

מבחן בגרות 35803 מועד חצב ברק תשע"ה 2015

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1.

סוחר קנה חטיפים במחיר 5 שח לחטיף, ב-4 חטיפים נפגמה העטיפה, לכן הוא מכר כל חטיף מן החטיפים הפגומים ב-60 אגורות פחות מהמחיר ששילם עבורו. כל חטיף משאר החטיפים הוא מכר ב-25% יותר מהמחיר ששילם עבורו. הסוחר קיבל עבור כל החטיפים 92.6 שח.

א. כמה חטיפים קנה הסוחר?
 ב. כמה שקלים הרוויח הסוחר?
 ג. איזה אחוז מהוה הרווח ממחיר הקנייה?

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה, יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

יקר ב- 25%
 $1 + \frac{25}{100} = 1.25$

נתונים
 הגדרת המשתנים: x כמות החטיפים

משוואה	סה"כ	כמות	מחיר	
	5x	x	5	קניה
	$4 \cdot 4.4 = 17.6$	4	$5 - 0.6 = 4.4$	מכירת החטיפים הפגומים
	$6.25 \cdot (x - 4)$	x - 4	$1.25 \cdot 5 = 6.25$	מכירת שאר החטיפים
$17.6 + 6.25 \cdot (x - 4) = 92.6$				

(א). כמה חטיפים קנה הסוחר?

$$17.6 + 6.25 \cdot (x - 4) = 92.6$$

$$17.6 + 6.25x - 25 = 92.6$$

$$6.25x = 92.6 + 25 - 17.6$$

$$6.25x = 100$$

$$x = 16$$

תשובה: הסוחר קנה 16 חטיפים

(ב). כמה שקלים הרוויח הסוחר?

רווח = קנייה - מכירה

$$92.6 - 80 = 12.6$$

תשובה: הסוחר הרוויח 12.6 שח

אחוזים	כסף	
	12.6	סה"כ הרווח
100%	80	סה"כ הקנייה

(ג). איזה אחוז מהוה הרווח ממחיר הקנייה?

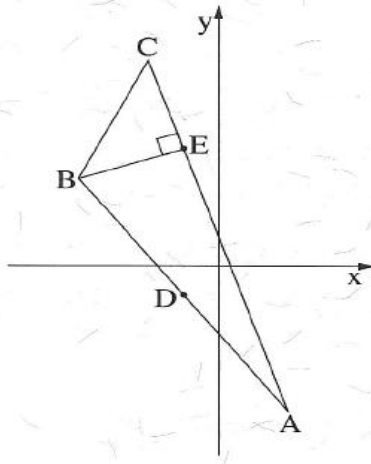
$$\frac{12.6}{80} \cdot 100 = 15.75\%$$

תשובה: 15.75%

תשובה סופית:

(א) הסוחר קנה 16 חטיפים (ב) הסוחר הרוויח 12.6 שח (ג) 15.75%

שאלה מספר 2



נתון משולש ABC, השיעורים של קדקוד A הם $A(2, -5)$
 הנקודה $D(-1, -1)$ היא אמצע הצלע AB (ראה ציור)
 א. מצא את השיעורים של קדקוד B.
 משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AC היא $y = -3x + 1$.
 מנקודה B הורידו גובה לצלע AC,
 הגובה חותך את הצלע בנקודה E (ראה ציור)
 ב. (1) מצא את משוואת הישר BE.
 (2) מצא את שיעורי הנקודה E.
 ג. מצא את שטח המשולש BCE.
 שיעור ה- x של הנקודה C הוא -2

פתרון:

א. מצא את השיעורים של קדקוד B.

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad -1 = \frac{2 + x_2}{2} \quad -2 = 2 + x_2 \quad -4 = x_B$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad -1 = \frac{-5 + y_2}{2} \quad -2 = -5 + x_2 \quad 3 = y_B$$

$B(-4, 3)$

תשובה: $B(-4, 3)$

ב. (1) מצא את משוואת הישר BE.

<p>שיפוע BE</p> $m_{AC} = -3 \quad m_{BE} = \frac{1}{3}$ <p>הופכי נגדי</p>	<p>משוואת BE</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ $(-4, 3) \quad m = \frac{1}{3}$ $y - 3 = \frac{1}{3}(x + 4)$ $y = \frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3} + 3$ $y = \frac{1}{3}x + 4\frac{1}{3}$
---	---

תשובה: $y = \frac{1}{3}x + 4\frac{1}{3}$

(2) מצא את שיעורי הנקודה E.

