודה B
$y - y_1 = m(x - x_1)$	$y = -2x + 7$
$(6,5) \quad m = 0$	$y = 5$
$y - 5 = 0(x - 6)$	$5 = -2x + 7$
$y = 5$	$2x = 2$
	$x = 1$
	$B(1,5)$

תשובה: B (1,5)

- (3) מצא את שטח המשולש ABC.

אורך האלכסון AC

$A(6,5) \quad C(-2,1)$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-2 - 6)^2 + (1 - 5)^2$$

$$d = \sqrt{80}$$

$$d_{AC} = 8.94$$

אורך BM

$B(1,5) \quad M(2,3)$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (2 - 1)^2 + (3 - 5)^2$$

$$d = \sqrt{5}$$

$$d_{DM} = 2.23$$

שטח המשולש

$$S_{ABC} = \frac{d_{BM} \cdot d_{AC}}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{80} \cdot \sqrt{5}}{2}$$

$$S_{BCD} = 10$$

תשובה: $S_{ABC} = 10$

- (4) מצא את שטח המעוין ABCD.

שטח המעוין

$$S_{ABCD} = S_{ABC} \cdot 2$$

$$S_{ABCD} = 10 \cdot 2$$

$$S_{ABCD} = 20$$

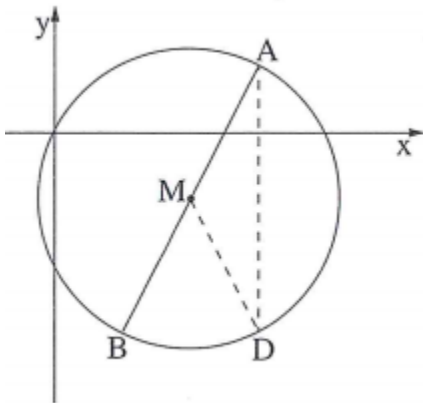
תשובה: $S_{ABCD} = 20$

תשובה סופית :

(א) $M(2,3)$ (ב) $y_{BD} = -2x + 7$ (ג) $S_{ABC} = 10$ (ד) $S_{ABCD} = 20$

(א) $B(1,5)$ (ב) $S_{ABC} = 10$ (ג) $S_{ABCD} = 20$

שאלה מספר 3



נתון מעגל המקיים : $(x-4)^2 + (y+2)^2 = R^2$
 הנקודה M היא מרכז המעגל.

הנקודה $B(2, -6)$. נמצאת על המעגל (ראה ציור).

(א) מצא את R^2 ורשום את משוואת המעגל.

(ב) מצא את משוואת הישר BM.

הישר BM חותך את המעגל בנקודה נוספת A.

ג. מצא את השיעורים של הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-y.
 הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת D (ראה ציור).

(1) מצא את השיעורים של הנקודה D.

(2) מצא את אורך המיתר AD.

(א) מצא את R^2 ורשום את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$$

מציאת R^2

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = R^2$$

$$B(2, -6)$$

$$(2-4)^2 + (-6+2)^2 = R^2$$

$$20 = R^2$$

תשובה: $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$

(ב) מצא את משוואת הישר BM.

משוואת BM

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2, -6) \quad m = 2$$

$$y + 6 = 2(x - 2)$$

$$y = 2x - 4 - 6$$

$$y = 2x - 10$$

תשובה: $y = 2x - 10$

הישר BM חותך את המעגל בנקודה נוספת A.

ג. מצא את השיעורים של הנקודה A.

נקודה A

$$\begin{array}{ccc} B & M & A \\ (2, -6) & (4, -2) & (-, -) \end{array}$$

$$x_1, y_1 \quad x_M, y_M$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$4 = \frac{(2) + x_2}{2} \quad -2 = \frac{(-6) + y_2}{2}$$

$$x_2 = 6 \quad y_2 = 2$$

תשובה: A(6.2)

A(6.2)

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- y.
הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת D (ראה ציור)

(1ד). מצא את השיעורים של הנקודה D.

נקודה D

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$x = 6$$

$$(6-4)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$(y+2)^2 = 20 - 4$$

$$y+2 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 - 2$$

$$y_1 = -4 - 2 = -6$$

$$y_2 = +4 - 2 = 2$$

$$D(6, -6)$$

תשובה: D (6,-6)

(2ד) מצא את אורך המיתר AD.

