

מבחן בגרות 35382 מועד א קיץ תשע"ח 2018

שאלה מספר 1

בחנות תכשיטים מוכרים טבעות ושעונים.
 המחיר של כל טבעת הוא קבוע, וגבוה ב 60% - ממחירו של כל שעון (שגם הוא קבוע).
 מחיר של 4 טבעות הוא 4,032 שקלים.
 (א) מהו המחיר של שעון אחד?
 (ב) בחנות נמכרות 22 פרטים (טבעות ושעונים) בעסקה שסכומה 17,262 שקלים.
 כמה טבעות נמכרו בעסקה זו, וכמה שעונים נמכרו בה?

פתרון:

נתונים

הגדרת המשתנים: x - מחיר טבעת, y - מחיר שעון

משוואה	סה"כ	שעונים			טבעות	
		כמות	מחיר	פעולה	כמות	מחיר
$4x = 4032$	4,032			$= 2 \cdot$	4	x
$1.6y = 1008$	1,343	1	$1.6y$	+		1008

(א) מהו המחיר של שעון אחד?

מחיר של טבעת אחת

$$4x = 4032$$

$$x = 1008$$

מחיר של שעון אחד

$$1.6y = 1008$$

$$y = 630$$

(א) תשובה:

מחיר של טבעת 1008 שקלים, מחיר של שעון 630 שקלים

(ב) בחנות נמכרות 22 פרטים (טבעות ושעונים) בעסקה שסכומה 17,262 שקלים.
 כמה טבעות נמכרו בעסקה זו, וכמה שעונים נמכרו בה?

משוואה	סה"כ	שעונים			טבעות	
		כמות	מחיר	פעולה	כמות	מחיר
$1008x + 630y = 17262$	17262	y	630	+	x	1008
$x + y = 22$	22	y		+	x	

$$\begin{cases} 1008x + 630y = 17262 \\ x + y = 22 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 \\ x + y = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 22 - x \\ 1008x + 630 \cdot (22 - x) \end{cases} \quad \begin{cases} y = 22 - 9 \\ y = 13 \end{cases}$$

$$1008x + 13860 - 630x = 17262$$

$$378x = 3402$$

$$x = 9$$

(ב) תשובה:

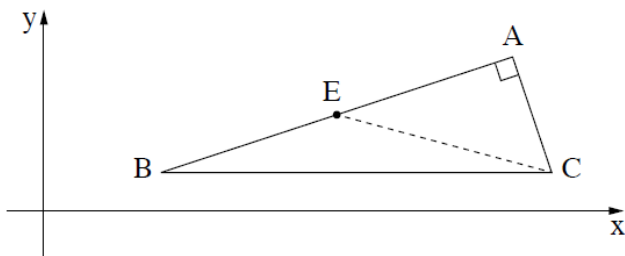
9 טבעות ו-13 שעונים

תשובה סופית:

(א) מחיר של טבעת 1008 שקלים, מחיר של שעון 630 שקלים
 (ב) 9 טבעות ו-13 שעונים

שאלה מספר 2.

ABC הוא משולש ישר זווית ($ABC = 90^\circ$)
 הצלע BC מקבילה לציר ה-x (ראה ציור)
 נתון משוואת הישר AB היא $y = \frac{1}{3}x$



$A(12,4)$

- א. מצא את משוואת הישר AC.
- ב. שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.
- ג. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B.
- ד. (2) מצא את שיעורי הקודקוד C.
- ה. הנקודה E היא אמצע הקטע AB.
- ו. חשב את שטח המשולש EAC.

פתרון:

א. מצא את משוואת הישר AC.

שיפוע AC

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad m_{AC} = \frac{-1}{m_{AB}}$$

$$m_{AB} = \frac{1}{3} \quad m_{BD} = \frac{-1}{(\frac{1}{3})} = -3$$

$$m_{AC} = -3$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(12,4) \quad m = -3$$

$$y - 4 = -3(x - 12)$$

$$y = -3x + 36 + 4$$

$$y = -3x + 40$$

תשובה: $y = -3x + 40$

- שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.
- ב. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B.
- ד. (2) מצא את שיעורי הקודקוד C.

(2) מצא את שיעורי הקודקוד C.

קודקוד B

$$y = \frac{1}{3}x$$

$$x = 3$$

$$y = -\frac{1}{3}(3)$$

$$y = 1$$

$$B(3,1)$$

משוואת BC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(3,1) \quad m = 0$$

$$y - 1 = 0(x - 3)$$

$$y = 1$$

קודקוד C

$$y = -3x + 40$$

$$y = 1$$

$$1 = -3x + 40$$

$$-39 = -3x$$

$$x = 13$$

$$C(13,1)$$

תשובה: ב1 $B(3,1)$ ב2 $C(13,1)$

ג. חשב את שטח המשולש EAC.

