

מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ה 2015

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1.

המחיר של כרטיס למופע רוק יקר ב – 80% מהמחיר של כרטיס להצגה. אבי קנה כרטיס אחד למופע רוק וכרטיס אחד אחד להצגה. הוא שילם סך הכול 252 שקלים. א. מצא את המחיר של הכרטיס להצגה.

המחיר של כרטיס לסרט זול ב – 54 שקלים מהמחיר של כרטיס להצגה. ב. מצא איזה אחוז מהווה המחיר של הכרטיס לסרט מהמחיר של הכרטיס להצגה.

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

יקר ב- 80%

$$1 + \frac{80}{100} = 1.8$$

נתונים

הגדרת המשתנים: x מחיר כרטיס להצגה y מחיר מופע רוק

משוואה	סה"כ	מופע רוק		פעולה	הצגה	
		כמות	מחיר		כמות	מחיר
$y = 1.8x$			y	$= 1.8 \cdot$	x	
$1 \cdot x + 1 \cdot y = 252$	252	1	y	+	1	x

$$\begin{cases} y = 1.8x \\ 1x + 1y = 252 \end{cases}$$

$$1x + 1.8x = 252$$

$$2.8x = 252$$

$$x = 90$$

$$\begin{cases} y = 1.8x \\ x = 90 \end{cases}$$

$$y = 1.8 \cdot 90 = 162$$

א. מצא את המחיר של הכרטיס להצגה.

תשובה: המחיר של הכרטיס להצגה הוא 90 ₪

המחיר של כרטיס לסרט זול ב – 54 שקלים מהמחיר של כרטיס להצגה.
ב. איזה אחוז מהווה המחיר של הכרטיס לסרט מהמחיר של הכרטיס להצגה.

מחיר כרטיס לסרט
 $90 - 54 = 36$

אחוזים	כסף	
	36	כרטיס לסרט
100%	90	כרטיס להצגה

$$\frac{36}{90} \cdot 100 = 40\%$$

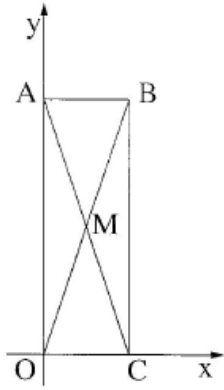
תשובה: 40% מהווה המחיר של הכרטיס לסרט מהמחיר של הכרטיס להצגה.

תשובה סופית :

(א) המחיר של הכרטיס להצגה הוא 90 ₪

(ב) 40% מהווה המחיר של הכרטיס לסרט מהמחיר של הכרטיס להצגה.

שאלה מספר 2



נתון מלבן ABCO, ששתיים מצלעותיו מונחות על הצירים כמתואר בציור. האלכסון AC מונח על ישר שמשוואתו $y = -3x + 9$.
 א. מצא את נקודת החיתוך של הישר AC עם הצירים.
 ב. מהי משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB?
 ג. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד B.
 (2) מצא את משוואת האלכסון OB.
 ד. האלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M מצא את שטח המשולש AMB.

פתרון:

א. מצא את נקודת החיתוך של הישר AC עם הצירים.

נקודה A

$$y = -3x + 9$$

$$x = 0$$

$$y = -3(0) + 9$$

$$y = 9$$

$$A(0,9)$$

נקודה C

$$y = -3x + 9$$

$$y = 0$$

$$0 = -3x + 9$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$C(3,0)$$

תשובה: A(0,9) C(3,0)

ב. מהי משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB?

שיפוע AB

$$m_{AB} = 0$$

מקביל לציר ה-x

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,9) \quad m = 0$$

$$y - 9 = 0(x - 0)$$

$$y = 9$$

תשובה: y = 9

ג. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד B.

נקודה B

$$x = 3$$

$$y = 9$$

$$B(3,9)$$

מקביל לציר ה-x

מקביל לציר ה-y

תשובה: B(3,9)

(2) מצא את משוואת האלכסון OB.

שיפוע OB

$$O(0,0) \quad B(3,9)$$

$$m = \frac{9-0}{3-0} = 3$$

מקביל לציר ה-x

מקביל לציר ה-y

משוואת OB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,0) \quad m = 3$$

$$y - 0 = 3(x - 0)$$

$$y = 3x$$

תשובה: y = 3x

ד. האלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M מצא את שטח המשולש AMB.