אורך המיתר מהנקודה A(6,2) עד הנקודה D (6,-6) הוא $d_{AD} = 8$

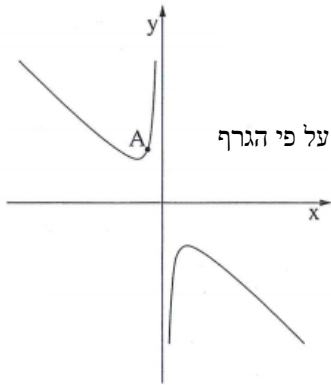
תשובה: $d_{AD} = 8$

תשובה סופית:

(א) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$ (ב) $y = 2x - 10$ (ג) A(6,2)

(ד1) D (6,-6) (ד2) $d_{AD} = 8$

שאלה מספר 4



נתונה הפונקציה $f(x) = -x - \frac{4}{x}$. (ראה ציור).

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 (2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?
 ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן על פי הגרף.

- ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = -1$.
 (1) מצא את שיפוע המשיק.
 (2) מצא את משוואת המשיק.

פתרון:

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

תשובה: תחום ההגדרה: $x \neq 0$

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

תשובה: האסימפטוטה האנכית: $x = 0$

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן על פי הגרף

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = -x - \frac{4}{x}$$

$$f(2) = -(2) - \frac{4}{(2)}$$

$$y = -4$$

(2, -4)

$$f(-2) = -(-2) - \frac{4}{(-2)}$$

$$y = +4$$

(-2, 4)

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = -1 + \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = -1 + \frac{4}{x^2}$$

$$1 = \frac{4}{x^2}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = +2$$

$$x_2 = -2$$

נגזרת שנייה
 $\min; \max$

$$f''(x) = -\frac{4 \cdot 2}{x^3} = -\frac{8}{x^3}$$

$$f''(+2) = -\frac{8}{(2)^3} = -1 \cap \max$$

$$f''(-2) = -\frac{8}{(-2)^3} = +1 \cup \min$$

תשובה: נקודות הקיצון:

(2, -4) \cap max
 (-2, 4) \cup min

ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = -1$.

- (1) מצא את שיפוע המשיק.
 (2) מצא את משוואת המשיק.

מצא את משוואת המשיק.

פונקציה

$$x = 1 \quad y = ?$$

$$f(x) = -x - \frac{4}{x}$$

$$f(1) = -(1) - \frac{4}{(-1)}$$

$$y = 5$$

(1, 5)

נגזרת ראשונה

$$x = -1 \quad m = ?$$

$$f'(x) = -1 + \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(1) = -(1) + \frac{4}{(-1)^2} = 3$$

$$m = 3$$

משוואת משיק (ישר)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1, 5) \quad m = 3$$

$$(y - 5) = 3(x + 1)$$

$$y = 3x + 3 + 5$$

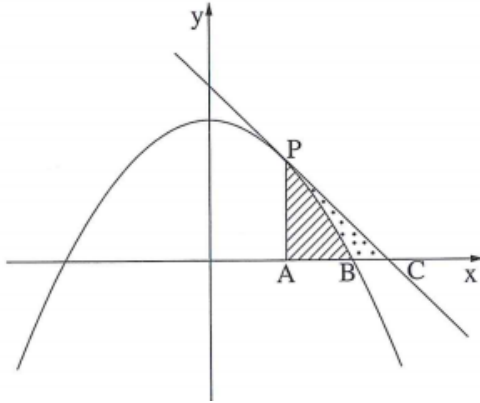
$$y = 3x + 8$$

תשובה: $y = 3x + 8$

תשובה סופית:

- (א) $x \neq 0$ (1א)
 (ב) $(2, -4) \cap \max \quad (-2, 4) \cup \min$ (2ב)
 (א) $x = 0$ (2א)
 (ג) $y = 3x + 8$ (2ג)
 (א) $m = 3$ (1א)

שאלה מספר 5



נתונה הפרבולה $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$,

ישר שמשוואתו $y = -x + 2.5$

משיק לפרבולה בנקודה P (ראה ציור)

א. מצא את השיעורים של נקודה P.

הפרבולה חותכת את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה B.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה C.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה B

ואת השיעורים של נקודה C.

ג. דרך נקודה P העבירו אנך לציר ה- x. האנך חותך את ציר ה- x בנקודה A.

(1) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך ועל ידי ציר ה- x

(השטח המקוקו בציור).

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- x

(השטח המנוקד בציור).

