

מבחן בגרות 35382 מועד א קיץ תשע"ז 2017

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

בחנות אופניים נמכרים שני סוגי אופניים: אופניים רגילים ואופני שטח. מחירם של אופני השטח גבוה ב- 300 שקלים ממחירם של האופניים הרגילים. בעקבות שינויים במחירים, התייקרו אופני השטח ב- 12%, ואילו האופניים הרגילים הוזלו ב- 18%. הסכום שנוסף למחירם של אופני השטח (בשקלים) שווה לסכום שהופחת מן המחיר של אופניים הרגילים (בשקלים). א. מצא את מחיר האופניים הרגילים לפני ההוזלה. ב. לאחר השינויים במחירים, בכמה שקלים אופני השטח יקרים יותר מן האופניים הרגילים?

פתרון

הגדרת המשתנים: x - אופני רגילים, y מחיר אופני שטח

משוואה	מחיר אופני שטח	פעולה	מחיר אופניים רגילים	
$y = 300 + x$	y	$= 300 +$	x	לפני השינוי
$1.12y - y = x - 0.82x$	$1.12y - y$	$=$	$x - 0.82x$	ההפרש אחרי השינוי

א. מצא את מחיר האופניים הרגילים לפני ההוזלה.

$$\begin{cases} y = 300 + x \\ 1.12y - y = x - 0.82x \end{cases} \quad \begin{cases} y = 300 + x \\ x = 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 300 + x \\ 0.12y = 0.18x \end{cases} \quad \begin{cases} y = 300 + 600 \\ y = 900 \end{cases}$$

$$0.12(300 + x) = 0.18x$$

$$36 + 0.12x = 0.18x$$

$$36 = 0.18x - 0.12x$$

$$36 = 0.06x$$

$$x = 600$$

תשובה: מחיר האופניים רגילים 600 ש"ח מחיר אופני שטח 900 ש"ח

ב. לאחר השינויים במחירים, בכמה שקלים אופני השטח יקרים יותר מן האופניים הרגילים?

$$1008 - 492 = 516$$

מחיר אופני שטח לאחר השינוי	מחיר אופני רגילים לאחר השינוי	
$\begin{cases} 1.12y \\ y = 900 \end{cases}$	$\begin{cases} 0.82x \\ x = 600 \end{cases}$	
$1.12 \cdot 900 = 1008$	$0.82 \cdot 600 = 492$	

תשובה: אופני השטח יקרים יותר ב- 516 שקלים מן האופניים הרגילים

תשובה סופית:

(א) מחיר האופניים רגילים 600 ש"ח מחיר אופני שטח 900 ש"ח
(ב) אופני השטח יקרים יותר ב- 516 שקלים מן האופניים הרגילים

שאלה מספר 2:

במשולש ABC, הצלע BC מונחת על ציר ה-x, כמתואר בציור. נתון: $BC = 10$.

הקדקוד A נמצא בנקודה $(12, -6)$

משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{3}{4}x + 3$

א. מצא את שעורי הקדקוד B.

ב. מצא את שעורי הקדקוד C.

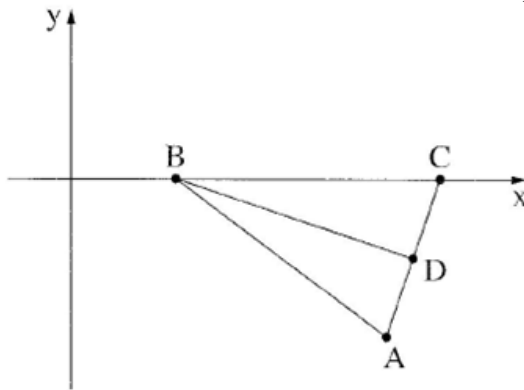
BD הוא תיכון במשולש ABC.

ב. מצא את משוואת BD.

ג. הראה ש-BD מאונך ל-AC.

ד. מצא את שטח המשולש ABC.