נקודה E

$$B(3,1) \quad A(12,4)$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + 12}{2} = 7.5$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + 4}{2} = 2.5$$

$$E(7.5, 2.5)$$

אורך צלע AE

$$A(12,4) \quad E(7.5, 2.5)$$

$$d = \sqrt{(12 - 7.5)^2 + (4 - 2.5)^2}$$

$$d_{AE} = \sqrt{22.5}$$

אורך צלע AC

$$A(12,4) \quad C(13,1)$$

$$d = \sqrt{(12 - 13)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{10}$$

שטח המשולש EAC

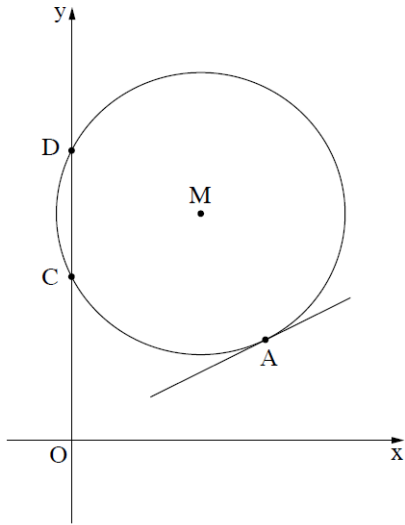
$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{22.5}}{2} = 7.5$$

תשובה: $S = 7.5$

תשובה סופית

א. $y = -3x + 40$ ב1 $B(3,1)$ ב2 $C(13,1)$ ג. $S = 7.5$

שאלה מספר 3.



בציור שלפניך מתואר מעגל $(x-4)^2 + (y-7)^2 = R^2$ הנקודה $A(6,3)$ נמצאת על המעגל (ראה ציור).

O היא ראשית הצירים.

א. (1) חשב את רדיוס המעגל תוכל להשאיר סימן שורש בתשובתך.

(2) כתוב את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות C ו- D כמתואר בציור.

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו- D .

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק

(3) האם המשיק עובר בראשית הצירים? נמק.

ד. חשב את היקף המרובע $AMCO$

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פתרון:

א. (1) חשב את רדיוס המעגל תוכל להשאיר סימן שורש בתשובתך.

(2) כתוב את משוואת המעגל.

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = R^2$$

$$A(6,3)$$

$$(6-4)^2 + (3-7)^2 = R^2$$

$$R^2 = 20 \quad R = \sqrt{20}$$

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

תשובה:

$$R = \sqrt{20} \quad (x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$16 + (y-7)^2 = 20$$

$$(y-7)^2 = 4$$

$$y-7 = \pm 2$$

$$y = +2 + 7 = 9 \quad D(0,9)$$

$$y = -2 + 7 = 5 \quad C(0,5)$$

תשובה:

$$D(0,9) \quad C(0,5)$$

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו- D .

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק. (2) מצא את משוואת המשיק

שיפוע הרדיוס

$$M(4,7) \quad A(6,3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{4 - 6} = 2$$

$$m_{MA} = 2$$

שיפוע המשיק

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad m = \frac{-1}{m_{MA}}$$

$$m_{MA} = -2 \quad m = \frac{-1}{(-2)} = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(6,3) \quad m = \frac{1}{2}$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 6)$$

$$y = \frac{1}{2}x - 3 + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

תשובה:

$$m = \frac{1}{2} \quad y = \frac{1}{2}x$$

(3) האם המשיק עובר בראשית הצירים? נמק.

משוואת המשיק

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$(0,0)$$

$$0 = \frac{1}{2}(0)$$

$$0 = 0$$

תשובה:

המשיק עובר הראשית הצירים.

ד. חשב את היקף המרובע AMCO

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

אורך הרדיוס CM

$$CM = \sqrt{20}$$

אורך הרדיוס AM

$$CM = \sqrt{20}$$

אורך הקטע CO

$$CO = 5$$

אורך הקטע OA

$$A (6,3) \quad O (0,0)$$

$$d = \sqrt{(6-0)^2 + (3-0)^2}$$

$$d_{OA} = \sqrt{45}$$

היקף המרובע

$$P = \sqrt{20} + \sqrt{20} + 5 + \sqrt{45}$$

$$P = 20.65$$

תשובה:

$$P = 20.65$$

תשובה סופית:

$$D(0,9) \quad C(0,5) \quad (ב) \quad R = \sqrt{20} \quad (א) \quad (x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$P = 20.65 \quad (ד) \quad \text{המשיק עובר הראשית הצירים.} \quad (ג) \quad y = \frac{1}{2}x \quad (ג) \quad m = \frac{1}{2} \quad (ג) \quad (1) \quad (2) \quad (3)$$

שאלה מספר 4:

- לפניך גרף הפונקציה $f(x) = 3\sqrt{x}$.
- (א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (ב) העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבא $x = 4$
- (1) מצא את שיפוע המשיק.
 - (2) מצא את משוואת המשיק.
- (ג) (1) . הראה שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון פנימית.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

פתרון:

(א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

תשובה: $x \geq 0$

(ב) העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבא $x = 4$

- (1) מצא את שיפוע המשיק.
- (2) מצא את משוואת המשיק.

