

מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ו 2016

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

דני רצה לקנות 20 עפרונות ועטים סך הכול. מחיר כל עיפרון הוא 10 שקלים, ומחיר כל עט גבוה ב- 20% ממחיר עיפרון. המחיר הכולל של העפרונות והעטים הוא 214 שקלים. א. כמה עטים וכמה עפרונות רצה דני לקנות? ב. כאשר דני עמד לשלם, התברר לו כי יש לו רק 200 שקלים. המוכרת הציעה לדני הנחה של 9% על העפרונות. האם לאחר הנחה זו יספיקו לדני 200 השקלים שברשותו, והוא יוכל לקנות את כל העפרונות והעטים שרצה לקנות?

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה, יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

$$1 + \frac{20}{100} = 1.2$$

הגדרת המשתנים: x - כמות עפרונות, y - כמות עטים

משוואה	סה"כ	עטים		פעולה	עפרונות	
		כמות	מחיר		כמות	מחיר
$x + y = 20$	20	y		+	x	
$10x + 12y = 214$	214	y	$10 \cdot 1.2 = 12$	+	x	10

א. כמה עטים וכמה עפרונות רצה דני לקנות?

$$\begin{cases} 10x + 12y = 214 \\ x + y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 - y \\ x = 20 - 7 \\ x = 13 \end{cases}$$

$$10(20 - y) + 12y = 214$$

$$200 - 10y + 12y = 214$$

$$2y = 15$$

$$y = 7$$

תשובה: 13 עפרונות, 7 עטים

ב. כאשר דני עמד לשלם, התברר לו כי יש לו רק 200 שקלים. המוכרת הציעה לדני הנחה של 9% על העפרונות. האם לאחר הנחה זו יספיקו לדני 200 השקלים שברשותו, והוא יוכל לקנות את כל העפרונות והעטים שרצה לקנות?

$$1 - \frac{9}{100} = 0.91$$

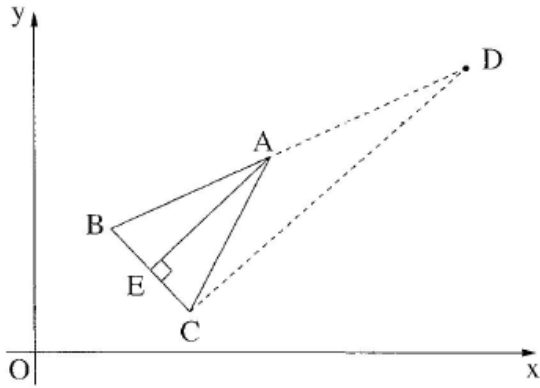
סה"כ המכירה	עטים		פעולה	עפרונות	
	כמות	מחיר		כמות	מחיר
202.3	7	12	+	13	$10 \cdot 0.91$

תשובה: דני לא יוכל לקנות ב 200 שקלים הוא צריך 202.3 שקלים

תשובה סופית :

(א) 13 עפרונות, 7 עטים. **(ב)** דני לא יוכל לקנות ב 200 שקלים הוא צריך 202.3 שקלים

שאלה מספר 2:



- הנקודות $A(6,5)$ ו- $B(2,3)$ הן קדקודים של משולש שווה שוקיים ABC ($AB=AC$). AE הוא הגובה לבסיס BC (ראה ציור) משוואת AE היא $y = x - 1$.
- (א) מצא את משוואת הצלע BC .
- (ב) (1) מצא את השיעורים של הנקודה E .
 (2) מצא את השיעורים של הקדקוד C .
- (ג) נתונה הנקודה $D(10,7)$
- (1) הראה כי DC מאונך ל- BC .
 (2) חשב את שטח הטרפז $AECD$.

פתרון:

(א) מצא את משוואת הצלע BC .

שיפוע BC

$m_{AE} = 1$ $m_{BC} = -1$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת BC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,3) \quad m = -1$$

$$y - 3 = -1(x - 2)$$

$$y = -1x + 2 + 3$$

$$y_{BC} = -1x + 5$$

תשובה: $y_{BC} = -1x + 5$

(ב1) מצא את השיעורים של הנקודה E .

