

מבחן בגרות 35382 מועד א' קיץ תשע"ט 2019

שאלה מספר 1

בבדיקה מסוימת מוכרים כרטיסיות למבוגר וכרטיסיות לילד.
מחיר כרטיסייה למבוגר גדול פי 1.6 ממחיר כרטיסייה לילד.

לקראת סוף עונת הרחצה ניתנה הנחה על הכרטיסיות.
לאחר ההנחה מחיר הכרטיסייה למבוגר היה 20% פחות מן המחיר המקורי,
ומחיר הכרטיסייה לילד היה 10% פחות מן המחיר המקורי.
דנה קנתה **בהנחה** כרטיסייה אחת למבוגר ו- 4 כרטיסיות לילד.
היא שילמה בעבור כל הכרטיסיות שקנתה 854 שקלים סך הכול.

- א (1) מצא את מחיר המקורי של כרטיסייה לילד (בלי הנחה).
א (2) מצא את מחיר המקורי של כרטיסייה למבוגר (בלי הנחה).

בתחילת עונת הרחצה קנתה שיר כרטיסיות במחיר במקורי (בלי הנחה) גם היא קנתה כרטיסייה אחת למבוגר ו- 4 כרטיסיות לילד.

- ב (1) כמה שילמה שיר סך הכול בעבור כל הכרטיסיות שקנתה ?
ב (2) בכמה אחוזים גבוה הסכום הכולל ששילמה שיר בעבור הכרטיסיות מן הסכום הכולל ששילמה דנה בעבור הכרטיסיות ? (בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

פתרון:

הנחה של - 20%
 $1 - \frac{20}{100} = 0.8$

הנחה של - 10%
 $1 - \frac{10}{100} = 0.9$

הגדרת המשתנים: x - מחיר מבוגר, y - מחיר ילד

| משוואה | סה"כ | ילד | | פעולה | מבוגר | | מחיר |
|-------------------------------------|------|------|------|---------------|-------|------|------|
| | | כמות | מחיר | | כמות | מחיר | |
| $y \cdot 1.6 = x$ | | | y | $\cdot 1.6 =$ | | x | מחיר |
| $1 \cdot 0.8x + 4 \cdot 0.9y = 854$ | 854 | 4 | 0.9y | + | 1 | 0.8x | דנה |

- א (1) מצא את מחיר המקורי של כרטיסייה לילד (בלי הנחה).
א (2) מצא את מחיר המקורי של כרטיסייה למבוגר (בלי הנחה).

המחיר המקורי של כרטיסייה לילד

$$\begin{cases} 1.6y = x \\ 0.8x + 4 \cdot 0.9y = 854 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1.6y = x \\ 0.8x + 3.6y = 854 \end{cases}$$

$$0.8 \cdot 1.6y + 3.6y = 854$$

$$1.28y + 3.6y = 854$$

$$4.88y = 854$$

$$y = 175$$

המחיר המקורי של כרטיסייה למבוגר

$$1.6 \cdot y = x$$

$$1.6 \cdot 175 = x$$

$$x = 280$$

תשובה:

המחיר המקורי של כרטיסייה לילד 175 ₪
המחיר המקורי של כרטיסייה למבוגר 280 ₪

- ב (1) כמה שילמה שיר סך הכול בעבור כל הכרטיסיות שקנתה ?
ב (2) בכמה אחוזים גבוה הסכום הכולל ששילמה שיר בעבור הכרטיסיות מן הסכום הכולל ששילמה דנה בעבור הכרטיסיות ? (בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

| משוואה | סה"כ | ילד | | פעולה | מבוגר | | שיר |
|-----------------------------------|------|------|------|-------|-------|------|-----|
| | | כמות | מחיר | | כמות | מחיר | |
| $1 \cdot 280 + 4 \cdot 175 = 980$ | | 4 | 175 | + | 1 | 280 | שיר |

תשובה:

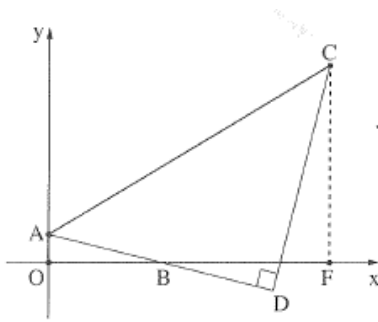
$$\frac{980 - 854}{854} \cdot 100 = 14.75\%$$

(ב) 14.75% (ב) 980 ₪

תשובה סופית:

(א) . לילד 175 ₪ (א) למבוגר 280 ₪
(ב) 14.75% (ב) 980 ₪

שאלה מספר 2:



ADC הוא משולש ישר זווית ($ADC = 90^\circ$) הנקודה A מונחת על ציר ה- y . הנקודה B היא נקודת החיתוך של הישר AD עם ציר ה- x (ראה ציור). נתון : משוואת הישר AD היא $y = -\frac{1}{4}x + 1$. א. מצא את שיעורי הנקודה A ו- B . נתון כי הנקודה B היא אמצע הקטע AD . ב (1) מצא את שיעורי הנקודה D . (2) מצא את משוואת הישר DC . מן הנקודה C הורידו אנך לציר ה- x . האנך חותך את ציר ה- x בנקודה F . נתון כי שיעור ה- x של הנקודה C הוא 10 . הנקודה O היא ראשית הצירים . ג. חשב את היקף המרובע OACF . בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודה A ו- B .

