

מבחן בגרות 35382 מועד חצב ברק תשע"ז 2017.

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמהברתך.

שאלה מספר 1

- סוחר קנה 160 ספרים, כולם באותו מחיר. הוא שילם עבורם סך הכול 7,200 שקלים. הוא מוכר כל ספר ברווח של 20%.
- א. (1) בכמה שקלים הסוחר מוכר כל ספר?
 ב. (2) הסוחר הצליח למכור 60% מן הספרים שקנה. מהו הסכום שקיבל הסוחר ממכירת הספרים? מצא מהי כמות הספרים המינימלית שעל הסוחר למכור, כדי להרוויח בעסקה.

פתרון

הגדרת המשתנים: x - מחיר ספר בקנייה

סה"כ	כמות	מחיר	
7200	160	x	קנייה

$$160 \cdot x = 7200$$

$$x = 45$$

ראשית נמצא כמה עלה כל ספר בקנייה

תשובה: 45 שקלים עלה כל ספר

(1א) בכמה שקלים הסוחר מוכר כל ספר?

$$45 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 54$$

תשובה: הסוחר מכר כל ספר ב 54 שקלים

(2א) הסוחר הצליח למכור 60% מן הספרים שקנה. מהו הסכום שקיבל הסוחר ממכירת הספרים?

$$54 \cdot 160 \left(\frac{60}{100}\right) = 54 \cdot 96 = 5184$$

תשובה: 5184 שקלים הסכום שקיבל הסוחר עבור מכירת 60% מן הספרים שקנה.

ב. מצא מהי כמות הספרים המינימלית שעל הסוחר למכור, כדי להרוויח בעסקה.

$$\frac{7200}{54} = 133.33 \approx 134$$

תשובה: על הסוחר למכור מינימום 134 ספרים כדי להרוויח מהעסקה.

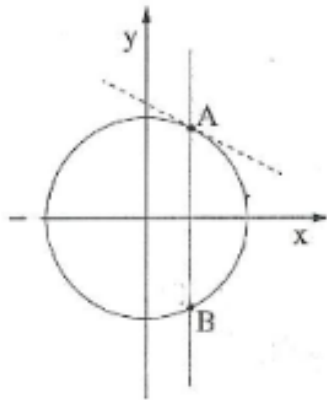
תשובה סופית:

(1א) הסוחר מכר כל ספר ב 54 שקלים.

(2א) 5184 שקלים הסכום שקיבל הסוחר עבור מכירת 60% מן הספרים שקנה

(ב) על הסוחר למכור מינימום 134 ספרים כדי להרוויח מהעסקה.

שאלה מספר 2:



הישר $x = 2$ חותך את המעגל $x^2 + y^2 = 20$ בנקודות A ו-B, כמתואר בציור.
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

העבירו משיק למעגל בנקודה A.
ב. (1) מצא את שיפוע המשיק.
(2) מצא את משוואת המשיק.
דרך נקודה B העבירו ישר המקביל למשיק שמצאת בסעיף ב.
המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה C.
ג. (1) מצא את השיעורים של הנקודה C.
(2) הראה כי המשולש ABC הוא שווה שוקיים.

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-D

נקודות AB

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 20 \\ x &= 2 \\ (2)^2 + y^2 &= 20 \\ y^2 &= 16 \\ y &= \pm\sqrt{16} \\ y &= \pm 4 \\ A(2,4) \quad B(2,-4) \end{aligned}$$

תשובה: $A(2,4) \quad B(2,-4)$

(ב1) מצא את שיפוע המשיק.
(ב2) מצא את משוואת המשיק.

שיפוע MA

$$\begin{aligned} M(0,0) \quad A(2,4) \\ m &= \frac{4-0}{2-0} = 2 \end{aligned}$$

שיפוע המשיק

$$\begin{aligned} m_{AM} = 2 \quad m_{\text{המשיק}} &= -\frac{1}{2} \\ \text{שיפוע הופכי נגדי} \end{aligned}$$

משוואת המשיק

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ (2,4) \quad m &= -\frac{1}{2} \\ y - 4 &= -\frac{1}{2}(x - 2) \\ y &= -\frac{1}{2}x + 1 + 4 \\ y &= -\frac{1}{2}x + 5 \end{aligned}$$

תשובה: (ב1) $m_{\text{המשיק}} = -\frac{1}{2}$ (ב2) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

(ג1) מצא את השיעורים של הנקודה C.

