

מבחן בגרות 35382 מועד ב קיץ תשע"ז 2017

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

- בעל מכולת הזמין קופסאות גלידה בחודש יולי ובחודש אוגוסט. ביולי הוא שילם בעבור כל קופסת גלידה 24 שקלים. באוגוסט עלה המחיר, ובעל המכולת שילם 27 שקלים בעבור כל קופסת גלידה. בעל המכולת הזמין x קופסאות גלידה בחודש יולי ו $2x$ קופסאות גלידה בחודש אוגוסט. הוא שילם סך הכול 6,162 שקלים.
- א. כמה קופסאות הזמין בעל המכולת בחודש יולי?
 ב. בכמה אחוזים עלה המחיר של קופסת גלידה באוגוסט לעומת מחירה ביולי?
 ג. (1) כמה בסך הכול שילם בעל המכולת בעבור כל קופסאות הגלידה שהזמין באוגוסט?
 (2) פי כמה התשלום הכולל ששילם בעל המכולת בעבור קופסאות הגלידה שהזמין באוגוסט גדול מן התשלום הכולל ששילם על קופסאות הגלידה שהזמין ביולי?

פתרון

הגדרת המשתנים: x - הכמות בחודש יולי

סה"כ	כמות	מחיר	
$24x$	x	24	חודש יולי
$54x$	$2x$	27	חודש אוגוסט

א. כמה קופסאות הזמין בעל המכולת בחודש יולי? $24x + 54x = 6162$

$78x = 6162$

$x = 79$

תשובה: 79 קופסאות הזמין בחודש יולי.

ב. בכמה אחוזים עלה המחיר של קופסת גלידה באוגוסט לעומת מחירה ביולי?

תשובה: ב - 12.5%. $\frac{27 - 24}{24} \cdot 100 = 12.5\%$

ג. (1) כמה בסך הכול שילם בעל המכולת בעבור כל קופסאות הגלידה שהזמין באוגוסט?

תשובה: 4266 שקלים. $54 \cdot (79) = 4266$

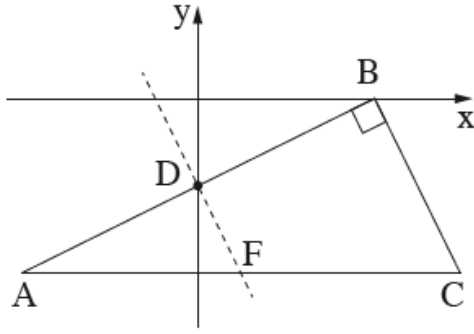
ג. (2) פי כמה התשלום הכולל ששילם בעל המכולת בעבור קופסאות הגלידה שהזמין באוגוסט גדול מן התשלום הכולל ששילם על קופסאות הגלידה שהזמין ביולי?

תשובה: פי 2.25. $\frac{54 \cdot (79) = 4266}{24 \cdot (79) = 1896} = 2.25$

תשובה סופית:

(א) 79 קופסאות הזמין בחודש יולי. (ב) ב - 12.5%. (ג) 4266 שקלים. (ד) פי 2.25.

שאלה מספר 2:



ABC הוא משולש ישר זווית (90°), הצלע AC מקבילה לציר ה- x.

משוואת הצלע AB היא: $y = \frac{1}{2}x - 4$

הישר AB חותך את ציר ה- x בנקודה B. ואת ציר ה- y בנקודה D (ראה סרטוט).

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו- D הנקודה D היא אמצע הצלע AB.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

ג. בנקודה D עובר ישר המקביל לצלע BC (הישר המקווקו בסרטוט) מצא את משוואת הישר.

ד. (1) מצא את שיעורי הנקודה F. (2) חשב את שטח המשולש ADF.

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו- D

נקודה B

$$y = \frac{1}{2}x - 4$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{1}{2}x - 4$$

$$4 = \frac{1}{2}x$$

$$x = 8$$

$$B(0,8)$$

נקודה D

$$y = \frac{1}{2}x - 4$$

$$x = 0$$

$$y = \frac{1}{2}(0) - 4$$

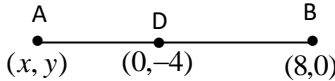
$$y = -4$$

$$D(-4,0)$$

תשובה: $B(0,8) D(-4,0)$

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

נקודה A



$$0 = \frac{8+x}{2} \quad -4 = \frac{0+Y}{2}$$

$$x_A = -8 \quad y_A = -8$$

$$A(-8, -8)$$

תשובה: $A(-8, -8)$

ג. בנקודה D עובר ישר המקביל לצלע BC (הישר המקווקו בסרטוט) מצא את משוואת הישר.