נקודה E

$$y = y \begin{cases} y = -1x + 5 \\ y = 1x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1x - 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$-1x + 5 = 1x - 1 \quad y = 1(3) - 1$$

$$6 = 2x \quad y = 2$$

$$x = 3 \quad E(3,2)$$

תשובה: $E(3,2)$

(ב2) מצא את השיעורים של הקדקוד C .

נקודה C

$B(2,3)$ $E(3,2)$ $C(,)$

$$3 = \frac{2+x}{2} \Rightarrow 6 = 2+x \Rightarrow x = 4$$

$$2 = \frac{3+y}{2} \Rightarrow 4 = 3+y \Rightarrow y = 1$$

$C(4,1)$

תשובה: $C(4,1)$

(ג1) נתונה הנקודה $D(10,7)$ הראה כי DC מאונך ל- BC .

שיפוע DC

$D(10,7)$ $C(4,1)$

$$m = \frac{7-1}{10-4} = \frac{6}{6} = 1$$

$$m_{DC} = 1$$

הוכחה לניצבות

$m_{DC} = 1$ $m_{BC} = -1$
 שיפוע הופכי נגדי

תשובה: $m_{DC} = 1$ $m_{BC} = -1$ הופכי נגדי הישרים מאונכים

(2ג) חשב את שטח הטרפז AECD.

אורך צלע AE
 $E (3,2) \quad A (6,5)$
 $d = \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2}$
 $d_{AE} = \sqrt{18}$

אורך צלע CD
 $C (4,1) \quad D (10,7)$
 $d = \sqrt{(10-4)^2 + (7-1)^2}$
 $d_{CD} = \sqrt{72}$

אורך צלע CE
 $C (4,1) \quad E (3,2)$
 $d = \sqrt{(4-3)^2 + (1-2)^2}$
 $d_{CE} = \sqrt{2}$

שטח טרפז
 $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2} = \frac{(\sqrt{18} + \sqrt{72}) \cdot \sqrt{2}}{2} = 9$

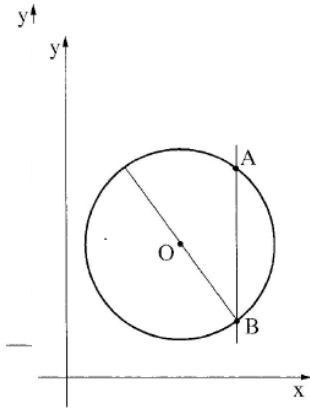
תשובה: $S = 9$

תשובה סופית :

(א) $y_{BC} = -1x + 5$ **(ב1)** $E (3,2)$ **(ב2)** $C (4,1)$

(ג1) $m_{BC} = -1$ $m_{DC} = 1$ הופכי נגדי הישרים מאונכים **(ג2)** $S = 9$

שאלה מספר 3



נתון מעגל שמרכזו $O(6,7)$

הנקודה $A(9,11)$ נמצאת על המעגל. (ראה ציור)

(א). (1) חשב את האורך של רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל.

(ב) הישר $x=9$ חותך את המעגל בנקודה נוספת, B (ראה ציור)

מצא את שיעורי הנקודה B .

(ג). דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל מצא את משוואתו.

(ד) חשב את שטח המשולש AOB .

פתרון:

(א). (1) חשב את האורך של רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל.

$$(x-6)^2 + (y-7)^2 = R^2$$

$$A(9,11)$$

$$(9-6)^2 + (11-7)^2 = R^2$$

$$25 = R^2 \quad R = 5$$

$$(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$

תשובה (1א) $R=5$ (2א) $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$

(ב) הישר $x=9$ חותך את המעגל בנקודה נוספת, B

(ראה ציור) מצא את שיעורי הנקודה B .

$$(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$

$$x=9$$

$$(9-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$

$$9 + (y-7)^2 = 25$$

$$(y-7)^2 = 16$$

$$y = \pm\sqrt{16} + 7$$

$$y_1 = -4 + 7 = 3$$

$$y_2 = +4 + 7 = 11$$

$$B(9,3)$$

תשובה: $B(9,3)$

(ג). דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל מצא את משוואתו.

שיפוע BO

$$O(6,7)$$

$$B(9,3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(7) + (3)}{(6) - (9)} = -\frac{4}{3}$$

משוואת הקוטר

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(6,7) \quad m = -\frac{4}{3}$$

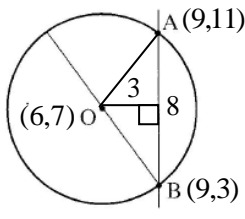
$$y - 7 = -\frac{4}{3}(x - 6)$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 8 + 7$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 15$$

תשובה: $y = -\frac{4}{3}x + 15$

y



שטח משולש

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$$

(ד) חשב את שטח המשולש AOB .