שיפוע המקביל

$$\begin{aligned} m_{\text{המשיק}} = -\frac{1}{2} = m_{\text{המקביל}} = -\frac{1}{2} \\ \text{שיפועים זהים} \end{aligned}$$

משוואת המשיק

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ (2,-4) \quad m &= -\frac{1}{2} \\ y + 4 &= -\frac{1}{2}(x - 2) \\ y &= -\frac{1}{2}x + 1 - 4 \\ y &= -\frac{1}{2}x - 3 \end{aligned}$$

נקודה C

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x - 3 \\ y &= 0 \\ 0 &= -\frac{1}{2}x - 3 \\ 3 &= -\frac{1}{2}x \\ x &= -6 \\ C &= (-6,0) \end{aligned}$$

תשובה: $C(-6,0)$

(ג) הראה כי המשולש ABC הוא שווה שוקיים.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$A(2,4) \quad C(-6,0) \quad d_{AC} = \sqrt{(-6-2)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{80}$$

$$B(2,-4) \quad C(-6,0) \quad d_{BC} = \sqrt{(-6-2)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{80}$$

תשובה: $d_{BC} = \sqrt{80}$ $d_{AC} = \sqrt{80}$ צלעות שוות לכן משולש שווה שוקיים

תשובה סופית:

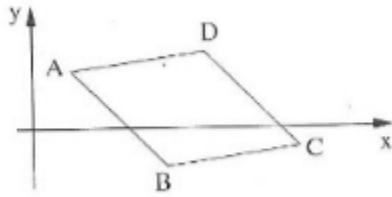
$$y = -\frac{1}{2}x + 5 \quad \text{(ב)} \quad m_{\text{המשק}} = -\frac{1}{2} \quad \text{(א)} \quad A(2,4) \quad B(2,-4) \quad \text{(א)}$$

$$C(-6,0) \quad \text{(ג)}$$

$$\text{צלעות שוות לכן משולש שווה שוקיים} \quad d_{AC} = \sqrt{80} \quad d_{BC} = \sqrt{80} \quad \text{(ג)}$$

שאלה מספר 3

נתון : $B(7,-2)$ $A(2,3)$



- אחד האלכסונים של המעוין מונח על הישר $y = 3x - 23$.
- איזה אלכסון AC או BD מונח על הישר הנתון ? נמק.
 - מצא את משוואת האלכסון האחר.
 - M היא נקודת המפגש של האלכסונים במעוין.
 - מצא את שיעורי הנקודה M.
 - מצא את שיעורי הקדקוד D.
 - מצא את שטח המשולש ADM.

פתרון:

א. איזה אלכסון AC או BD מונח על הישר הנתון ? נמק.

תשובה: השיפוע +3 מתאים לישר BD שהוא עולה

ב. מצא את משוואת האלכסון האחר.

שיפוע BD

$$m_{BD} = 3$$

שיפוע AC

$$m_{BD} = 3 \quad m_{AC} = -\frac{1}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$A(2,3) \quad m = -\frac{1}{3}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} + 3$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$$

תשובה: $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$

ג. M היא נקודת המפגש של האלכסונים במעוין.

(1ג) מצא את שיעורי הנקודה M.

נקודה M

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x - 23 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 8 \\ y = 3x - 23 \end{cases}$$

$$3x - 23 = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \quad y = 3(8) - 23$$

$$3x + \frac{1}{3}x = 23 + 3\frac{2}{3} \quad y = 1$$

$$3\frac{1}{3}x = 26\frac{2}{3} \quad M(8,1)$$

$$x = 8$$

תשובה: $M(8,1)$

(2ג) מצא את שיעורי הקדקוד D.

קדקוד D

$$M(8,1) \quad B(7,-2)$$

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 8 = \frac{7 + x_2}{2} \\ 1 = \frac{-2 + x_2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 16 = 7 + x_2 \\ 2 = -2 + x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 9 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

$D(9,4)$

תשובה: $D(9,4)$

(ג) מצא את שטח המשולש ADM.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$A(2,3) \quad M(8,1) \quad d_{AM} = \sqrt{(8-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{40}$$

$$D(9,4) \quad M(8,1) \quad d_{DM} = \sqrt{(8-9)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{10}$$

$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$S_{ADM} = \frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}}{2} = 10$$

תשובה: $S_{ADM} = 10$

תשובה סופית:

(א) השיפוע +3 מתאים לישר BD שהוא עולה

(ב) $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$ **(ג1)** $M(8,1)$ **(ג2)** $D(9,4)$ **(ג3)** $S_{ADM} = 10$

שאלה מספר 4:

נתונה פונקציה $f(x) = 4\sqrt{x} - x$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי הירידה ואת תחום העלייה של הפונקציה.