שיפוע BC

$$m_{AB} = \frac{1}{2} \quad m_{BC} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

שיפוע המקביל

$$m_{BC} = -2 = m = -2$$

שיפועים זהים

משוואת BD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0, -4) \quad m = -2$$

$$y + 4 = -2(x - 0)$$

$$y = -2x - 4$$

תשובה: $y = -2x - 4$

ד. (1) מצא את שיעורי הנקודה F.

$$\begin{cases} y = -8 \\ y = -2x - 4 \end{cases}$$

$$-8 = -2x - 4$$

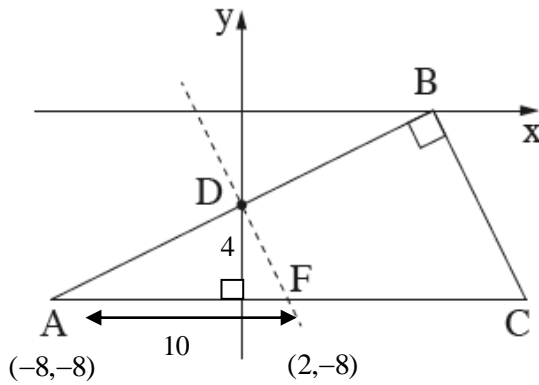
$$-4 = -2x$$

$$x = 2$$

$$F(2, -8)$$

תשובה: $F(2, -8)$

ד. (2) חשב את שטח המשולש ADF.



שטח משולש ADF

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2}$$

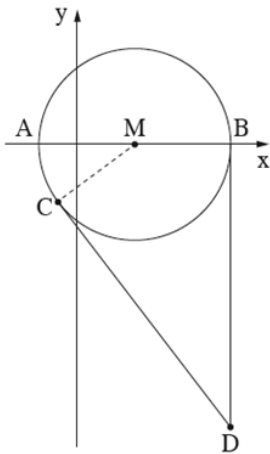
$$S_{ADF} = 20$$

תשובה: $S_{ADF} = 20$

תשובה סופית:

(א) $D(-4, 0)$ (ב) $A(-8, -8)$ (ג) $y = -2x - 4$ (ד) $F(2, -8)$
 (1ד) $F(2, -8)$ (2ד) $S_{ADF} = 20$

שאלה מספר 3



- נתון מעגל שמרכזו בנקודה M ומשוואתו $(x-3)^2 + y^2 = 25$
 המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו- B, כמתואר בסרטוט.
 א. מצא את הנקודות A ו- B.
 הנקודה C נמצאת על המעגל ברביע השלישי ושיעור ה- x שלה הוא -1.
 ב. מצא את שיעור ה- y של הנקודה C.
 העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C.
 ג. מצא את משוואת המשיק בנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה- y הישר והמשיק נחתכים בנקודה D (ראה סרטוט)
 ד. חשב את היקף המרובע BMCD.

פתרון:

א. מצא את הנקודות A ו- B.

$$(x-3)^2 + y^2 = 25$$

$$y = 0$$

$$(x-3)^2 + (0)^2 = 25$$

$$(x-3)^2 = 25$$

$$x-3 = \pm\sqrt{25}$$

$$x_B = +5 + 3 = 8$$

$$x_A = -5 + 3 = -2$$

תשובה: $B(8,0)$ $A(-2,0)$

$$B(8,0)$$

$$A(-2,0)$$

ב. מצא את שיעור ה- y של הנקודה C.

$$(x-3)^2 + y^2 = 25$$

$$x = -1$$

$$(-1-3)^2 + y^2 = 25$$

$$16 + y^2 = 25$$

$$y = \pm\sqrt{9}$$

$$y_C = -3$$

$$C(-1,-3)$$

תשובה: $C(-1,-3)$

ג. מצא את משוואת המשיק

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(-1,-3) \quad m = -\frac{4}{3}$$

$$y + 3 = -\frac{4}{3}(x + 4)$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 3$$

$$y = -\frac{4}{3}x - 4\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}x - 4\frac{1}{3} \quad \text{תשובה:}$$

