

מבחן בגרות 35803 מועד חצו ברק תשע"ו 2016

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

סוחר קנה חולצות ושילם עליהן סך הכול 2400 שקלים. התברר כי ב-3 חולצות יש פגם, והוא נאלץ למכור אותן בהפסד של 20% לכל חולצה פגומה. את שאר החולצות מכר הסוחר ב רווח של 20% לכל חולצה הסוחר מכר את כל החולצות בסכום כולל של 2736 שקלים.
 א. כמה כסף שילם הסוחר עבור חולצה אחת?
 ב. כמה חולצות קנה הסוחר?

פתרון

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה, יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - כמות החולצות y - מחיר החולצה

משוואה	חולצות			
	סה"כ	כמות	מחיר	
$x \cdot y = 2400$	2400	x	y	קניה
	$3 \cdot 0.8y = 2.4y$	3	0.8y	מכירת הפגומות
$2.4y + 1.2xy - 3.6y = 2736$	$1.2y \cdot (x - 3) = 1.2xy - 3.6y$	x - 3	1.2y	שאר החולצות

א. כמה כסף שילם הסוחר עבור חולצה אחת?

$$x \cdot y = 2400$$

$$2.4y + 1.2xy - 3.6y = 2736$$

$$2.4y + 1.2(2400) - 3.6y = 2736$$

$$2880 - 1.2y = 2736$$

$$144 = 1.2y$$

$$y = 120$$

תשובה: הסוחר שילם 120 שקלים עבור חולצה אחת

ב. כמה חולצות קנה הסוחר?

$$x \cdot y = 2400$$

$$y = 120$$

$$x = \frac{2400}{120}$$

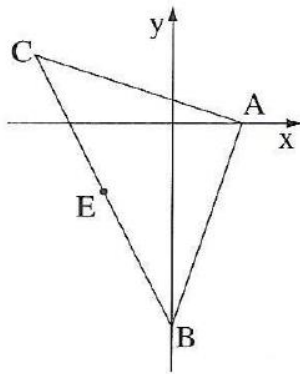
$$x = 20$$

תשובה: הסוחר קנה 20 חולצות

תשובה סופית:

(א) הסוחר שילם 120 שקלים עבור חולצה אחת (ב) הסוחר קנה 20 חולצות

שאלה מספר 2:



במשולש ABC נתון:

הקדקוד A נמצא על ציר ה- x .

שיעורי הקדקוד C הם $(-4,2)$

ונקודה E $(-2,-2)$ היא אמצע הצלע BC.

(א) מצא את שיעורי הנקודה B.

(ב) נתון כי שיפוע הישר AB הוא 3

מצא את שיעורי הנקודה A.

העבירו ישר דרך הנקודות A ו-E.

(ג) הוכח כי הישר AE מאונך לישר BC

(ד) חשב את שטח המשולש ABE

פתרון:

(א) **מצא את שיעורי הנקודה B.**

נקודה B

$c (-4,2) \quad E (-2,-2) \quad B (?, ?)$

$$-2 = \frac{-4+x}{2} \Rightarrow -4 = -4+x \Rightarrow x=0$$

$$-2 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow -4 = 2+y \Rightarrow y=-6$$

תשובה: B $(0,-6)$

B $(0,-6)$

(ב) נתון כי שיפוע הישר AB הוא 3 מצא את שיעורי הנקודה A.

נקודה A

$y = 3x - 6$

$y = 0$

$0 = 3x - 6$

$3x = 6$

$x = 2$

A $(2,0)$

תשובה: A $(2,0)$

(ג) הוכח כי הישר AE מאונך לישר BC

שיפוע BC

B $(0,-6) \quad C (-4,2)$

$$m = \frac{2+6}{-4-0} = \frac{8}{-4} = -2$$

$m_{BC} = -2$

שיפוע AE

A $(2,0) \quad E (-2,-2)$

$$m = \frac{-2-0}{-2-2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$m_{AE} = \frac{1}{2}$