נקודה E

$$y = -3x + 1$$

$$y = \frac{1}{3}x + 4\frac{1}{3}$$

$$-3x + 1 = \frac{1}{3}x + 4\frac{1}{3}$$

$$-3\frac{1}{3}x = 3\frac{1}{3}$$

$$x = -1$$

$$y = -3(-1) + 1 = 4$$

$E(-1, 4)$

תשובה: $E(-1, 4)$

שיעור ה- x של הנקודה C הוא -2
ג. מצא את שטח המשולש BCE.

נקודה C

$$y = -3x + 1$$

$$x = -2$$

$$y = -3(-2) + 1 = 7$$

$$C(-2, 7)$$

שטח משולש AMB

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}}{2}$$

$$S_{BCE} = 5$$

אורך הניצב CE

$$C(-2, 7) \quad E(-1, 4)$$

$$d^2 = (-1 + 2)^2 + (4 - 7)^2 \quad d_{CE} = \sqrt{10}$$

אורך הניצב BE

$$B(-4, 3) \quad E(-1, 4)$$

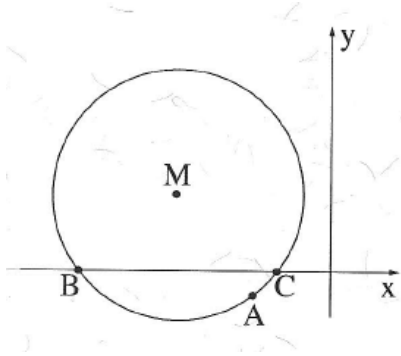
$$d^2 = (-1 + 4)^2 + (4 - 3)^2 \quad d_{BE} = \sqrt{10}$$

תשובה: $S_{BCE} = 5$

תשובה סופית:

(א) $B(-4, 3)$ **(ב)** $y = \frac{1}{3}x + 4\frac{1}{3}$ **(ג)** $E(-1, 4)$ **(ד)** $S_{BCE} = 5$

שאלה מספר 3:



הישרים $y = x + 9$ ו- $y = -x - 3$ נפגשים בנקודה M.
 א. מצא את שיעורי הנקודה M.
 נקודה A (-3, -1) נמצאת על המעגל שמרכזו בנקודה M.
 ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.
 (2) מצא את משוואת המעגל.
 המעגל, שאת משוואתו מצאת בסעיף (ב),
 חותך את ציר ה- x בנקודות B ו- C (ראה ציור).
 ג. מצא את שטח המשולש BMC.

פתרון:

נקודה M

$$\begin{aligned} y &= x + 9 \\ y &= -x - 3 \\ x + 9 &= -x - 3 \\ 2x &= -12 \\ x &= -6 \\ y &= x + 9 = (-6) + 9 = 3 \\ M &(-6, 3) \end{aligned}$$

(א.) מצא את שיעורי הנקודה M.

תשובה: M (-6,3)

**ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.
 (2) מצא את משוואת המעגל.**

משוואת המעגל

$$\begin{aligned} (x - a)^2 + (y - b)^2 &= R^2 \\ M (-6, 3) \quad A (-3, -1) \\ (x + 6)^2 + (y - 3)^2 &= R^2 \\ A (-3, -1) \\ (-3 + 6)^2 + (-1 - 3)^2 &= R^2 \\ R^2 &= 25 \\ R &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

משוואת המעגל
 $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 25$

תשובה: (1) $R = 5$ (2) $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 25$

(ג.) מצא את שטח המשולש BMC.