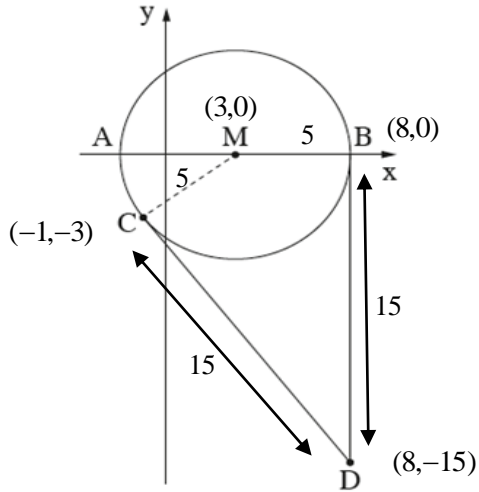
שיפוע MC

$$m_{MC} = \frac{0+3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

שיפוע משיק

$$m_{MC} = \frac{3}{4} \quad m_{\text{משיק}} = -\frac{4}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי



ד. חשב את היקף המרובע BMCD.

נקודה D

$$\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x - 4\frac{1}{3} \\ x = 8 \end{cases}$$

$$y = -\frac{4}{3}(8) - 4\frac{1}{3} = -15$$

$$D(8, -15)$$

מרחק CD

$$D(8, -15) \quad C(-1, -3)$$

$$d_{DC} = \sqrt{(8+1)^2 + (-15+3)^2}$$

$$d_{DC} = 15$$

היקף המרובע BMCD

$$P_{BMCD} = 15 + 15 + 5 + 5$$

$$P_{BMCD} = 40$$

תשובה: $P_{BMCD} = 40$

תשובה סופית:

(א) $A(-2,0)$ (ב) $C(-1,-3)$ (ג) $y = -\frac{4}{3}x - 4\frac{1}{3}$ (ד) $P_{BMCD} = 40$

שאלה מספר 4:

נתונה פונקציה $f(x) = 3x - 6\sqrt{x} + 7$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה y .
- ה. סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.
- ו. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חיתוך את ציר ה x – ? נמק.

פתרון:

א. **מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.**

תשובה: תחום ההגדרה: לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \geq 0$.

ב. **מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.**

<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> $f(x) = a\sqrt{bx}$ $f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$ </div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; background-color: #fff9c4; margin-bottom: 10px;"> פונקציה $x; y$ </div> $f(x) = 3x - 6\sqrt{x} + 7$ $x = 1$ $f(1) = 3(1) - 6\sqrt{1} + 7 = 4$ $(1, 4)$	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px; background-color: #fff9c4;"> נגזרת ראשונה $x; m$ </div> $f'(x) = 3 - \frac{6 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}}$ $f'(x) = m = 0$ $0 = 3 - \frac{3}{\sqrt{x}}$ $\frac{3}{\sqrt{x}} = 3$ $3 = 3\sqrt{x} \quad / : 3$ $1 = \sqrt{x} \quad / ()^2$ $(1)^2 = (\sqrt{x})^2$ $x = 1$	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px; background-color: #fff9c4;"> נגזרת שנייה $\min; \max$ </div> $f'(x) = 3 - \frac{3}{\sqrt{x}}$ $f'(x) = 3 - \frac{3}{\sqrt{x}} / \sqrt{x}$ <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; background-color: #c8e6c9; margin-bottom: 10px;"> $f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$ </div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; background-color: #c8e6c9; margin-bottom: 10px;"> מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון) </div> $f''(x) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$ $f''(1) = \frac{3}{2\sqrt{1}} = +1.5 \cup \min$
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; background-color: #fff9c4; display: inline-block;"> נקודות הקיצון: $(1, 4) \cup \min$ </div>		

ג. **מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.**

x	תחום הגדרה	x	ירידה	x	עלייה	x
$-\infty$	תחום הגדרה	0	$\leq x <$	1	$< x <$	$+\infty$

תשובה: תחום עלייה: $1 < x < +\infty$ תחום ירידה: $0 \leq x < 1$

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה y .