ה. פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש BCD? נמק.



פתרון:

א. (1) מצא את שעורי הקדקוד B.

נקודה B

$$y = -\frac{3}{4}x + 3 \quad 0 = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$y = 0 \quad \frac{3}{4}x = 3$$

$$x = 4$$

$$B(4,0)$$

תשובה: $B(4,0)$

א(2) מצא את שעורי הקדקוד C.

נקודה C

$$x_C = 4 + 10 = 14$$

$$C(14, 0)$$

תשובה: $C(14,0)$

ב. מצא את משוואת BD.

שיפוע BD

$$B(4,0) \quad D(13,-3)$$

$$m_{BD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-3) - (0)}{(13) - (4)} = \frac{-3}{9}$$

$$m_{BD} = -\frac{1}{3}$$

משוואת BD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,0) \quad m = -\frac{1}{3}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 4)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$y_{BD} = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \quad \text{תשובה:}$$

ג. הראה ש-BD מאונך ל-AC.

שיפוע BD

$$C(14,0) \quad A(12,-6)$$

$$m_{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-6) - (0)}{(12) - (14)} = \frac{-6}{-2}$$

$$m_{AC} = 3$$

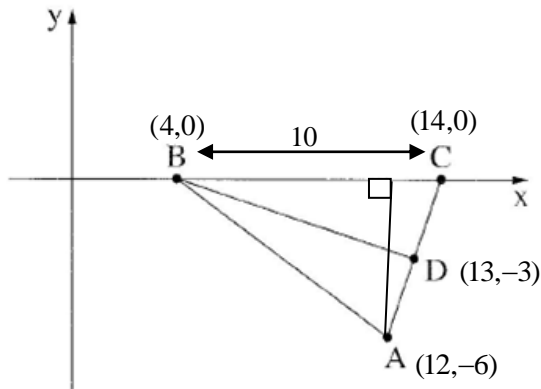
תנאי לניצבות

$$m_{BD} = -\frac{1}{3} \quad m_{AC} = 3$$

שיפוע הופכי נגדי

תשובה: הוכחה

ד. מצא את שטח המשולש ABC.



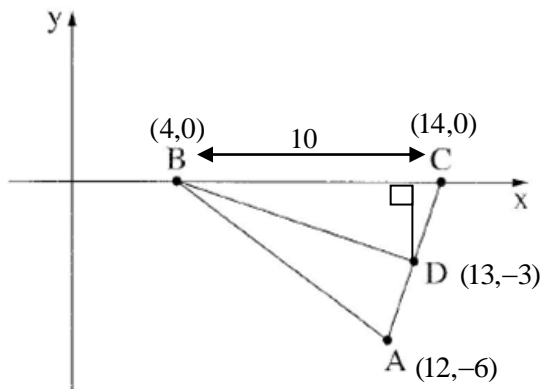
שטח משולש ABC

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 6}{2}$$

$$S_{ABC} = 30$$

תשובה: $S_{ABC} = 30$

ה. פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש BCD ? נמק.



שטח משולש BCD

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 3}{2}$$

$$S_{BCD} = 15$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BCD}} = \frac{30}{15} = 2$$

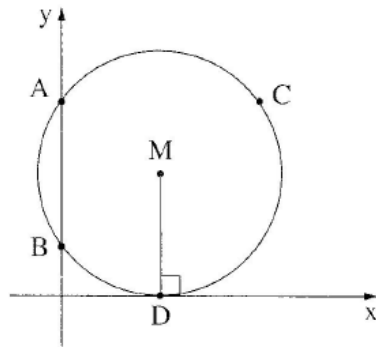
תשובה: שטח המשולש ABC גדול משטח המשולש BCD פי 2

תשובה סופית:

(א) $B(4,0)$ (2א) $C(14,0)$ (ב) $y_{BD} = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ (ג) הוכחה