פתרון:

א. מצא את השיעורים של נקודה P.

נקודה P

$$y = -x + 2.5$$

$$x = 1$$

$$y = -(1) + 2.5 = 1.5$$

$$P(1, 1.5)$$

נקודה P

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2 = -x + 2.5$$

$$-0.5x^2 + x - 0.5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-0.5)(-0.5)}}{2(-0.5)}$$

$$x = \frac{-1 \pm 0}{-1} = 1$$

תשובה: P(1,1.5)

ב. מצא את השיעורים של הנקודה B ואת השיעורים של נקודה C.

נקודה B

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$$

$$y = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}x^2 + 2$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$

$$B(2, 0)$$

נקודה C

$$y = -x + 2.5$$

$$y = 0$$

$$0 = -x + 2.5$$

$$x = 2.5$$

$$C(2.5, 0)$$

תשובה: B(2,0) C(2.5,0)

ג. דרך נקודה P העבירו אנך לצייר ה- x. האנך חותך את ציר ה- x בנקודה A.
 (1) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך ועל ידי ציר ה- x
 (השטח המקוקרן בציור).

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -0.5x^2 + 2$	גדול/ימין
x=1	פונקציה תחתונה	x=2
	$y = 0$	

$$S_1 = \int_1^2 (-0.5x^2 + 2) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (-0.5x^2 + 2) dx$$

$$S_1 = \left[-\frac{0.5x^3}{3} + 2x \right]_1^2$$

$$S_1 = \left[-\frac{0.5(2)^3}{3} + 2(2) \right] - \left[-\frac{0.5(1)^3}{3} + 2(1) \right]$$

$$S_1 = \left[2\frac{2}{3} \right] - \left[1\frac{5}{6} \right]$$

$$S_1 = \left[\frac{5}{6} \right]$$

$S_1 = \frac{5}{6}$ **תשובה:**

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- x
 (השטח המנוקד בציור).

תשובה: השטח המנוקד שווה לשטח המשולש APC פחות השטח שמצאנו בסעיף (1ג)

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{1.5 \cdot 1.5}{2} = \frac{2.25}{2} = 1.125$$

אורך הניצב AC שווה ל 1.5
 אורך הניצב AP שווה ל 1.5

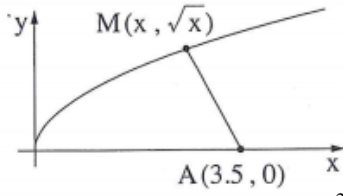
$$S_2 = 1.125 - \frac{5}{6} = \frac{7}{24}$$

$S_2 = \frac{7}{24}$ **תשובה:**

תשובה סופית:

$S_2 = \frac{7}{24}$ (2ג) $S_1 = \frac{5}{6}$ (1ג) B (2,0) C (2.5,0) (ב) P (1,1.5) (א)

שאלה מספר 6:



נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x}$

ונתונה הנקודה $A(3.5, 0)$

נקודה M נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

נסמן את השיעורים של הנקודה $M(x, \sqrt{x})$ (ראה ציור)

(א) הבע באמצעות x את ריבוע המרחק MA כלומר את $(AM)^2$

(ב) מצא מה צריך להיות x כדי שריבוע האורך של הקטע MA יהיה מינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ריבוע המרחק המינימלי של AB .

2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

3. **נוסחת עזר:** $B(x, \sqrt{x})$ $A(3\frac{1}{2}, 0)$

4. **פונקציית המטרה** $P = (x - 3.5)^2 + (\sqrt{x} - 0)^2$

$P = x^2 - 7x + 12.25 + x$

$p = x^2 - 6x + 12.25$

$f(x) = a \cdot x^n$
 $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$

הפונקציה

נגזרת ראשונה

נגזרת שנייה

Max/min

$p = x^2 - 6x + 12.25$

$p' = 2x - 6$

$p''(x) = +2 \cup \min$

$x = 3$

$p' = 0$

$p = (3)^2 - 6(3) + 12.25$

$0 = 2x - 6$

$p = 3.25$

$2x = 6$

$x = 3$

סיכום התשובות

$x = 3$ min

$y_M = 1.73$

$p = 3.25$

נקודה M

$x = 3$

$y = \sqrt{3}$

$y = \sqrt{3} = 1.73$

$M(3, 1.73)$

תשובה סופית:

$x = 3$ min (ב) $p = x^2 - 6x + 12.25$ (א)