תשובה: $(0,7)$

פונקציה

$y=?$

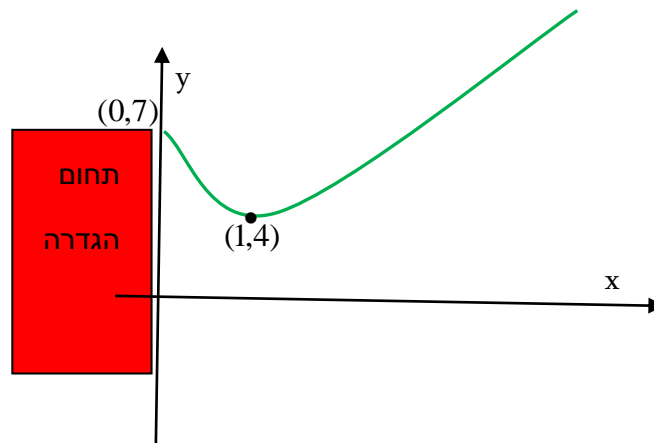
$$f(x) = 3x - 6\sqrt{x} + 7$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 3(0) - 6\sqrt{(0)} + 7 = 7$$

$$(0,7)$$

ה. סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה $f(x)$.



ו. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חיתוך את ציר ה x – ? נמק.

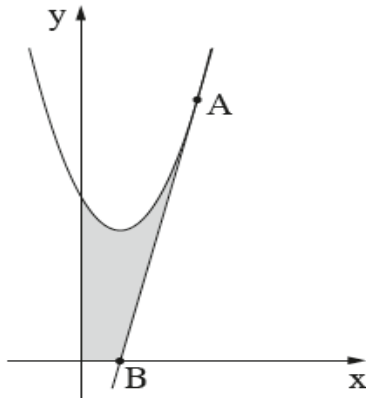
תשובה: נקודת המינימום של הפונקציה היא $(1,4) \cup \min$

לכן לא קיימת נקודה חיתוך של הגרף עם ציר ה x .

תשובה סופית

- (א.) $x \geq 0$. (ב.) $(1,4) \cup \min$ (ג) תחום עלייה: $1 < x < +\infty$ תחום ירידה: $0 \leq x < 1$
 (ד.) $(0,7)$ (ד.) סקיצה (ה) נקודת המינימום של הפונקציה היא $(1,4) \cup \min$ לכן לא קיימת נקודה חיתוך של הגרף עם ציר ה x .

שאלה מספר 5:



נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x + 5$,
 לגרף הפונקציה $f(x)$ העבירו משיק בנקודה A שבה $x = 3$.
 א. מצא את שיפוע המשיק
 (2) מצא את משוואת המשיק.
 הנקודה B היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .
 ב. מצא את שיעורי הנקודה B,
 ג. חשב את השטח האפור בסרטוט:
 השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,
 על ידי המשיק, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

פתרון:

$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y = (x)^2 - 2(3) + 5$$

$$y = 8$$

A (3,8)

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$m = 2(3) - 2$$

$$m = 4$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = 4 \quad (3,8)$$

$$y - 8 = 4(x - 3)$$

$$y = 4x - 12 + 8$$

$$y = 4x - 4$$

א. (1) מצא את שיפוע המשיק
(2) מצא את משוואת המשיק.

תשובה: (א) $m = 4$ (2א) $y = 4x - 4$

ב. מצא את שיעורי הנקודה B,

נקודה B

$$y = 4x - 4$$

$$y = 0$$

$$0 = 4x - 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 1$$

B(1,0)

תשובה: (ב) B(1,0)

ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.

נקודה C

$$f(x) = x^2 + 3$$

$$y = 12$$

$$12 = x^2 + 3$$

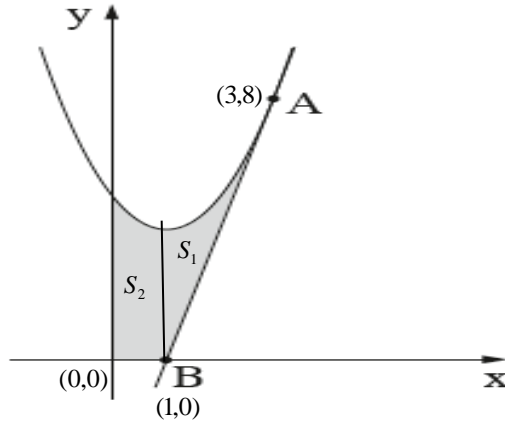
$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