תשובה: $m_{BC} = -2 \quad m_{AE} = \frac{1}{2}$ הופכי נגדי הישרים מאונכים

הוכחה לניצבות

$m_{BC} = -2 \quad m_{AE} = \frac{1}{2}$

שיפוע הופכי נגדי

אורך צלע AE

A $(2,0) \quad E (-2,-2)$

$$d = \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-0)^2}$$

$d_{AE} = \sqrt{20}$

אורך צלע BE

B $(0,-6) \quad E (-2,-2)$

$$d = \sqrt{(-2-0)^2 + (-2+6)^2}$$

$d_{BE} = \sqrt{20}$

(ד) חשב את שטח המשולש ABE

שטח משולש

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{20} + \sqrt{20}}{2} = 10$$

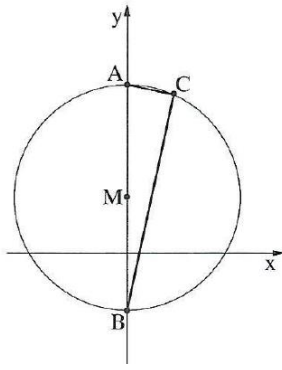
תשובה: S = 10

תשובה סופית:

(א) B $(0,-6)$ (ב) A $(2,0)$ (ג) C $(4,1)$

(ד) S = 10 (ה) הופכי נגדי הישרים מאונכים $m_{BC} = -2 \quad m_{AE} = \frac{1}{2}$

שאלה מספר 3



המעגל $x^2 + (y - 5)^2 = 100$ שמרכזו M חותך את ציר ה- y בנקודות A ו- B כמתואר בציור (א). מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

- נקודה C נמצאת על המעגל ברביע הראשון.
 (ב) שיעור ה- y של הנקודה C הוא 13. מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.
 (ג) איזה צלע ארוכה יותר AB או CB? נמק.
 (ד) בנקודה C העבירו משיק למעגל. מצא את משוואת המשיק.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

$$x^2 + (y - 5)^2 = 100$$

$$x = 0$$

$$(0)^2 + (y - 5)^2 = 100$$

$$(y - 5)^2 = 100$$

$$y = \pm\sqrt{100} + 5$$

$$y_1 = +10 + 5 = 15$$

$$y_2 = -10 + 5 = -5$$

$$A(0, 15) \quad B(0, -5)$$

תשובה: A(0, 15) B(0, -5)

(ב) שיעור ה- y של הנקודה C הוא 13. מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.

$$x^2 + (y - 5)^2 = 100$$

$$y = 13$$

$$x^2 + (13 - 5)^2 = 100$$

$$x^2 + 64 = 100$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm\sqrt{36}$$

$$x_1 = +6$$

$$x_2 = -6$$

$$C(6, 13)$$

תשובה: C(6, 13)

(ג) איזה צלע ארוכה יותר AB או CB? נמק.

אורך הצלע AB הוא קוטר המעגל שזה פעמיים הרדיוס $AB = 2 \cdot \sqrt{100} = 20$ והוא הארוך ביותר במעגל.

אורך צלע CB

$$B(0, -5) \quad C(6, 13)$$

אפשר גם לחשב את אורך המיתר CB.

$$d = \sqrt{(6 - 0)^2 + (13 + 5)^2}$$

$$d_{BC} = \sqrt{360} = 18.97$$

תשובה: $AB = 20$ $BC = 18.97$ קוטר AB והוא הגדול יותר

(ד) בנקודה C העבירו משיק למעגל מצא את משוואת המשיק.

נקודה M היא M (0, 5) ממשוואת המעגל

נימצא את השיפוע של MC

שיפוע MC

$$M(0,5) \quad C(6,13)$$
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(13) - (5)}{(6) - (0)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

שיפוע המשיק

$$m_{MC} = \frac{4}{3} \quad m_{\text{המשיק}} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$(6,13) \quad m = -\frac{3}{4}$$
$$y - 13 = -\frac{3}{4}(x - 6)$$
$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{18}{4} + 13$$
$$y = -\frac{3}{4}x + 17\frac{1}{2}$$

תשובה: $y = -\frac{3}{4}x + 17\frac{1}{2}$

תשובה סופית:

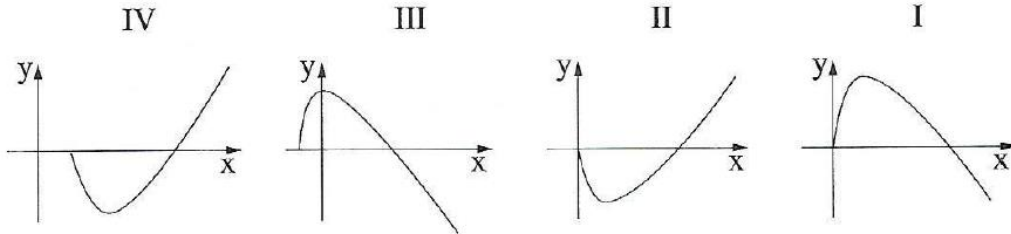
(א) A (0, 15) B (0, -5) **(ב)** C (6, 13)

(ג) $AB = 20$ $BC = 18.97$ **(ד)** $y = -\frac{3}{4}x + 17\frac{1}{2}$

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה $f(x) = 6x - 12\sqrt{x}$.