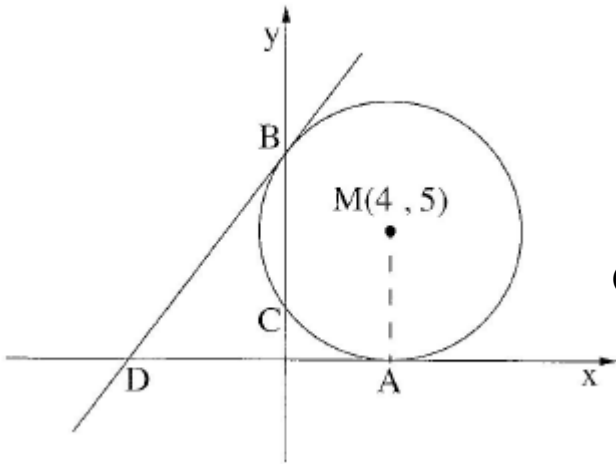
נקודה M
 $O (0,0) \quad B (3,9)$
 $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3+0}{2} = 1.5$
 $y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{9+0}{2} = 4.5$
 $M (1.5,4.5)$

שטח משולש AMB
 $S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 4.5}{2}$
 $S = 6.75$

תשובה: $S = 6.75$

תשובה סופית :
(א) $C (3,0)$ **(ב)** $y = 9$ **(ג1)** $B (3,9)$ **(ג2)** $y = 3x$
(ד) $S = 6.75$

שאלה מספר 3:



- מעגל שמרכזו $M(4,5)$ משיק לציר ה- x בנקודה A .
 (ראה ציור)
 א. מהו שיעור ה- x של הנקודה A .
 ב. (1) מהו האורך של רדיוס המעגל?
 (2) רשום את משוואת המעגל.
 ג. המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו- C (מעל B)
 (1) מצא את השיעורים של הנקודה B .
 ואת השיעורים של הנקודה C .
 (2) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה B .
 ד. המשיק, שאת משוואתו מצאת בתת סעיף ג(2)
 חותך את ציר ה- x בנקודה D (ראה ציור)
 מצא את היקף המשולש DAM .

פתרון:

א. מהו שיעור ה- x של הנקודה A .

תשובה: שיעור ה- x של נקודה A הוא $x = 4$

(1) מהו האורך של רדיוס המעגל?

תשובה: רדיוס המעגל הוא $R = 5$

(2) רשום את משוואת המעגל.

תשובה: משוואת המעגל $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(4,5) \quad R=5$$

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$

נקודות BC

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$x=0$$

$$(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(y-5)^2 = 25 - 16$$

$$y-5 = \pm\sqrt{9}$$

$$y = \pm 3 + 5$$

$$y_1 = -3 + 5 = 2$$

$$y_2 = +3 + 5 = 8$$

$$B(0,8) \quad C(0,2)$$

**ג (1) מצא את השיעורים של הנקודה B .
 ואת השיעורים של הנקודה C .**

תשובה: $B(0,8) \quad C(0,2)$

(2) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה B.

שיפוע MB
 $B (0,8) \quad M (4,5)$
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(8) - (5)}{(0) - (4)} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$

שיפוע המשיק
 $m_{BM} = -\frac{3}{4} \quad m_{\text{המשיק}} = +\frac{4}{3}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת BD
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(0,8) \quad m = \frac{4}{3}$
 $y - 8 = \frac{4}{3}(x - 0)$
 $y = \frac{4}{3}x + 8$

תשובה: $y = \frac{4}{3}x + 8$

ד. המשיק, שאת משוואתו מצאת בתת סעיף ג(2) חותך את ציר ה-x בנקודה D (ראה ציור) מצא את היקף המשולש DAM.

נקודה D
 $y = \frac{4}{3}x + 8$
 $y = 0$
 $0 = \frac{4}{3}x + 8$
 $-\frac{4}{3}x = 8$
 $x = -6$
 $D (-6,0)$

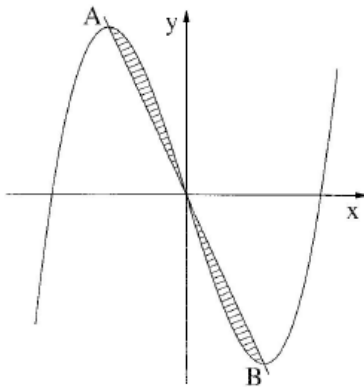
היקף המשולש
 $M (4,5) \quad D (-6,0)$
 $d = \sqrt{(5-0)^2 + (4+6)^2}$
 $MD = 11.18$
 $MA = 5$
 $DA = 10$
 $P = 10 + 5 + 11.18 = 26.18$

תשובה: $P = 26.18$

תשובה סופית:

(א) $x = 4$ (ב1) $R = 5$ (ב2) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$
 (ג1) $C (0,2)$ (ג2) $y = \frac{4}{3}x + 8$ (ד) $P = 26.18$

שאלה מספר 4



נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$
 נקודה A היא נקודת המקסימום של הפונקציה,
 ונקודה B היא נקודת המינימום של הפונקציה
 כמתואר בציור.

