

מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ד 2004

שאלה מספר 1

סוחר קנה שני מוצרים ושילם תמורתם סך הכול 2000 ₪ .
את המוצר הראשון מכר הסוחר בהפסד של 10% ,
ואת המוצר השני מכר ברווח של 20% .
הסוחר מכר את שני המוצרים ב 2160 ₪ סך הכול.
בכמה שקלים קנה הסוחר כל אחד משני המוצרים.

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ , שקלים, ק"ג , % , וכו'....).

נתונים
הגדרת המשתנים: x - מחיר מוצר א', y - מחיר מוצר ב'
רווח של 20% $1 + \frac{20}{100} = 1.2$
הפסד של 10% $1 - \frac{10}{100} = 0.9$

משוואה	סה"כ	מוצר שני		פעולה	מוצר ראשון		
		כמות	מחיר		כמות	מחיר	
$x + y = 2000$	2000	1	y	+	1	x	בקניה
$0.9x + 1.2y = 2160$	2160	1	$1.2y$	+	1	$0.9x$	במכירה

בכמה שקלים קנה הסוחר כל אחד משני המוצרים.

$$\begin{cases} x + y = 2000 & / -0.9 \\ 0.9x + 1.2y = 2160 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 2000 \\ y = 1200 \\ x + 1200 = 2000 \\ x = 800 \end{cases}$$

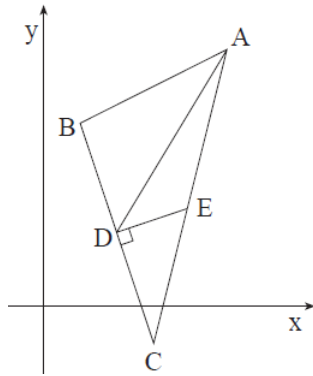
$$\begin{aligned} 0.3y &= 360 \\ y &= 1200 \end{aligned}$$

תשובה: מחיר מוצר ראשון 800 ₪ ומחיר מוצר שני 1200 ₪

תשובה סופית:

מחיר מוצר ראשון 800 ₪ ומחיר מוצר שני 1200 ₪

שאלה מספר 2



במשולש ABC הנקודה D היא אמצע הצלע BC.

DE היא אנך לצלע BC (ראה ציור)

משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$

משוואת האנך DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

א. מצא את שיעורי הנקודה D.

ב. נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

מצא את שיעורי הקדקודים C ו-B.

פתרון:

(א.) מצא את שיעורי הנקודה D.

נקודה D

$$y_{DE} = y_{AD}$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}x$$

$$2\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}x$$

$$x = 2$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$x = 2$$

$$y = \frac{1}{3}(2) + \frac{4}{3}$$

$$y = 2$$

$$D(2,2)$$

תשובה: D(2,2)

(ב) מצא את משוואת הצלע BC DE היא אנך לצלע BC

שיפוע BC

$$m_{DB} = \frac{1}{3} \quad m_{BC} = -3$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

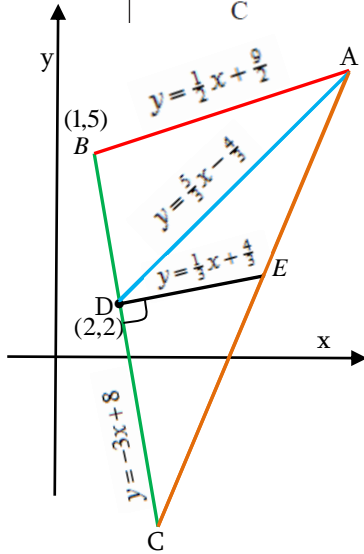
$$(2,2) \quad m = -3$$

$$y - 2 = -3(x - 2)$$

$$y = -3x + 6 + 2$$

$$y = -3x + 8$$

$$y_{BC} = -3x + 8$$



הנקודה D היא אמצע הצלע BC.

נקודה B

$$y_{BC} = y_{AB}$$

$$-3x + 8 = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

$$8 - \frac{9}{2} = \frac{1}{2}x + 3x$$

$$3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}x$$

$$x = 1$$

$$y = -3x + 8$$

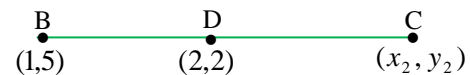
$$x = 1$$

$$y = -3(1) + 8$$

$$y = 5$$

$$B(1,5)$$

(ג) מצא את שיעורי הקדקודים C ו-B.