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.
- (ג) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- (ד) לפניך ארבעה גרפים I II III IV



איזה מן הגרפים הוא גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

(ה) האם הישר $y = -7$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.

פתרון:

(א) **מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.**

תשובה: תחום ההגדרה: לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \geq 0$.

(ב) **מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.**

$f(x) = a\sqrt{bx}$
 $f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$

פונקציה
 $x; y$

$f(x) = 6x - 12\sqrt{x}$
 $x = 1$
 $f(1) = 6(1) - 12\sqrt{1}$
 $y = -6$
 $(1, -6)$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$f'(x) = 6 - \frac{12 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}}$
 $f'(x) = m = 0$
 $0 = 6 - \frac{6}{\sqrt{x}}$
 $\frac{6}{\sqrt{x}} = 6$
 $6 = 6\sqrt{x} \quad / : 6$
 $1 = \sqrt{x} \quad / ()^2$
 $(1)^2 = (\sqrt{x})^2$
 $x = 1$

נגזרת שנייה
 $\min; \max$

$f'(x) = 6 - \frac{6}{\sqrt{x}} + 6/\sqrt{x}$
 $f'(x) = \frac{6\sqrt{x} - 6}{\sqrt{x}}$
(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)
 $f''(x) = \frac{6 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}}$
 $f''(1) = \frac{3}{\sqrt{1}} = +3 \cup \min$

תשובה:

$(1, -6) \cup \min$

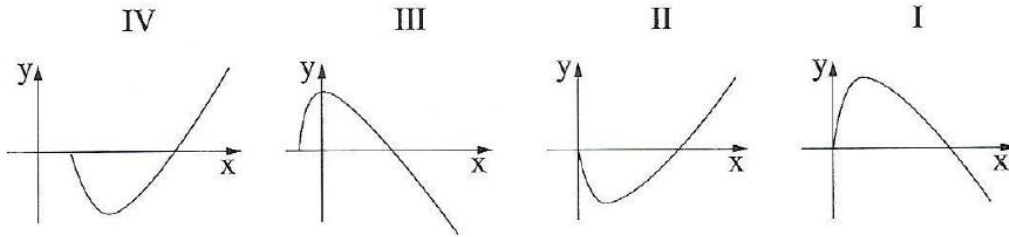
פונקציה
 $y = ?$

$f(x) = 6x - 12\sqrt{x}$
 $x = 0$
 $f(0) = 6(0) - 12\sqrt{0} = 0$
 $(0, 0)$

(ג) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

תשובה: נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**

(ד). לפניך ארבעה גרפים I II III IV



איזה מן הגרפים הוא גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

תשובה: הגרף המתאים הוא גרף מספר II בהתאם לנקודת הקיצון $\min \cup (1, -6)$ וחיתוך עם ציר ה- y $(0,0)$

(ה) האם הישר $y = -7$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.

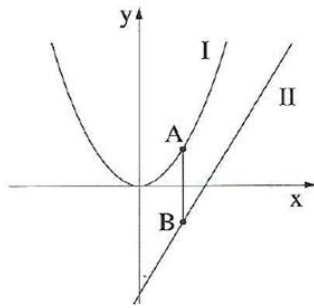
תשובה: נקודת המינימום של הפונקציה היא $\min \cup (1, -6)$ לכן לא קיימת נקודה על הגרף ששיעור ה- y שלה הוא -7

תשובה סופית

(א) $x \geq 0$. (ב) $\min \cup (1, -6)$ (ג) $(0,0)$

(ד) הגרף המתאים הוא גרף מספר II (ה) לא $y = -7$ מתחת למינימום

שאלה מספר 5



לפניך שני גרפים I ו-II של שתי הפונקציות

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x - 3$$

(א) קבע מהו הגרף של $f(x)$, ומהו הגרף של $g(x)$? נמק.

(ב) A היא נקודה על גרף I ו B היא נקודה על גרף II

כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.

מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B,

שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

פתרון:

(א) קבע מהו הגרף של $f(x)$, ומהו הגרף של $g(x)$? נמק.