C (3,12)

תשובה: (ג) C (3,12)

ג. מצא את השטח המקוקו בציר: השטח המוגבל על ידי הקטע OB על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $x^2 - 2x + 5$	x גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה $4x - 4$	$x = 3$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $x^2 - 2x + 5$	x גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה $y = 0$	$x = 1$

$$S_1 = \int_1^3 (x^2 - 2x + 5) - (4x - 4) dx$$

$$S_1 = \int_1^3 (x^2 - 2x + 5 - 4x + 4) dx$$

$$S_1 = \int_1^3 (x^2 - 6x + 9) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 9x \right]_1^3$$

$$S_1 = \left[\frac{(3)^3}{3} - \frac{6(3)^2}{2} + 9(3) \right] - \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{6(1)^2}{2} + 9(1) \right]$$

$$S_1 = [9] - \left[6\frac{1}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3} = 7$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 - 2x + 5) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 - 2x + 5) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 5x \right]_0^1$$

$$S_2 = \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{2(1)}{2} + 5(1) \right] - \left[\frac{(0)^3}{3} - \frac{2(0)}{2} + 5(0) \right]$$

$$S_2 = \left[4\frac{1}{3} \right] - [0]$$

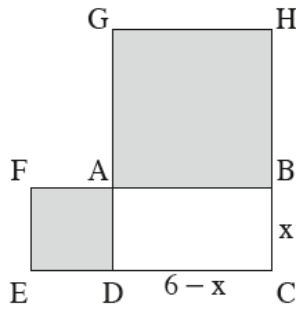
$$S_2 = \left[4\frac{1}{3} \right]$$

תשובה: $S_T = S + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3} = 7$

תשובה סופית:

$S_T = S + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3} = 7$ (ג) $B(1,0)$ (ב) $y = 4x - 4$ (א) $m = 4$ (א)

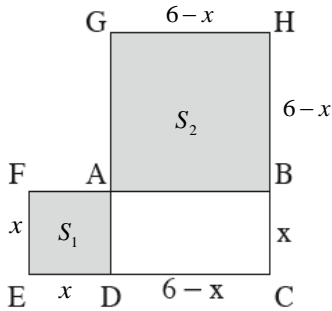
שאלה מספר 6



ABCD הוא מלבן שסכום צלעות סמוכות שלו הוא 6 ס"מ.
 על הצלעות AB ו-AD של המלבן
 בנו את הריבועים ADEF ו-AGHB כמתואר בסרטוט.
 נסמן ב- $x = BC$
 (א) מצא את אורך הצלע BC שעבורו
 סכום שטחי הריבועים הוא מינימלי.
 (השטחים האפורים בסרטוט)
 (ב) עבור ערך הצלע BC שמצאת בסעיף א, חשב את אורך האלכסון BD.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום שטחי הריבועים הוא מינימלי.



2. **נוסחת ממשפט המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \min$

$S_1 = x \cdot x = x^2$
 $S_1 = x^2$

3. **נוסחת עזר:** $S_2 = (6-x) \cdot (6-x)$
 $S_2 = 36 - 6x - 6x + x^2$
 $S_2 = x^2 - 12x + 36$

4. **פונקציית המטרה**

$p = S_1 + S_2$
 $P = (x^2) + (x^2 - 12x + 36)$
 $P = 2x^2 - 12x + 36$

הפונקציה

$P = 2x^2 - 12x + 36$
 $x = 3$
 $P = 2(3)^2 - 12(3) + 36$
 $P = 18$

נגזרת ראשונה

$P' = 4x - 12$
 $P' = 0$
 $0 = 4x - 12$
 $12 = 4x$
 $x = 3$

נגזרת שנייה

Max/min
 $P'' = 4 \text{ min}$

(ב) עבור ערך הצלע BC שמצאת בסעיף א, חשב את אורך האלכסון BD.

אורך האלכסון BD

$DB^2 = BC^2 + DC^2$
 $DB^2 = (3)^2 + (3)^2 = 18$
 $DB = \sqrt{18} = 4.24$

תשובה סופית:

$DB = \sqrt{18} = 4.24$ (ב) $x = 3 \text{ min}$ (א)