$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$2 = \frac{(1) + x_2}{2}$$

$$2 = \frac{(5) + y_2}{2}$$

$$4 = 1 + x_2$$

$$4 = 5 + y_2$$

$$x_2 = 3$$

$$C(3, -1)$$

$$y_2 = -1$$

תשובה: C(3,-1) B(1,5)

תשובה סופית:

(א) D(2,2) (ב) $y_{BC} = -3x + 8$ (ג) B(1,5) C(3,-1)

שאלה מספר 3

$$\begin{cases} a_1 = c \\ a_{n+1} = 8n - a_n \end{cases} \quad \text{סדרה מוגדרת לכל } n \text{ טבעי על ידי כלל נסיגה}$$

- א. הבע את האיברים a_2 , a_3 ו- a_4 באמצעות c .
 ב. נתון כי האיברים a_2 , a_3 ו- a_4 מהווים סדרה חשבונית חשב את c .
 ג. חשב את הפרש הסדרה.

פתרון:

א. **הבע את האיברים a_2 , a_3 ו- a_4 באמצעות c .**

$$\begin{cases} a_1 = c \\ a_{n+1} = 8n - a_n \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 8n - a_1 \\ n = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = 8n - a_2 \\ n = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_4 = 8n - a_3 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= 8 \cdot 1 - c & a_3 &= 8 \cdot 2 - (8 - c) & a_4 &= 8 \cdot 3 - (8 + c) \\ a_2 &= 8 - c & a_3 &= 8 + c & a_4 &= 16 - c \end{aligned}$$

תשובה: $a_2 = 8 - c$ $a_3 = 8 + c$ $a_4 = 16 - c$

ב. **נתון כי האיברים a_2 , a_3 ו- a_4 מהווים סדרה חשבונית חשב את c .**

$$\begin{aligned} a_3 - a_2 &= a_4 - a_3 \\ (8 + c) - (8 - c) &= (16 - c) - (8 + c) \\ 8 + c - 8 + c &= 16 - c - 8 - c \\ 4c &= 8 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

תשובה: $c = 2$

ג. **חשב את הפרש הסדרה.**

$$\begin{aligned} a_2 &= 8 - c & a_3 &= 8 + c & a_4 &= 16 - c \\ c &= 2 & c &= 2 & c &= 2 \\ a_2 &= 8 - 2 = 6 & a_3 &= 8 + 2 = 10 & a_4 &= 16 - 2 = 14 \end{aligned}$$

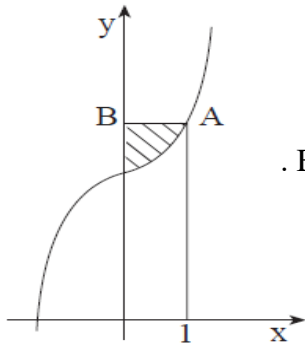
$$\begin{aligned} a_2 &= 6 & a_3 &= 10 & a_4 &= 14 \\ d &= 4 \end{aligned}$$

תשובה: $d = 4$

תשובה סופית:

$$d = 4 \text{ (ג)} \quad c = 2 \text{ (ב)} \quad a_2 = 8 - c \quad a_3 = 8 + c \quad a_4 = 16 - c \text{ (א)}$$

שאלה מספר 4

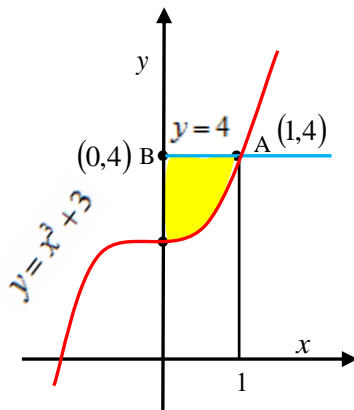


נתונה הפונקציה $y = x^3 + 3$
 הישר $x = 1$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה A.
 מנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את ציר ה- y בנקודה B.
 (ראה ציור)
 מצא את שיעורי נקודה A. (א)
 חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר AB, ועל ידי ציר ה- y . (השטח המקווקו). (ב)

פתרון

(א) מצא את שיעורי נקודה A.

ישר המקביל לציר ה- x משמעות $m = 0$



נקודה A

$$y = x^3 + 3$$

$$x = 1$$

$$y = (1)^3 + 3 = 4$$

$$A(1,4)$$

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1,4) \quad m = 0$$

$$y - 4 = 0(x - 1)$$

$$y = 4$$

(ב) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר AB, ועל ידי ציר ה- y . (השטח המקווקו).

