

מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ה 2015

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

מנהלת בית ספר רוצה לקנות 80 עזרי לימוד. חלק מהעזרים הם מחשבים, והשאר הם לוחות חכמים. מחיר כל מחשב הוא 1200 שקל, ומחיר כל לוח חכם הוא 2000 שקל. עבור כל הקנייה צריך לשלם 144,000 שקל. א. כמה מחשבים מנהלת בית הספר רוצה לקנות?

הסכום שהוקצב לקניית העזרים היה 130,000 שקל. לכן החליטה מנהלת בית הספר להקטין ב- 15% את מספר המחשבים ולהקטין ב- 10% את מספר הלוחות החכמים שהיא רוצה לקנות.

ב. כמה כסף ישאר מהסכום שהוקצב לקניית העזרים אחרי שמספרם הוקטן?

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגריות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה, יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - כמות מחשבים, y - כמות לוחות חכמים

משוואה	סה"כ	לוחות חכמים		פעולה	מחשבים	
		מחיר	כמות		מחיר	כמות
$x + y = 80$	80		y	+	x	
$1200 \cdot x + 2000 \cdot y = 144,000$	144,000	2000	y	+	x	1200

$$x + y = 80 \Rightarrow y = 80 - x$$

$$1200x + 2000 \cdot (80 - x) = 144000$$

$$1200x + 160000 - 2000x = 144000$$

$$16000 = 800x$$

$$x = 20$$

$$y = 80 - x$$

$$x = 20$$

$$y = 80 - 20 = 60$$

תשובה: 20 מחשבים ו- 60 לוחות חכמים

ב. כמה כסף ישאר מהסכום שהוקצב לקניית העזרים אחרי שמספרם הוקטן?

משוואה	סה"כ	לוחות חכמים		פעולה	מחשבים	
		מחיר	כמות		מחיר	כמות
$1200 \cdot 17 + 2000 \cdot 54 = 128,400$		2000	$0.9 \cdot 60 = 54$	+	$0.85 \cdot 20 = 17$	1200

הוקטן ב- 10% $1 - \frac{10}{100} = 0.9$

הוקטן ב- 15% $1 - \frac{15}{100} = 0.85$

$$1200 \cdot 17 + 2000 \cdot 54 = 128,400$$

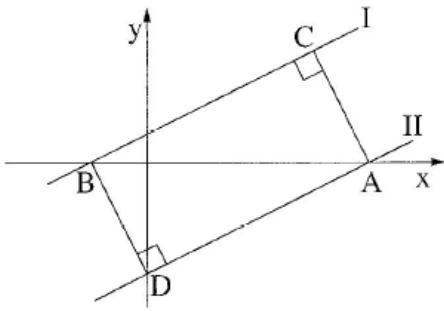
$$130000 - 128400 = 1600$$

תשובה: 1600 שקל ישאר מהסכום שהוקצב

תשובה סופית:

- (א) 20 מחשבים ו- 60 לוחות חכמים
- (ב) 1600 שקל ישאר מהסכום שהוקצב

שאלה מספר 2



נתונים שני ישרים, I ו- II

I. $y = \frac{1}{2}x + 1$

II. $y = \frac{1}{2}x - 4$

ישר I חותך את ציר ה- x בנקודה B.

ישר II חותך את ציר ה- x בנקודה A. (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודה A. ואת השיעורים של נקודה B.

דרך הנקודה A העבירו אנך לישר I. האנך חותך את הישר בנקודה C ראה ציור.

ב. (1) מצא את משוואת האנך AC.

(2) מצא את השיעורים של הנקודה C.

דרך הנקודה B העבירו אנך לישר II. האנך חותך את הישר בנקודה D ראה ציור.

ג. איזה מרובע הוא ABCD? נמק

ד. מצא את שטח המרובע ABCD.

פתרון:

(א.) מצא את השיעורים של הנקודה A.

ואת השיעורים של נקודה B.