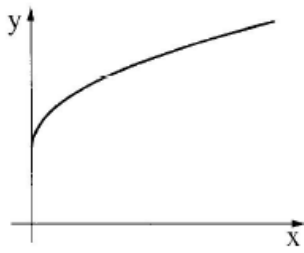
תשובה: $S=12$

תשובה סופית:

(1א) $R=5$ (2א) $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$

(ב) $B(9,3)$ (ג) $y = -\frac{4}{3}x + 15$ (ד) $S=12$

שאלה מספר 4



בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$,

- (א) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- (ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- (ג) גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
- (ד) העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1. מצא את משוואת המשיק.
- (ה) האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה? נמק

פתרון:

(א) **מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?** **תשובה:** $x \geq 0$

(ב) **מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .**

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$x = 0$$

$$f(x) = 2\sqrt{(0)} + 3 = 3$$

תשובה: (0,3)

$$(0,3)$$

(ג) **גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.**

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = m = 0$$

תשובה: לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

$$0 = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$0 \neq 1$$

(ד) **העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1. מצא את משוואת המשיק.**

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$x = 1$$

$$y = 2\sqrt{1} + 3 = 5$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1,5) \quad m = 1$$

$$y - 5 = 1(x - 1)$$

$$y = 1x - 1 + 5$$

$$y = 1x + 4$$

תשובה: $y = 1x + 4$

(ה) **האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה? נמק**

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 3$$

$$y = 2$$

$$2 = 2\sqrt{1} + 3$$

$$-1 = 2\sqrt{x}$$

$$-0.5 = \sqrt{x}$$

תשובה: הישר $y = 2$ **לא חותך** את גרף הפונקציה

תשובה סופית:

- (א) $x \geq 0$
- (ב) (0,3)
- (ג) לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
- (ד) $y = 1x + 4$
- (ה) הישר $y = 2$ **לא חותך** את גרף הפונקציה

שאלה מספר 5

הפרבולה $y = x^2 + 2x + 6$

חותכת את ציר ה- y בנקודה A (ראה ציור)

א. מצא את השיעורים של הנקודה A

ב. דרך הנקודה A העבירו ישר ששיפועו 1 - .

(1) מצא את משוואת הישר.

(2) הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B.

מצא את השיעורים של הנקודה B.

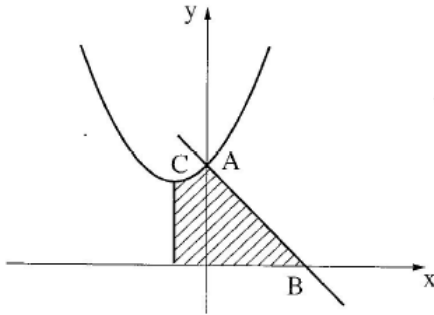
ג. המינימום של הפרבולה הוא בנקודה C.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

ד. דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x

חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x .

ועל ידי הישר AB (השטח המקוקו בציור)



חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x .

ועל ידי הישר AB (השטח המקוקו בציור)

נקודה A

$f(x) = x^2 + 2x + 6$

$x = 0$

$y = (0)^2 + 2(0) + 6 = 3$

$A(0, 6)$

פתרון:

א. מצא את השיעורים של הנקודה A

תשובה: A (0,6)

ב. דרך הנקודה A העבירו ישר ששיפועו 1 - .

(1) מצא את משוואת הישר.

משוואת הישר

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$(0, 6) \quad m = -1$

$y - 6 = -1(x - 0)$

$y = -1x + 6$

תשובה: $y = -1x + 6$

(2) הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B.

מצא את השיעורים של הנקודה B.