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$(4,6) \quad m = \frac{3}{4}$$

$$y - 6 = \frac{3}{4} \cdot (x - 4)$$

$$y = \frac{3}{4}x - 3 + 6$$

$$y = \frac{3}{4}x + 3$$

תשובה: $m = \frac{3}{4} \quad y = \frac{3}{4}x + 3$

(ג) (1) . הראה שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון פנימית.

פונקציה
 $x ; y$

$$f(x) = 3\sqrt{x}$$

$$f(4) = 3\sqrt{4}$$

$$y = 6$$

$$(4,6)$$

נגזרת ראשונה
 $x ; m$

$$f'(x) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$x = 4$$

$$m = \frac{3}{2\sqrt{4}} = \frac{3}{4}$$

פונקציה
 $x ; y$

$$f(x) = 3\sqrt{x}$$

נגזרת ראשונה
 $x ; m$

$$f'(x) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = \frac{3}{2\sqrt{x}} =$$

$$0 \neq 3$$

תשובה: אין נקודת קיצון

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

בגורת ראשונה
x ; m

$$f'(x) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}} \quad f'(x) = m = ? \quad x=1$$

$$m = \frac{3}{2\sqrt{1}} = +\frac{3}{2} \uparrow$$

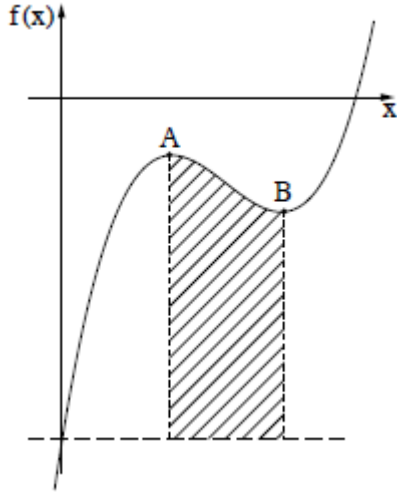
x	תחום הגדרה	x	עלייה	x
$-\infty$	תחום הגדרה	0	$\leq x <$	$+\infty$

תשובה: תחום עלייה: $0 < x < +\infty$

תשובה סופית:

(א) $x \geq 0$ (ב) $y = \frac{3}{4}x + 3$ (ג) $m = \frac{3}{4}$ (ד) אין נקודת קיצון (ה) תחום עלייה: $0 < x < +\infty$

שאלה מספר 4:



בציור שלפניך גרף הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$.
 דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y
 העבירו ישר המקביל לציר ה- x .
 (א) מצא את משוואת הישר המקביל.
 A ו- B הן נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ כמתואר בציור
 (ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.
 דרך הנקודות A ו- B העבירו אנכים לישר המקביל (ראה ציור)
 (ג) חשב את השטח המקווקו בציור, השטח המוקבל על ידי
 גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנכים שהעבירו ועל ידי הישר
 המקביל לציר ה- x .

פתרון:

(א) מצא את משוואת הישר המקביל.

משוואת הישר המקביל

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

$$x = 0$$

$$f(x) = 2(0)^3 - 9(0)^2 + 12(0) - 6$$

$$y = -6$$

$$(0, -6)$$

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$(0, -6) \quad m = 0$$

$$y + 6 = 0 \cdot (x - 0)$$

$$y = -6$$

תשובה: $y = -6$

A ו- B הן נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ כמתואר בציור
 (ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

$$x = 1$$

$$f(x) = 2(1)^3 - 9(1)^2 + 12(1) - 6 = -1$$

$$A (1, -1)$$

$$x = 2$$

$$f(x) = 2(2)^3 - 9(2)^2 + 12(2) - 6 = -2$$

$$B (2, -2)$$

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 6x^2 - 18x + 12$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4(6)(12)}}{2(6)}$$