תשובה: גרף I $f(x) = x^2$ פרבולה גרף II $g(x) = 2x - 3$ משוואת ישר

(ב) A היא נקודה על גרף I ו B היא נקודה על גרף II כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y. מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B, שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

1. משפט המטרה: אורך הקטע AB הוא מינימלי

2. נוסחת המטרה: $p = y_A - y_B \Rightarrow \min$

3. נוסחת עזר: $y_A = x^2$ $y_B = 2x - 3$

4. פונקציית המטרה $p = y_A - y_B \Rightarrow \min$
 $p = [x^2] - [2x - 3]$

$$p = x^2 - 2x + 3$$

$$f(x) = a \cdot x^n$$

$$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

הפונקציה

$$p = x^2 - 2x + 3$$

$$x = 1$$

$$p = (1)^2 - 2(1) + 3$$

$$p = 2$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2x - 2$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2x - 2$$

$$2 = 2x$$

$$x = 1$$

נגזרת שנייה

Max/min
 $p''(x) = +2 \cup \min$

$$x = 1$$

$$y_A = x^2 = (1)^2 = 1$$

$$y_B = 2x - 3 = 2(1) - 3 = -1$$

סיכום התשובות

$$x = 1 \quad \min$$

$$y_A = 1$$

$$y_B = -1$$

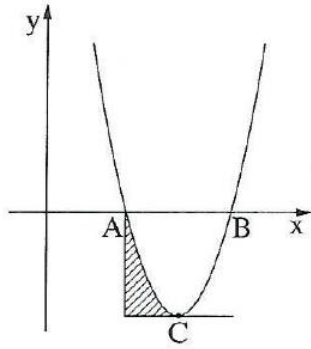
$$p = 2$$

תשובה סופית:

(א) גרף I $f(x) = x^2$ פרבולה גרף II $g(x) = 2x - 3$ משוואת ישר

(ב) $x_{AB} = 1 \quad \min$

שאלה מספר 6:



הפרבולה $y = x^2 - 10x + 21$

חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו- B.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

ודרך נקודת המינימום של הפרבולה, הנקודה C.

העבירו משיק לפרבולה (כמתואר בציור)

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה C.

(2) מצא את משוואת המשיק

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה,

על ידי הישר המקביל לציר ה- y .

ועל ידי המשיק (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

נקודות A ו- B.

$$f(x) = x^2 - 10x + 21$$

$$y = 0$$

$$0 = x^2 - 10x + 21$$

$$x_{1,2} = \frac{+10 \pm \sqrt{100 - 4(1)(21)}}{2(1)} = \frac{10 \pm 4}{2}$$

$$x_A = 3 \quad x_B = 7$$

$$A(3,0) \quad B(7,0)$$

תשובה: A (3,0) B (7,0)

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה C.

$$f(x) = a \cdot x^n$$

$$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

פונקציה
 $x ; y$

$$f(x) = x^2 - 10x + 21$$

$$x = 5$$

$$f(x) = (5)^2 - 10(5) + 21$$

$$y = -4$$

נגזרת ראשונה
 $x ; m$

$$f'(x) = 2x - 10$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 2x - 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

נגזרת שנייה
 $\min ; \max$

$$f''(x) = 2 \min$$

תשובה: C (5,-4) min

(2) מצא את משוואת המשיק

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(5, -4) \quad m = 0$$

$$y + 4 = 0(x - 5)$$

$$y = -4$$

תשובה: $y = -4$

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי הישר המקביל לציר ה- y ועל ידי המשיק (השטח המקווקו בצירור)

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^2 - 10x + 21$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 3$	$y = -4$	$x = 5$

$$S = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21) - 1(-4) dx$$

$$S = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21 + 4) dx$$

$$S = \int_3^5 (x^2 - 10x + 25) dx$$

$$S_T = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{10x^2}{2} + 25x \right]_3^5$$

$$S_T = \left[\frac{(5)^3}{3} - \frac{10(5)^2}{2} + 25(5) \right] - 1 \left[\frac{(3)^3}{3} - \frac{10(3)^2}{2} + 25(3) \right]$$

$$S_T = \left[41\frac{2}{3} \right] - [39]$$

$$S_T = \left[2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = 2\frac{2}{3}$$

תשובה: $S_T = 2\frac{2}{3}$

תשובה סופית:

$S_T = 2\frac{2}{3}$ (ג) $y = -4$ (ב) $C (5, -4)$ min (ב) $A (3, 0)$ $B (7, 0)$ (א)