(ד) $S_{ABC} = 30$ (ה) שטח המשולש ABC גדול משטח המשולש BCD פי 2

שאלה מספר 3



נתון מעגל שמרכזו בנקודה $M(4,5)$
 D היא נקודה משותפת למעגל ולציר ה- x
 כך ש- MD מאונך לציר ה- x (ראה ציור).
 א (1) מצא את אורך MD , רדיוס המעגל.
 (2) רשום את משוואת המעגל
 הנקודות A ו- B הן נקודות החיתוך של המעגל
 עם ציר ה- y , כמתואר בציור.
 ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .
 BC הוא קוטר במעגל.
 ג. מצא את שיעורי הנקודה C .
 ד. מצא את היקף המשולש CMD .

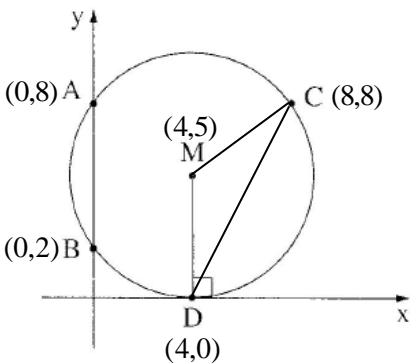
פתרון:

רדיוס המעגל

א (1) מצא את אורך MD , רדיוס המעגל.
 $M(4,5) \quad y_D = R = 5$

משוואת המעגל

(2) רשום את משוואת המעגל
 $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$



$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .

$x = 0$

$(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$

$16 + (y-5)^2 = 25$

$(y-5)^2 = 9$

$y-5 = \pm\sqrt{9}$

$y_B = -3+5 = 2$

$y_A = +3+5 = 8$

$B(0,2) \quad A(0,8)$

תשובה: $B(0,2) \quad A(0,8)$

ג. מצא את שיעורי הנקודה C .

$(0,2) \quad (4,5) \quad (x,y)$

$C(8,8)$

$4 = \frac{0+x}{2} \quad 5 = \frac{2+y}{2}$

$x_C = 8 \quad y_C = 8$

תשובה: $C(8,8)$

ד. מצא את היקף המשולש CMD .

$P = 5 + 5 + \sqrt{(8-4)^2 + (8-0)^2} = 5 + 5 + \sqrt{80} = 18.94$

תשובה: $P = 18.94$

תשובה סופית:

$B(0,2) \quad A(0,8) \quad (ב) \quad (x-4)^2 + (y-5)^2 = 25 \quad (א) \quad R = 5 \quad (א)$

$P = 18.94 \quad (ד) \quad C(8,8) \quad (ג)$

שאלה מספר 4:

נתונה פונקציה $f(x) = x - 4 + \frac{16}{x}$.

- א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.
- ה. האם לגרף הפונקציה יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? אם כן – מצא אותן, אם לא נמק.

פתרון:

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

תשובה: תחום הגדרה $x \neq 0$ האסימפטוטה $x = 0$

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = x - 4 + \frac{16}{x}$$

$$f(4) = (4) - 4 + \frac{16}{(4)}$$

$$y = 4$$

$$(4, 4)$$

$$f(-4) = (-4) - 4 + \frac{16}{(-4)}$$

$$y = -12$$

$$(-4, -12)$$

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = 1 - \frac{16 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 1 - \frac{16}{x^2}$$

$$\frac{16}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$

נגזרת שנייה
 $\min; \max$

$$f''(x) = +\frac{16 \cdot 2}{x^3} = \frac{32}{x^3}$$

$$f''(-4) = \frac{32}{(-4)^3} = -\frac{1}{2} \cap \max$$

$$f''(+4) = \frac{32}{(+4)^3} = +\frac{1}{2} \cup \min$$

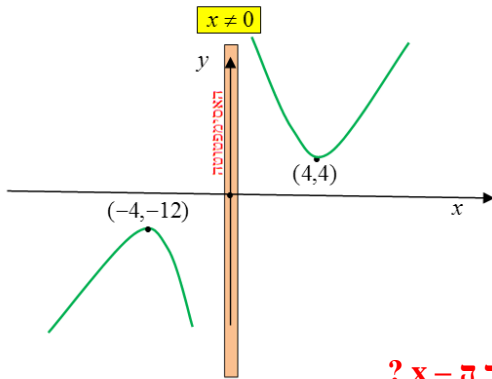
נקודות הקיצון:
 $(-4, -12) \cap \max$
 $(4, 4) \cup \min$