נקודה A

$$y = \frac{1}{2}x - 4$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{1}{2}x - 4$$

$$4 = \frac{1}{2}x$$

$$x = 8$$

$$A (8,0)$$

נקודה B

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$-1 = \frac{1}{2}x$$

$$x = -2$$

$$B (-2,0)$$

תשובה: A (8,0) B (-2,0)

שיפוע AC

$$m_{BC} = \frac{1}{2} \quad m_{AC} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(8,0) \quad m = -2$$

$$y - 0 = -2(x - 8)$$

$$y = -2x + 16$$

ב. (1) מצא את משוואת האנך AC.

תשובה: $y = -2x + 16$

(2) מצא את השיעורים של הנקודה C.

נקודה C

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -2x + 16$$

$$\frac{1}{2}x + 1 = -2x + 16$$

$$2\frac{1}{2}x = 15$$

$$x = 6$$

$$y = -2x + 16$$

$$x = 6$$

$$y = -2(6) + 16$$

$$y = 4$$

$$C (6,4)$$

תשובה: C (6,4)

דרך הנקודה B העבירו אנך לישר II. האנך חותך את הישר בנקודה D ראה ציור.

ג. איזה מרובע הוא ABCD? נמק

המרובע הוא מלבן :

1. קווים מקבילים שיפועים זהים

2. מעלות בפינות המרובע.

3. אורך הצלעות הם: $d_{BC} = \sqrt{80}$ $d_{AC} = \sqrt{20}$

אורך צלע BC

$$B (-2,0) \quad C (6,4)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-2 - 6)^2 + (0 - 4)^2$$

$$d_{BC} = \sqrt{80}$$

אורך צלע AC

$$A (8,0) \quad C (6,4)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (8 - 6)^2 + (0 - 4)^2$$

$$d_{AC} = \sqrt{20}$$

תשובה: המרובע הוא מלבן

ד. מצא את שטח המרובע ABCD.

שטח המרובע ABCD.

$$S = a \cdot b$$

$$S = \sqrt{20} \cdot \sqrt{80}$$

$$S = 40$$

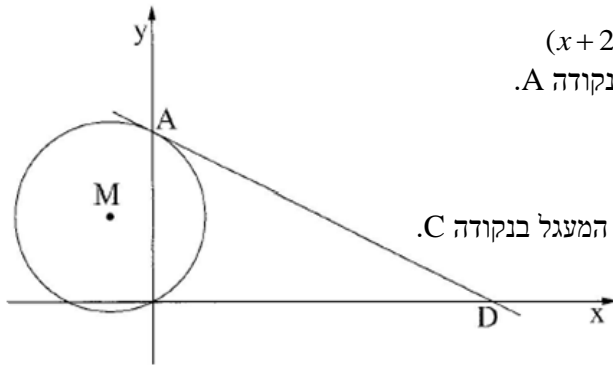
תשובה: $S = 40$

תשובה סופית :

(א) $B (-2,0)$ (ב) $A (8,0)$ (ג) $y = -2x + 16$ (ד) $C (6,4)$

(ה) המרובע הוא מלבן (ו) $S = 40$

שאלה מספר 3:



נתון מעגל שמשוואתו : $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$
 המעגל חותך את ציר ה- y בחלקו החיובי בנקודה A. (ראה ציור)

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

M הוא מרכז המעגל. המשך AM חותך את המעגל בנקודה C.
 ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
 ג. מצא את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה D.
 ד. מצא את השיעורים של הנקודה D.

פתרון:

נקודה A

$$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$(y-4)^2 = 20 - 4$$

$$y-4 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 + 4$$

$$y_1 = -4 + 4 = 0$$

$$y_2 = +4 + 4 = 8$$

$$A(0,8)$$

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

תשובה: A(0,8)

**M הוא מרכז המעגל. המשך AM חותך את המעגל בנקודה C.
 ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.**

C	M	A
(,)	(-2,4)	(0,8)
x_1, y_1		x_1, y_1
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$-2 = \frac{(0) + x_2}{2}$		$4 = \frac{(8) + y_2}{2}$
$x_C = -4$	C (-4,0)	$y_C = 0$

תשובה: C (-4,0)

**דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
ג. מצא את משוואת המשיק .**

שיפוע MC

$$A (0,8) \quad M (-2,4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(4) - (8)}{(-2) - (0)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

שיפוע המשיק

$$m_{AM} = 2 \quad m_{\text{המשיק}} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,8) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 8 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

תשובה: $y = -\frac{1}{2}x + 8$

**המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה D.
ד. מצא את השיעורים של הנקודה D.**

נקודה A

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

$$y = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 8$$

$$\frac{1}{2}x = 8$$

$$x = 16$$

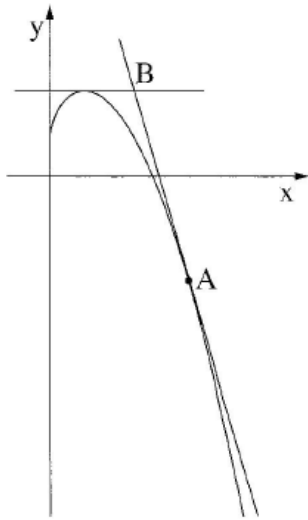
$$D (16,0)$$

תשובה: $D (16,0)$

תשובה סופית:

(א) $A (0,8)$ **(ב)** $C (-4,0)$ **(ג)** $y = -\frac{1}{2}x + 8$ **(ד)** $D (16,0)$

שאלה מספר 4



נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot \sqrt{x} + 1$,

א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 לגרף הפונקציה העבירו משיק בנקודה A שבה $x = 4$.
 (ראה ציור)

ב. (1) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.
 (2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.
 ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

המשיק בנקודה A נפגש בנקודה B עם ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה (ראה ציור)

ד. (1) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה?
 (2) מצא את השיעורים של הנקודה B.
 בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

פתרון:

א, מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

תשובה: תחום ההגדרה הוא: $x \geq 0$

(ב) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = -1x + \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$x = 4$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$m = -1(4) + \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$m = -3.5$$

תשובה: $m = -3.5$

(ג) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$$

$$x = 4$$

$$f(4) = -\frac{1}{2}(4)^2 + 2\sqrt{4} + 1 = -3$$

$$(4, -3)$$

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4, -3) \quad m = -3.5$$

$$y + 3 = -3.5(x - 4)$$

$$y = -3.5x + 14 - 3$$

$$y = -3.5x + 11$$

תשובה: $y = -3.5x + 11$

ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

$$f(x) = a\sqrt{bx}$$

$$f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$$

$$x = 1$$

$$f(1) = -\frac{1}{2}(1)^2 + 2\sqrt{1} + 1 = 2.5$$

$$(1, 2.5)$$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = -1x + \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = -1x + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$1x = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$1x \cdot \sqrt{x} = 1/(\)^2$$

$$x^2 \cdot x = 1$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

תשובה: $\max (1, 2.5)$

(1ד) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה ?

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1, 2.5) \quad m = 0$$

$$y - 2.5 = 0(x - 1)$$

$$y = 2.5$$

תשובה: $y = 2.5$

(2ד) מצא את השיעורים של הנקודה B.

בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

נקודה B

$$y = 2.5$$

$$y = -3.5x + 11$$

$$2.5 = -3.5x + 11$$

$$3.5x = 8.5$$

$$x = 2.4$$

$$B (2.4, 2.5)$$

תשובה: $B (2.4, 2.5)$

תשובה סופית:

(א) $x \geq 0$ (ב) $m = -3.5$ (ג) $\max (1, 2.5)$

(ד) $y = 2.5$ (ה) $B (2.4, 2.5)$

שאלה מספר 5

נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = 3x^2 - 6$: הישר $y = 6x - 14$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A. הנקודה A נמצאת ברביע הרביעי.
(1א) מהו שיפוע המשיק בנקודה A?
(2א) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה A.
(ב) מצא את הפונקציה $f(x)$.

פתרון:

(1א) מהו שיפוע המשיק בנקודה A?

תשובה: שיפוע המשיק $y = 6x - 14$ הוא $m = 6$

(2א) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה A.