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 4$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$y = x^3 + 3$	

$$S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} (פונקציה עליונה) - (פונקציה תחתונה) dx$$

$$S_T = \int_0^1 (4) - 1(x^3 + 3) dx$$

$$S_T = \int_0^1 (4 - x^3 - 3) dx$$

$$S_T = \int_0^1 (-x^3 + 1) dx$$

$$S_T = \left[-\frac{x^4}{4} + 1x \right]_0^1$$

$$S_T = \left[-\frac{(1)^4}{4} + 1(1) \right] - \left[-\frac{(0)^4}{4} + 1(0) \right]$$

$$S_T = \left[\frac{3}{4} \right] - [0]$$

$$S_T = \frac{3}{4}$$

תשובה סופית:

$s = \frac{3}{4} = 0.75$ (ב) $A(1,4)$ (א)

שאלה מספר 5

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 16}$

- א. מצא את שיעורי הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא אפס.
 ב. גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y בנקודה A.
 מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא אפס

פונקציה
 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 16}$
 $x = 3$
 $y = \sqrt{-(3)^2 + 6(3) + 16}$
 $y = 5$

נגזרת
 $f'(x) = \frac{1 \cdot (-2x + 6)}{2\sqrt{-x^2 + 6x + 16}}$
 $f'(x) = m = 0$
 $0 = \frac{1 \cdot (-2x + 6)}{2\sqrt{-x^2 + 6x + 16}}$
 $0 = -2x + 6$
 $2x = 6$
 $x = 3$

תשובה: (3,5)

ב. גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y בנקודה A.
 מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.

פונקציה
 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 16}$
 $x = 0$
 $y = \sqrt{-(0)^2 + 6(0) + 16}$
 $y = 4$

נגזרת
 $f'(x) = \frac{1 \cdot (-2x + 6)}{2\sqrt{-x^2 + 6x + 16}}$
 $f'(x) = m = ?$
 $x = 0$
 $m = \frac{1 \cdot (-2(0) + 6)}{2\sqrt{-(0)^2 + 6(0) + 16}}$
 $m = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

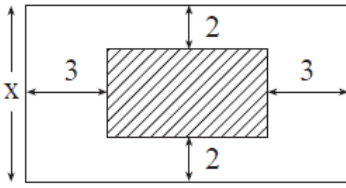
משוואת המשיק
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(0,4) \quad m = \frac{3}{4}$
 $y - 4 = \frac{3}{4}(x - 0)$
 $y = \frac{3}{4}x + 4$

תשובה: $y = \frac{3}{4}x + 4$

תשובה סופית:

(א) (3,5) **(ב)** $y = \frac{3}{4}x + 4$

שאלה מספר 6

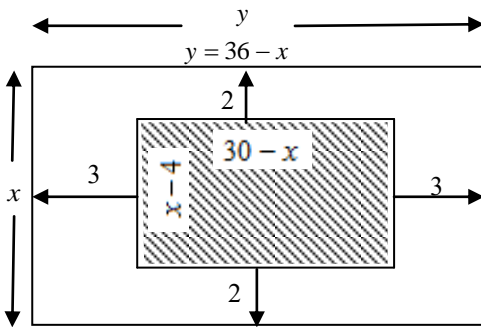


בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ נמצא מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני. רוחב השוליים הצרים 2 ס"מ מכל צד, ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד ראה ציור.

- א. נסמן ב x את רוחב המלבן החיצוני (כמסומן בציור).
 הבע באמצעות x את אורך המלבן החיצוני ואת שטח המלבן הפנימי.
 ב. מצא את x שעבורו שטח המלבן הפנימי הוא המקסימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח המלבן הפנימי הוא המקסימלי



2. **נוסחת המטרה:** $p = a \cdot b \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $p = 2x + 2y$

$$72 = 2x + 2y$$

$$y = \frac{72}{2} - \frac{2x}{2}$$

$$y = 36 - x$$

רוחב המלבן הפנימי

$$x - 2 - 2$$

$$x - 4$$

אורך המלבן הפנימי

$$36 - x - 3 - 3$$

$$30 - x$$

פונקציית המטרה

$$p = a \cdot b$$

$$P = (x - 4) \cdot (30 - x)$$

$$P = -x^2 + 30x - 120 + 4x$$

$$P = -x^2 + 34x - 120$$

הפונקציה

$$p = -x^2 + 34x - 120$$

$$x = 17$$

$$p = -(17)^2 + 34(17) - 120$$

$$p = 169$$

נגזרת ראשונה

$$p' = -2x + 34$$

$$p' = 0$$

$$0 = -2x + 34$$

$$2x = 34$$

$$x = 17$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p'' = -2 \cap \max$$

תשובה סופית:

$$x = 17 \quad \max \quad (ב) \quad S = -x^2 + 34x - 120 \quad y = 36 - x \quad (א)$$