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

x	עלייה	x	ירידה	x	ירידה	x	עלייה	x
$-\infty$	$< x <$	-4	$< x <$	0	$< x <$	4	$< x <$	$+\infty$

תשובה: **תחומי עלייה:** $-\infty < x < -4$ ו- $4 < x < +\infty$
תחומי ירידה: $-4 < x < 0$ ו- $0 < x < 4$

ד סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.



ה. האם לגרף הפונקציה יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ?
אם כן – מצא אותן, אם לא נמק.

חיתוך עם ציר ה- x .

$$y=0$$

$$f(x) = x - 4 + \frac{16}{x}$$

$$y = 0$$

$$0 = x - 4 + \frac{16}{x}$$

$$0 = x^2 - 4x + 16$$

$$0 = x^2 - 4x + 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{16 - 4(1)(16)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{-48}}{2}$$

שורש שלילי לכן אין חיתוך עם ציר ה- x

תשובה:

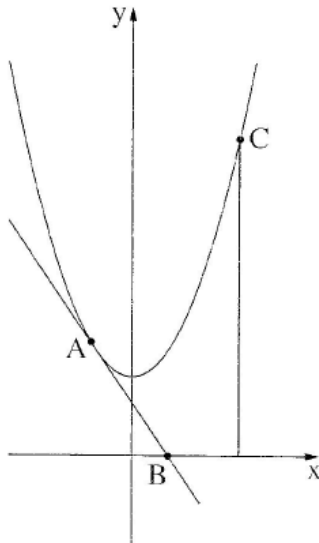
תשובות סופית :

(א) $x \neq 0$ (ב) $(-4, -12) \cap \max$ (ג) $(4, 4) \cup \min$

(ג) תחום עלייה $4 < x < +\infty$ ואו $-\infty < x < -4$ תחום ירידה $0 < x < 4$, ואו $-4 < x < 0$

(ד) סקיצה (ה) שורש שלילי לכן אין חיתוך עם ציר ה- x

שאלה מספר 5:



בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = x^2 + 3$,
בנקודה A שבה $x = -1$ העבירו משיק לגרף הפונקציה.

- א. מצא את שיפוע המשיק
(2) מצא את משוואת המשיק.
ב. מצא את שיעורי הנקודה B, ונקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון. שיעור ה- y של הנקודה C הוא 12.

- ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.
ד. מהנקודה C הורידו אנך לציר ה- x .
חשב את השטח האפור בציור:
השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק, ציר ה- x והאנך.

פתרון:

$$f(x) = x^2 + 3$$

$$y = (-1)^2 + 3$$

$$y = 4$$

$$A(-1, 4)$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$m = 2(-1)$$

$$m = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = -2 \quad (-1, 4)$$

$$y - 4 = -2(x + 1)$$

$$y = -2x + 2 + 4$$

$$y = -2x + 2$$

- א. **מצא את שיפוע המשיק**
(2) **מצא את משוואת המשיק.**

תשובה: (א) $m = -2$ (ב) $y = -2x + 2$

ב. מצא את שיעורי הנקודה B, ונקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

נקודה B

$$y = -2x + 2$$

$$y = 0$$

$$0 = -2x + 2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$B(1, 0)$$

תשובה: (ב) $B(1, 0)$

ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.