נקודות BC

$$\begin{aligned} (x + 6)^2 + (y - 3)^2 &= 25 \\ y &= 0 \\ (x + 6)^2 + (0 - 3)^2 &= 25 \\ (x + 6)^2 &= 25 - 9 \\ x + 6 &= \pm\sqrt{16} \\ y &= \pm 4 - 6 \\ y_1 &= -4 - 6 = -10 \\ y_2 &= +4 - 6 = -2 \\ B (-10, 0) \quad C (-2, 0) \end{aligned}$$

שטח משולש AMB

$$\begin{aligned} S &= \frac{a \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} \\ S_{AMB} &= 12 \end{aligned}$$

תשובה: $S_{BMC} = 12$

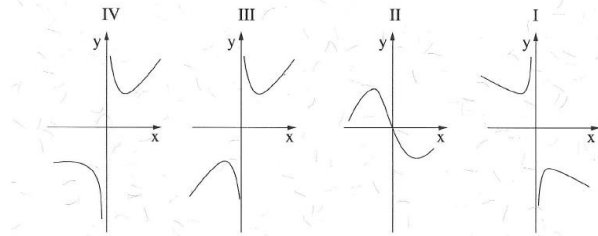
תשובה סופית:

(א) M (-6,3) **(ב)** $R = 5$ **(ג)** $S_{BMC} = 12$

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{36}{x} + 9x + 1$.

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (ב) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- (ג) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (ד) לפניך ארבעה גרפים I II III IV



איזה מבין הגרפים I II III IV

מתאר את הפונקציה נתונה? נמק.

פתרון

- (א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? **תשובה:** תחום הגדרה = $x \neq 0$

- (ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$
 $f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$

פונקציה
 $x; y$

$f(x) = \frac{36}{x} + 9x + 1$
 $f(2) = \frac{36}{(2)} + 9(2) + 1$
 $y = 37$
 $(2, 37)$
 $f(-2) = \frac{36}{(-2)} + 9(-2) + 1$
 $y = -1$
 $(-2, -35)$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$f'(x) = -\frac{36 \cdot 1}{x^2} + 9$
 $f'(x) = m = 0$
 $0 = -\frac{36}{x^2} + 9$
 $\frac{36}{x^2} = 9$
 $9x^2 = 36$
 $x^2 = 4$
 $x = \pm\sqrt{4}$
 $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$

נגזרת שנייה
 $\min; \max$

$f''(x) = \frac{36 \cdot 2}{x^3} = \frac{72}{x^3}$
 $f''(+2) = \frac{72}{(+2)^3} = +9 \cup \min$
 $f''(-2) = \frac{72}{(-2)^3} = -9 \cap \max$

נקודות הקיצון:
 $(-2, -35) \cap \max$
 $(+2, 37) \cup \min$

- (ג) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

x	עלייה	x	ירידה	x	ירידה	x	עלייה	x
$-\infty$	$< x <$	-2	$< x <$	0	$< x <$	2	$< x <$	$+\infty$

תשובה: **תחומי עלייה:** $-\infty < x < -2$ $-1 < x < +\infty$
תחומי ירידה: $-2 < x < 0$ $0 < x < 2$

- (ד) לפניך ארבעה גרפים I II III IV

איזה מבין הגרפים I II III IV מתאר את הפונקציה נתונה? נמק.

תשובה: גרף מספר III לפי נקודות הקיצון ותחומי העלייה והירידה.

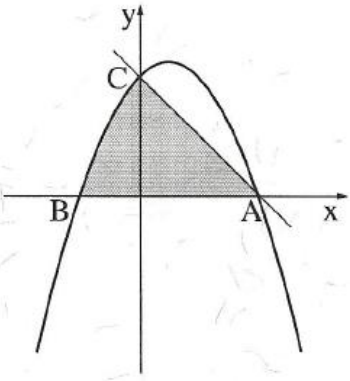
תשובה סופית:

(א) $x \neq 0$ (ב) $(+2, 37) \cup \min$ $(-2, -35) \cap \max$

(ג) **תחומי עלייה:** $-\infty < x < -2$ $-1 < x < +\infty$ **תחומי ירידה:** $-2 < x < 0$ $0 < x < 2$

(ד) גרף מספר III

שאלה מספר 5



הפרבולה $y = -x^2 + x + 2$

חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו- B

ואת ציר ה- y בנקודה C . כמתואר בציור.

(א) מצא את השיעורים של הנקודות A, B, C .

(ב) הראה כי משוואת הישר AC היא $y = -x + 2$

(ג) חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה

ועל ידי הישר AC ועל ידי ציר ה- x (השטח האפור בציור).