$y = -1x + 6$

$y = 0$

$0 = -1x + 6$

$x = 6$

$B(6, 0)$

תשובה: B (6,0)

ג. המינימום של הפרבולה הוא בנקודה C.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

$f(x) = a \cdot x^n$
 $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$

פונקציה
 $x ; y$

$f(x) = x^2 + 2x + 6$

$x = -1$

$f(x) = (-1)^2 + 2(-1) + 6$

$y = 5$

נגזרת ראשונה
 $x ; m$

$f'(x) = 2x + 2$

$f'(x) = m = 0$

$0 = 2x + 2$

$-2x = 2$

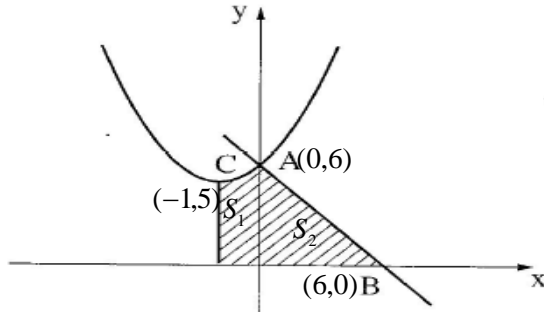
$x = -1$

נגזרת שנייה
 $\min ; \max$

$f''(x) = 2 \min$

תשובה: $\min (-1, 5)$

ד. דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x
 חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x.
 ועל ידי הישר AB (השטח המקווקו בציור)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^2 + 2x + 6$	x גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה $y = 0$	$x = 0$

$$S_2 = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$$

$$S_2 = 18$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 6) - 1(0) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 6) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 6x \right]_{-1}^0$$

$$S_1 = \left[\frac{(0)^3}{3} + \frac{2(0)^2}{2} + 6(0) \right] - 1 \left[\frac{(-1)^3}{3} + \frac{2(-1)^2}{2} + 6(-1) \right]$$

$$S_1 = [0] - \left[-5\frac{1}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[5\frac{1}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

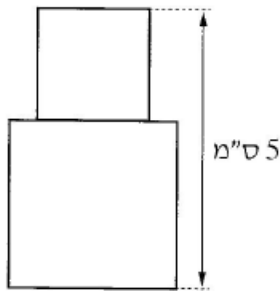
$$S_T = 5\frac{1}{3} + 18 = 23\frac{1}{3}$$

$$S_T = 5\frac{1}{3} + 18 = 23\frac{1}{3} \text{ :תשובה}$$

תשובה סופית:

$$S_T = 5\frac{1}{3} + 18 = 23\frac{1}{3} \quad (\text{ד}) \quad (-1,5) \min \quad (\text{ג}) \quad B(6,0) \quad (\text{ב}) \quad y = -1x + 6 \quad (\text{א}) \quad A(0,6) \quad (\text{א})$$

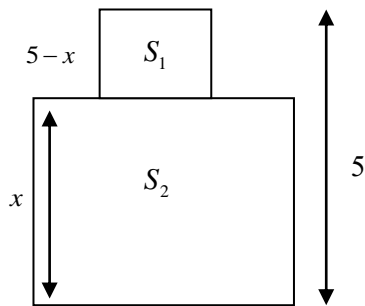
שאלה מספר 6:



נתונה צורה המורכבת משני ריבועים המונחים זה על זה (הריבועים יכולים להיות שונים בגודלם או שווים בגודלם).
 גובה הצורה הוא 5 ס"מ (ראה ציור)
 (א) סמן ב- x את אורך הצלע של הריבוע התחתון, והבע באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע העליון.
 (ב) מצא מה צריך להיות x כדי ששטח הצורה יהיה מינימלי?
 (ג) חשב את השטח המינימלי של הצורה.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ששטח הצורה (סכום השטחים) יהיה מינימלי



2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $S_1 = (5-x)^2$ $S_2 = (x)^2$

4. **פונקציית המטרה**

$$p = S_1 + S_2$$

$$p = (5-x)^2 + x^2$$

$$P = 25 - 10x + x^2 + x^2$$

$$P = 2x^2 - 10x + 25$$

$$f(x) = a \cdot x^n$$

$$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

הפונקציה

$$P = 2x^2 - 10x + 25$$

$$x = 2.5$$

$$P = 2(2.5)^2 - 10(2.5) + 25$$

$$P = 12.5$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 4x - 10$$

$$P' = 0$$

$$0 = 4x - 10$$

$$4x = 10$$

$$x = 2.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P'' = +4 \cup \min$$

תשובה סופית:

(א) $5-x$ (ב) \min (ג) $S = 12.5$