נקודה C

$$f(x) = x^2 + 3$$

$$y = 12$$

$$12 = x^2 + 3$$

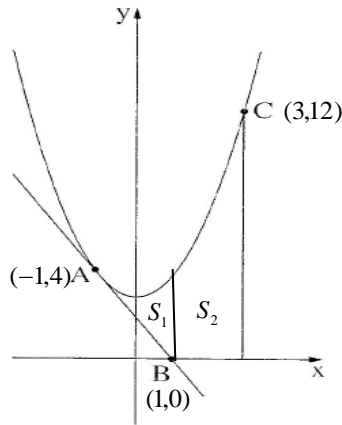
$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

$$C(3, 12)$$

תשובה: (ג) $C(3, 12)$

ג. מצא את השטח המקווקו בציר: השטח המוגבל על ידי הקטע OB על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $x^2 + 3$	x גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה $-2x + 2$	$x = 1$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $x^2 + 3$	x גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה $y = 0$	$x = 3$

$$S_1 = \int_{-1}^1 (x^2 + 3) - (-2x + 2) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^1 (x^2 + 3 + 2x - 2) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^1 (x^2 + 2x + 1) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 1x \right]_{-1}^1$$

$$S_1 = \left[\frac{(1)^3}{3} + \frac{2(1)^2}{2} + 1(1) \right] - 1 \left[\frac{(-1)^3}{3} + \frac{2(-1)^2}{2} + 1(-1) \right]$$

$$S_1 = \left[2\frac{1}{3} \right] - 1 \left[-\frac{1}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 14\frac{2}{3} = 17\frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 + 3) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 + 3) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} + 3x \right]_1^3$$

$$S_2 = \left[\frac{(3)^3}{3} + 3(3) \right] - 1 \left[\frac{(1)^3}{3} + 3(1) \right]$$

$$S_2 = [18] - \left[3\frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = \left[14\frac{2}{3} \right]$$

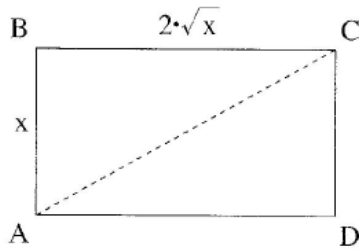
$$S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 14\frac{2}{3} = 17\frac{1}{3} \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$C(3,12)$ (ג) $B(1,0)$ (ב) $y = -2x + 2$ (א) $m = -2$ (א)

$S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 14\frac{2}{3} = 17\frac{1}{3}$ (ד)

שאלה מספר 6



לפניך מלבן ABCD
 אורך הצלע AB הוא x , ואורך הצלע BC הוא $2\sqrt{x}$
 (א) מצא את x שעבורו ההפרש בין AB ל-BC הוא מקסימלי.
 (ב) עבור ערך ה- x שמצאת בסעיף א, חשב את אורך האלכסון AC.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ההפרש בין AB ל-BC הוא מקסימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = BC - AB \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $\frac{BC}{2\sqrt{x}}$ $\frac{AB}{x}$

4. **פונקציית המטרה**
 $p = BC - AB$
 $P = 2\sqrt{x} - x$

הפונקציה

$P = 2\sqrt{x} - x$
 $x = 1$
 $P = 2\sqrt{1} - 1$
 $P = 1$

נגזרת ראשונה

$P' = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}} - 1$
 $P' = 0$
 $0 = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$
 $1 = \frac{1}{\sqrt{x}}$
 $\sqrt{x} = 1 \quad ()^2$
 $x = 1$

נגזרת שנייה

Max/min
 $P' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$
 $P' = \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
 מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע min/max.
 $P'' = -\frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{1}}$
 $P'' = -\frac{1}{2} \max$

(ב) עבור ערך ה- x שמצאת בסעיף א, חשב את אורך האלכסון AC.

אורך האלכסון AC

$AC^2 = BC^2 + AB^2$
 $AC^2 = (2\sqrt{x})^2 + (x)^2$
 $AC^2 = (2\sqrt{1})^2 + (1)^2 = 5$
 $AC = \sqrt{5}$

תשובה סופית:
 $AC = \sqrt{5}$ (ב) $X = 1 \max$ (א)