- (א) מצא את השיעורים של הנקודה A, ואת שיעורים של הנקודה B.
 (ב) הראה כי נקודת ראשית הצירים נמצאת על הישר AB.
 (ג) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר AB (השטח המקווקו בציור).

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודה A, ואת שיעורים של הנקודה B.

פונקציה $x; y$	נגזרת ראשונה $x; m$	נגזרת שנייה $\min; \max$
$f(x) = x^3 - 12x$	$f'(x) = 3x^2 - 12$	$f''(x) = 6x$
$f(2) = (2)^3 - 12(2)$	$f'(x) = m = 0$	$f''(2) = 6(2) = +12 \cup \min$
$y = -16$	$0 = -3x^2 - 12$	$f''(-2) = 6(-2) = -12 \cap \max$
$B(2, -16)$	$3x^2 = 12$	
$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2)$	$x^2 = 4$	
$y = +16$	$x = \pm\sqrt{4}$	
$A(-2, 16)$	$x_1 = +2 \quad x_2 = -2$	

תשובה: A (-2,16) B (2,-16)

(ב) הראה כי נקודת ראשית הצירים נמצאת על הישר AB.

שיפוע AB	משוואת AB
$A(-2, 16) \quad B(2, -16)$	$y - y_1 = m(x - x_1)$
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-16) - (16)}{(2) + (2)} = \frac{-32}{4} = -8$	$(-2, 16) \quad m = -8$
	$y - 16 = -8(x + 2)$
	$y = -8x + -16 + 16$
	$y = -8x$

ראשית הצירים

$$y = -8x$$

$$(0, 0)$$

$$0 = -8(0)$$

$$0 = 0$$

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר AB (השטח המקווקו בצירור).

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $f(x) = x^3 - 12x$	x גדול/ימין
$x = -2$	פונקציה תחתונה $y = -8x$	$x = 0$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x^3 - 12x) - (-8x) dx$$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x^3 - 12x + 8x) dx$$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} + 4x \right]_{-2}^0$$

$$S_1 = \left[\frac{(0)^4}{4} - \frac{4(0)^2}{2} \right] - \left[\frac{(-2)^4}{4} - \frac{4(-2)^2}{2} \right]$$

$$S_2 = [0] - [-4]$$

$$S_1 = [4]$$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $f(x) = -8x$	x גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה $f(x) = x^3 - 12x$	$x = 2$

$$S_2 = \int_0^2 (-8x) - (x^3 - 12x) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (-8x - x^3 + 12x) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (-x^3 + 4x) dx$$

$$S_2 = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{4x^2}{2} \right]_0^2$$

$$S_2 = \left[-\frac{(2)^4}{4} + \frac{4(2)^2}{2} \right] - \left[-\frac{(0)^4}{4} + \frac{4(0)^2}{2} \right]$$

$$S_2 = [4] - [0]$$

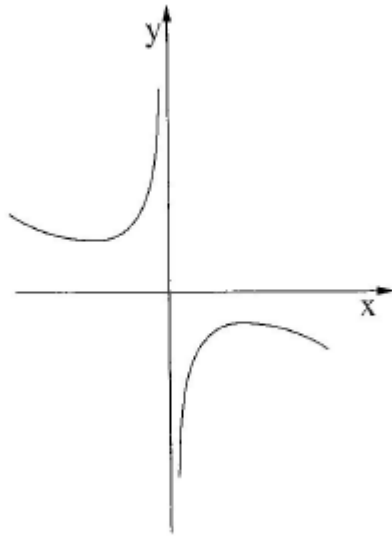
$$S_2 = [4]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = [4] + [4] = 8$$

תשובה סופית :

$$S_T = 4 + 4 = 8 \quad (\text{ג}) \quad \text{הוכחה} \quad (\text{ב}) \quad A(-2,16) \quad B(2,-16) \quad (\text{א})$$



שאלה מספר 5

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$.