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודה A , ואת שיעורים של הנקודה B .

$$y = -x^2 + x + 2$$

$$y = 0$$

$$0 = -x^2 + x + 2$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-1) \cdot (2)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{-2}$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 2$$

$$B(-1,0) \quad A(2,0)$$

$$y = -x^2 + x + 2$$

$$x = 0$$

$$y = -(0)^2 + (0) + 2 = 2$$

$$C(0,2)$$

תשובה: $C(0,2) \quad B(-1,0) \quad A(2,0)$

(ב) הראה כי משוואת הישר AC היא $y = -x + 2$

שיפוע AC

$$A(2,0) \quad C(0,2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(2) - (0)}{(0) - (2)} = -1$$

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,0) \quad m = -1$$

$$y - 0 = -1(x - 2)$$

$$y = -1x + 2$$

אפשרות נוספת:

משוואת AC

$$y = -1x + 2$$

$$A(2,0)$$

$$0 = -1(2) + 2$$

$$0 = 0$$

משוואת AC

$$y = -1x + 2$$

$$C(0,2)$$

$$2 = -1(0) + 2$$

$$2 = 2$$

תשובה: הוכחה

(ג) חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה ועל ידי הישר AC ועל ידי ציר ה- x (השטח האפור בציור).

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^2 + x + 2$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -1$	$y = 0$	$x = 0$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x + 2$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = 0$	$x = 2$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (-x^2 + x + 2) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (-x + 2) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (-x^2 + x + 2) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (-x + 2) dx$$

$$S_1 = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^0$$

$$S_2 = \left[-\frac{x^2}{2} + 2x \right]_0^2$$

$$S_1 = \left[-\frac{(0)^3}{3} + \frac{(0)^2}{2} + 2(0) \right] - \left[-\frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} + 2(-1) \right]$$

$$S_2 = \left[-\frac{(2)^2}{2} + 2(2) \right] - \left[-\frac{(0)^2}{2} + 2(0) \right]$$

$$S_2 = [0] - \left[-1\frac{1}{6} \right]$$

$$S_2 = [2] - [0]$$

$$S_1 = \left[1\frac{1}{6} \right]$$

$$S_2 = [2]$$

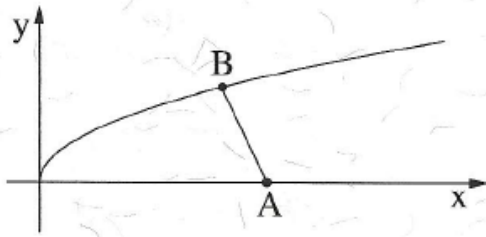
$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = [2] + \left[1\frac{1}{6} \right] = 3\frac{1}{6}$$

תשובה סופית :

$$S_T = [2] + \left[1\frac{1}{6} \right] = 3\frac{1}{6} \quad (\text{ג}) \quad \text{(ב) הוכחה} \quad C(0,2) \quad B(-1,0) \quad A(2,0) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 6



- נתון גרף הפונקציה $y = \sqrt{x}$
 הנקודה $A(4.5, 0)$ נמצאת על ציר ה- x (ראה ציור)
 (א) מצא על גרף הפונקציה נקודה B ,
 שעבורה **ריבוע המרחק** AB הוא מינימלי.
 (ב) עבור הנקודה B שמצאת בסעיף א
 חשב את **המרחק** AB .

פתרון:

1. **משפט המטרה:** **ריבוע המרחק** AB הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

3. **נוסחת עזר:** $B(x, \sqrt{x})$ $A(4.5, 0)$

4. **פונקציית המטרה** $P = (x - 4.5)^2 + (\sqrt{x} - 0)^2$
 $P = x^2 - 9x + 20.25 + x$

$p = x^2 - 8x + 20.25$

הפונקציה

$p = x^2 - 8x + 20.25$
 $x = 4$
 $p = (4)^2 - 8(4) + 20.25$
 $p = 4.25$
 $d = \sqrt{4.25} = 2.06$

נגזרת ראשונה

$p' = 2x - 8$
 $p' = 0$
 $0 = 2x - 8$
 $2x = 8$
 $x = 4$

נגזרת שנייה

Max/min
 $f'(x) = +2 \cup \text{min}$

ריכוז התשובות

$x = 4$ min
 $y_B = 2$
 $p = 4.25$
 $d = \sqrt{4.25} = 2.06$

נקודה B

$x = 4$
 $y = \sqrt{x}$
 $y = \sqrt{4} = 2$
 $B(4, 2)$

תשובה סופית:

$x_B = 4$ (א) $d = \sqrt{4.25} = 2.06$ (ב)