$$x_1 = \frac{18 - 16}{12} = 1 \quad x_2 = \frac{18 + 6}{12} = 2$$

$$f''(x) = 12x - 18$$

$$f''(1) = 12(1) - 18 = -6 \text{ max}$$

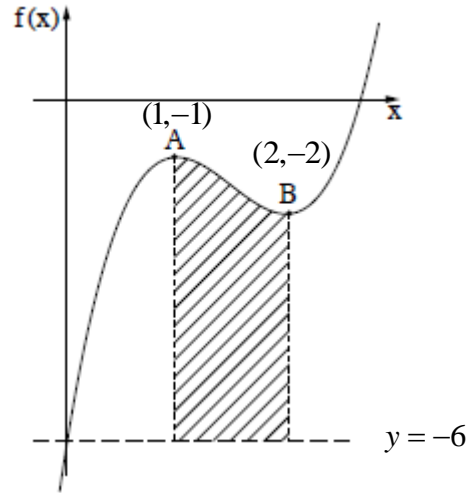
$$f''(2) = 12(2) - 18 = +6 \text{ min}$$

תשובה:

A (1, -1) max B (2, -2) min

(ג) חשב את השטח המקווקו בציור, השטח המוקבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנכים שהעבירו ועל ידי הישר המקביל לציר ה- x .

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$	x גדול/ימין
$x=1$	פונקציה תחתונה $y = -6$	$x=2$



$$S = \int_1^2 (2x^3 - 9x^2 + 12x - 6) - 1(-6) dx$$

$$S = \int_1^2 (2x^3 - 9x^2 + 12x - 6 + 6) dx$$

$$S = \int_1^2 (2x^3 - 9x^2 + 12x) dx$$

$$S = \left[\frac{2x^4}{4} - \frac{9x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} \right]_1^2$$

$$S = \left[\frac{2(2)^4}{4} - \frac{9(2)^3}{3} + \frac{12(2)^2}{2} \right] - 1 \left[\frac{2(1)^4}{4} - \frac{9(1)^3}{3} + \frac{12(1)^2}{2} \right]$$

$$S = [8] - \left[3\frac{1}{2} \right]$$

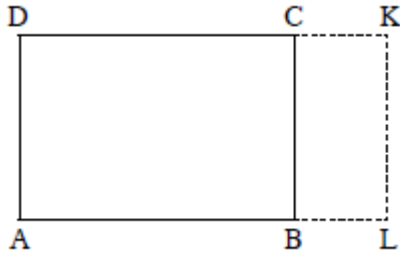
$$S = \left[4\frac{1}{2} \right]$$

תשובה: $S = 4\frac{1}{2}$

תשובה סופית:

$S = 4\frac{1}{2}$ (ג) A (1,-1) max B (2,-2) min (ב) $y = -6$ (א)

שאלה מספר 6:



ABCD הוא מלבן ששטחו 25.
נסמן את הצלע AB ב- x .

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע AD.
האריכו כל אחת מהצלעות AB ו- DC ב- 2 - כך שהתקבל מלבן חדש - ALKD כמתואר בציור.
ב (1) הבע באמצעות x את היקף המלבן ALKD.

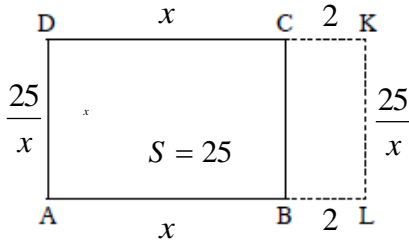
(2) מצא את אורך הצלע AB שבעבורה היקף המלבן ALKD הוא מינימלי.

פתרון:

1. משפט המטרה : היקף המלבן ALKD הוא מינימלי.

2. נבנה נוסחה ממשפט המטרה: $P - 2DK + 2DA \Rightarrow \min$

3. נבנה את נוסחת העזר.



$$DK = x + 2 \quad 25 = AD \cdot x$$

$$AD = \frac{25}{x}$$

4. נבנה את פונקציית המטרה:

$$P = 2DK + 2D \Rightarrow \min$$

$$p = 2(x + 2) + 2\left(\frac{25}{x}\right)$$

$$p = 2x + 4 + \frac{50}{x}$$

פונקציה

$$p = 2x + 4 + \frac{50}{x}$$

$$p = 2(5) + 4 + \frac{50}{5}$$

$$p = 24$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2 - \frac{50 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2 - \frac{50}{x^2}$$

$$\frac{50}{x^2} = 2$$

$$50 = 2x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

נגזרת שנייה

$$p'' = + \frac{50 \cdot 2}{x^3} = \frac{100}{x^3}$$

$$p''(+5) = \frac{100}{(+5)^3} = +0.8 \min$$

$$p''(-5) = \frac{100}{(-5)^3} = -0.8 \max$$

תשובה סופית : א. $AD = \frac{25}{x}$ (ב1) $p = 2x + 4 + \frac{50}{x}$ (ב2) $AB = x = 5$