- (א1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (א2) מהי האסימפטוטה המאונכת של הפונקציה $f(x)$?
- (ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (ג) האם הנגזרת $f'(x)$ חיובית בנקודה שבה $x = 6$? נמק.

פתרון

(א1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

תשובה: תחום הגדרה = $x \neq 0$

(א2) מהי האסימפטוטה המאונכת של הפונקציה $f(x)$?

תשובה: האסימפטוטה = $x = 0$

(ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$$

$$f(4) = \frac{1}{2} - \frac{(4)}{4} - \frac{4}{(4)} = -1\frac{1}{2}$$

$(4, -1\frac{1}{2})$

$$f(-4) = \frac{1}{2} - \frac{(-4)}{4} - \frac{4}{(-4)} + 1 = -1$$

$(-4, 2\frac{1}{2})$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = -\frac{1}{4} + \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = -\frac{1}{4} + \frac{4}{x^2}$$

$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$

נגזרת שנייה
 $\min; \max$

$$f''(x) = -\frac{4 \cdot 2}{x^3} = -\frac{8}{x^3}$$

$$f''(4) = -\frac{8}{(4)^3} = -\frac{1}{8} \cap \max$$

$$f''(-4) = -\frac{8}{(-4)^3} + \frac{1}{8} \cup \min$$

נקודות הקיצון:
 $(4, -1.5) \cap \max$
 $(-4, 2.5) \cup \min$

נגזרת ראשונה

$m=?$

$$f'(x) = -\frac{1}{4} + \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$x = 6$$

$$m = -\frac{1}{4} + \frac{4}{(6)^2}$$

$$m = -\frac{5}{36} \downarrow$$

נגזרת שלילית

(ג) האם הנגזרת $f'(x)$ חיובית בנקודה שבה $x = 6$? נמק

תשובה: הנגזרת שלילית בנקודה שבה $x = 6$

תשובה סופית:

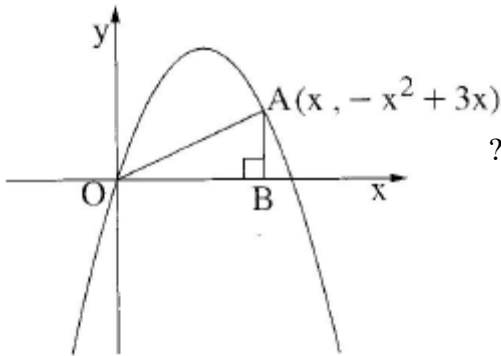
(א1) $x \neq 0$ (א2) $x = 0$

(ב) $(-4, 2.5) \cup \min$ $(4, -1.5) \cap \max$

(ג) הנגזרת שלילית בנקודה שבה $x = 6$

שאלה מספר 6

נקודה A נמצאת ברביע הראשון של הפרבולה שמשוואתה $y = -x^2 + 3x$
 דרך נקודה A העבירו אנך לציר ה- x החותך את הציר בנקודה B.
 נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה A (ראה ציור).
 א. הבע באמצעות x את אורך של OB.
 ואת האורך של AB. O ראשית הצירים.



ב(1) מה צריך להיות x כדי ששטח המשולש ABO יהיה מקסימלי?
 ב(2) מהו השטח המקסימלי של משולש ABO?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח המשולש ABO יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 3x$

4. **פונקציית המטרה** $S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

$$p = \frac{(x) \cdot (-x^2 + 3x)}{2}$$

$$p = \frac{-1x^3 + 3x^2}{2} = \frac{-1x^3}{2} + \frac{3x^2}{2}$$

$$p = -0.5x^3 + 1.5x^2$$

הפונקציה

$$P = -0.5x^3 + 1.5x^2$$

$$x = 2$$

$$P = -0.5(2)^3 + 1.5(2)^2$$

$$P = 2$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -1.5x^2 + 3x$$

$$P' = 0$$

$$0 = -1.5x^2 + 3x$$

$$0 = x \cdot (-1.5x + 3)$$

$$x \neq 0 \quad x = -1.5x + 3$$

$$1.5x = 3$$

$$x = 2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -3x + 3$$

$$P''(2) = -3(2) + 3 = -3 \cap \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \max$$

$$p = 2$$

תשובה סופית :

(ב) $S = 2$ (א) $OB = x$ $AB = -x^2 + 3x$ (ג) $x = 2$ \max