נגזרת ראשונה
 $x ; m$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 6 \\ f'(x) &= m = 6 \\ 6 &= 3x^2 - 6 \\ 12 &= 3x^2 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \pm\sqrt{4} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 6x - 14 \\ x &= 2 \\ y &= 6(2) - 14 \\ y &= -2 \\ A &(2, -2) \end{aligned}$$

תשובה: A (2,-2)

(ב) מצא את הפונקציה $f(x)$.

פונקציה

אינטגרציה

נגזרת ראשונה

$$x = 2 \quad y = -2$$



$$\begin{aligned} f(x) &= \int (3x^2 - 6)dx + C \\ f(x) &= \frac{3x^3}{3} - 6x + C \\ f(x) &= 1x^3 - 2x + c \\ -2 &= 1(2)^3 - 6(2) + C \\ -2 &= 8 - 12 + C \\ 2 &= C \\ f(x) &= 1x^3 - 6x + 2 \end{aligned}$$

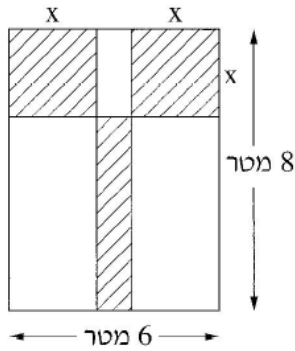
$$f'(x) = 3x^2 - 6$$

תשובה: $f(x) = 1x^3 - 6x + 2$

תשובה סופית:

(1א) $m = 6$ **(2א)** A (2,-2) **(ב)** $f(x) = 1x^3 - 6x + 2$

שאלה מספר 6:

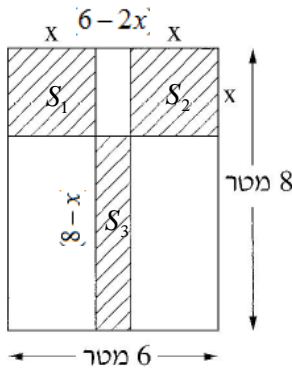


נתונה גינת נוי שצורתה מלבן. ממדי המלבן הם 8 מטרים ו- 6 מטרים (ראה ציור) רוצים לשתול דשא בשטחים המקווקוים שבציור: שני שטחים בצורת ריבועים זהים, ושטח אחד בצורת מלבן כמתואר בציור. המחיר של שתילת 1 מ"ר של דשא הוא 60 שקל. נסמן ב- x את אורך הצלע של הריבועים. א. הבע באמצעות x את כל השטח המקווקו בציור. ב. מה צריך להיות x כדי שהשטח של הדשא יהיה מינימלי? ג. מצא את המחיר המינימלי של שתלת הדשא.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שהשטח של הדשא יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \min$



3. **נוסחת עזר:**

שטח המלבן	שטח ריבוע	
$S = a \cdot b$	$S = a \cdot a$	
$S = (8-x) \cdot (6-2x)$	$S = x \cdot x$	
$S = 48 - 16x - 6x + 2x^2$	$S = x^2$	
$S = 2x^2 - 22x + 48$		

$p = S_1 + S_2 + S_3$
 $P = x^2 + x^2 + 2x^2 - 22x + 48$

פונקציית המטרה

$P = 4x^2 - 22x + 48$

הפונקציה

$P = 4x^2 - 22x + 48$
 $x = 2.75$
 $P = 4(2.75)^2 - 22(2.75) + 48$
 $P = 17.75$

נגזרת ראשונה

$P' = 8x - 22$
 $P' = 0$
 $0 = 8x - 22$
 $8x = 22$
 $x = 2.75$

נגזרת שנייה

Max/min
 $P''(x) = +8 \cup \min$

המחיר

$17.75 \cdot 60 = 1065$

ג. מצא את המחיר המינימלי של שתלת הדשא.

תשובה: 1065 שקל

תשובה סופית:

(א) $P = 4x^2 - 22x + 48$ (ב) $x = 2.75 \min$ (ג) 1065 שקל