ידוע שגרף הפונקציה עובר דרך הנקודה (16,0)

- ד. סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה.
- ה. הסתמך על הגרף וקבע את תחום החיוביות ואת תחום השליליות של הפונקציה.

פתרון:

א. **מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.**

תשובה: תחום ההגדרה: לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד $x \geq 0$.

ב. **מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.**

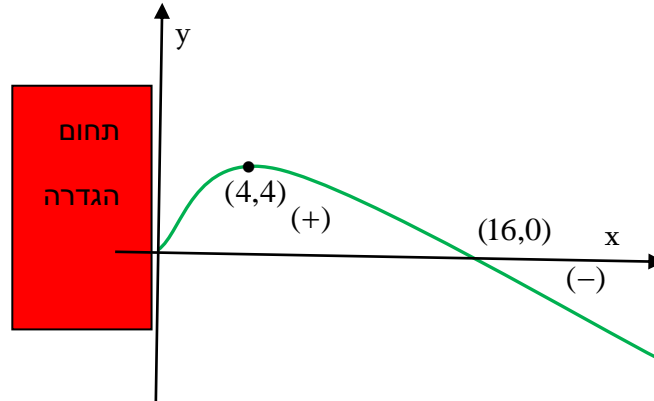
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> $f(x) = a\sqrt{bx}$ $f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center; background-color: yellow; margin: 0;">פונקציה $x; y$</p> $f(x) = 4\sqrt{x} - x$ $x = 4$ $f(4) = 4\sqrt{4} - 4 = 4$ $(4,4)$ </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: yellow; margin: 0;">נגזרת ראשונה $x; m$</p> $f'(x) = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}} - 1$ $f'(x) = m = 0$ $0 = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$ $1 = \frac{2}{\sqrt{x}}$ $2 = \sqrt{x} \quad (\)^2$ $(2)^2 = (\sqrt{x})^2$ $x = 4$ </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: yellow; margin: 0;">נגזרת שנייה min ; max</p> $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$ $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1/\sqrt{x}$ <div style="border: 1px solid black; background-color: green; padding: 2px; margin: 5px 0;"> $f'(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ </div> <p style="background-color: green; color: white; margin: 0;">(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)</p> $f''(x) = -\frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$ $f''(1) = -\frac{1}{\sqrt{4}} = -0.5 \cap \text{max}$ </div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: yellow;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">נקודות הקיצון: $(4,4) \cap \text{max}$</p> </div>		

ג. **מצא את תחומי הירידה ואת תחום העלייה של הפונקציה.**

x	תחום הגדרה	x	עלייה	x	ירידה	x
$-\infty$	תחום הגדרה	0	$\leq x <$	4	$< x <$	$+\infty$

תשובה: תחום ירידה: $4 < x < +\infty$ תחום עלייה: $0 < x < 4$

ידוע שגרף הפונקציה עובר דרך הנקודה $(16,0)$
ד סרטט סקיצה של גרף של הפונקציה .



ה. הסתמך על הגרף וקבע את תחום החיוביות ואת תחום השליליות של הפונקציה

x	תחום הגדרה	x	חיובי	x	שלילי	x
$-\infty$	תחום הגדרה	0	$\leq x <$	16	$< x <$	$+\infty$

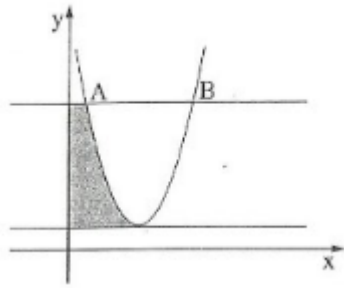
תשובה: תחום שלילי: $16 < x < +\infty$ תחום חיובי: $0 < x < 16$

תשובה סופית

(א) $x \geq 0$ (ב) $\max (4,4)$ (ג) תחום ירידה: $4 < x < +\infty$ תחום עליה: $0 < x < 4$
 (ד) סקיצה (ה) תחום שלילי: $16 < x < +\infty$ תחום חיובי: $0 < x < 16$

שאלה מספר 5:

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 10$ בנקודות A ו-B, כמתואר בציור שלפניך.



- א. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות A ו-B, העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון שלה.
- ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה. (2) מצא את משוואת המשיק
- ג. חשב את השטח האפור בציור: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $y = 5$, על ידי ציר ה- y . ועל ידי המשיק

פתרון:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 6x + 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$5 = x^2 - 6x + 10$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_A = 1 \quad x_B = 5$$

$$A(1,5) \quad B(5,5)$$

א. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות A ו-B,

תשובה: A(1,5) B(5,5)

(ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה.

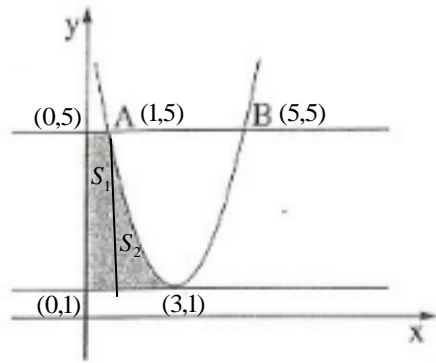
$$\begin{array}{ll} f(x) = x^2 - 6x + 10 & f'(x) = 2x - 6 \\ y = (3)^2 - 6(3) + 10 & f'(x) = m = 0 \\ y = 1 & 0 = 2x - 6 \\ & 6 = 2x \\ & x = 3 \end{array}$$

תשובה: (3,1)

(ב) מצא את משוואת המשיק

$$\begin{array}{l} y - y_1 = m(x - x_1) \\ m = 0 \quad (3,1) \\ y - 1 = 0(x - 3) \\ y = 1 \end{array}$$

תשובה: $y = 1$



ג. חשב את השטח האפור בצירור:
 השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,
 על ידי הישר $y = 5$, על ידי ציר ה- y . ועל ידי המשיק

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = 5$	x גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה $y = 1$	$x = 1$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $x^2 - 6x + 10$	x גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה $y = 1$	$x = 3$

$$S_1 = \int_0^1 (5) - (1) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (4) dx$$

$$S_1 = [4x]_0^1$$

$$S_1 = [4(1)] - 1[4(0)]$$

$$S_1 = [4]$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 - 6x + 10) - (1) dx$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 - 6x + 9) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 9x \right]_1^3$$

$$S_2 = \left[\frac{(3)^3}{3} - \frac{6(3)^2}{2} + 9(3) \right] - 1 \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{6(1)^2}{2} + 9(1) \right]$$

$$S_2 = [9] - \left[6\frac{1}{3} \right]$$

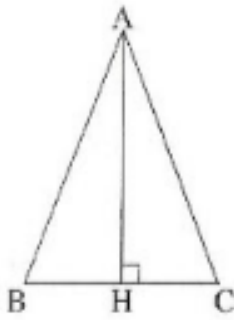
$$S_2 = \left[2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$$

תשובה: $S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$

תשובה סופית:

$$S_T = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3} \quad (\text{ג}) \quad y=1 \quad (\text{ב2}) \quad (3,1) \quad (\text{ב1}) \quad A(1,5) \quad B(5,5) \quad (\text{א})$$



שאלה מספר 6.

בציור שלפניך משולש שווה שוקיים ABC ($AB=AC$).
נתון : שטח המשולש הוא 18 סמ"ר.

נסמן את הגובה AH ב- x .

א. הבע את האורך של הבסיס באמצעות x .

ב. מצא את הערך של x שעבורו סכום האורכים $BC+AH$ הוא מינימלי

ג. מצא את הערך המינימלי של סכום האורכים $BC+AH$.

ד. האם סכום האורכים $BC+AH$ יכול להיות שווה ל- 10? נמק

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום האורכים $BC+AH$ הוא מינימלי

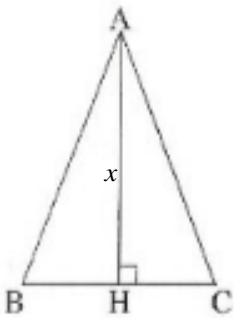
2. **נוסחת ממשפט המטרה:** $p = BC + AH \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $S = \frac{a \cdot h}{2}$

$$18 = \frac{BC \cdot x}{2} \quad 36 = BC \cdot x \quad BC = \frac{36}{x}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = BC + AH$

$$P = \frac{36}{x} + x$$



הפונקציה

$$P = \frac{36}{x} + x$$

$$x = 6$$

$$P = \frac{36}{6} + 6$$

$$P = 12$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -\frac{36 \cdot 1}{x^2} + 1$$

$$P' = 0$$

$$0 = -\frac{36}{x^2} + 1$$

$$\frac{36}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P'' = \frac{36 \cdot 2}{x^3}$$

$$P'' = \frac{72}{(6)^3} = +\frac{1}{3} \min$$

$$P'' = \frac{72}{(-6)^3} = -\frac{1}{3} \max$$

ד. האם סכום האורכים $BC+AH$ יכול להיות שווה ל- 10? נמק

תשובה: לא. היות והסכום המינימלי הוא 12

תשובה סופית:

(א) $BC = \frac{36}{x}$ (ב) $x = 6 \min$ (ג) $P = 12$

(ד) לא. היות והסכום המינימלי הוא 12