נקודה A

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{4}(0) + 1$$

$$y = 1$$

A (0,1)

נקודה B

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$0 = -\frac{1}{4}x + 1$$

$$\frac{1}{4}x = 1$$

$$x = 4$$

B (4,0)

תשובה: A (0,1) B (4,0)

ב (1) מצא את שיעורי הנקודה D .

נקודה D

A (0,1) B (4,0)

$$4 = \frac{0+x}{2} \Rightarrow 8 = 0+x \Rightarrow x = 8$$

$$0 = \frac{1+y}{2} \Rightarrow 0 = 1+y \Rightarrow y = -1$$

D (8,-1)

תשובה: D (8,-1)

(2) מצא את משוואת הישר DC .

שיפוע הישר DC

$$m_{AD} = -\frac{1}{4} \quad m_{CD} = 4$$

הופכי נגדי

משוואת המשיק DC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(8,-1) \quad m = 4$$

$$y + 1 = 4 \cdot (x - 8)$$

$$y = 4x - 32 - 1$$

$$y = 4x - 33$$

תשובה: $y = 4x - 33$

ג. חשב את היקף המרובע OACF. בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

נקודה C

$$\begin{cases} y = 4x - 33 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$y = 4(10) - 33$$

$$y = 7$$

C (10,7)

נקודה F

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases}$$

F (10,0)

אורך צלע OF

O (0,0) F (10,0)

$$d_{OF} = 10$$

אורך צלע OA

O (0,0) A (0,1)

$$d_{OA} = 1$$

אורך צלע AC

A (0,1) C (10,7)

$$d = \sqrt{(7-1)^2 + (10-0)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{136}$$

אורך צלע CF

C (10,7) F (10,0)

$$d_{CF} = 7$$

היקף המרובע OACF

$$P = \sqrt{136} + 7 + 1 + 10 = 29.66$$

תשובה:

$$P = 29.66$$

תשובה סופית:

P = 29.66 (ג) y = 4x - 7 (ב) D (8,-1) (ב1) A (0,1) B (4,0) (א)

שאלה מספר 3

בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M הנקודה B נמצאת על המעגל.

משוואת המשיק למעגל בנקודה B היא: $y = \frac{1}{2}x + 4$

שיעור ה-x של הנקודה B הוא 4.

א. מצא את שיעור ה-y של הנקודה B.

(2) מצא את שיפוע הישר BM.

(3) מצא את משוואת הישר BM.

משוואת הישר OM היא $y = \frac{1}{3}x$ (O – ראשית הצירים).

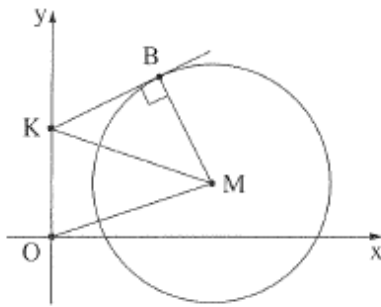
ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M.

(2) מצא את משוואת המעגל.

המשיק למעגל בנקודה B חותך את ציר ה-y בנקודה K (ראה ציור).

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K.

(2) חשב את שטח המשולש BMK.



פתרון:

א. (1) מצא את שיעור ה-y של הנקודה B.

נקודה B

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 4 \\ x = 4 \end{cases}$$

תשובה: B (4,6)

$$y = \frac{1}{2} \cdot (4) + 4$$

$$y = 6$$

$$B (4,6)$$

(2) מצא את שיפוע הישר BM.

שיפוע הישר BM

$$m_{KB} = \frac{1}{2} \quad m_{BM} = -2$$

הופכי נגדי

תשובה: $m_{BM} = -2$

(3) מצא את משוואת הישר BM.

משוואת הישר BM

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,6) \quad m = -2$$

$$y - 6 = -2 \cdot (x - 4)$$

$$y = -2x + 8 + 6$$

$$y = -2x + 14$$

תשובה: $y = -2x + 14$

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M.

נקודה M

$$\begin{cases} y = -2x + 14 \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases}$$

$$\frac{1}{3}x = -2x + 14$$

$$2\frac{1}{3}x = 14$$

$$x = 6$$

נקודה M

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{3}(6) = 2$$

$$M (6,2)$$

תשובה: M (6,2)

(2) מצא את משוואת המעגל.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M (6,2)$$

$$(x-6)^2 + (y-2)^2 = R^2$$

$$B (4,6)$$

$$(4-6)^2 + (6-2)^2 = R^2$$

$$20 = R^2$$

$$(x-6)^2 + (y-2)^2 = 20$$

תשובה: $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 20$ **ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K.****נקודה K**

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot (0) + 4$$

$$y = 4$$

$$K (0,4)$$

תשובה: $K (0,4)$ **(2) חשב את שטח המשולש BMK.****אורך צלע BM**

$$R^2 = 20 \quad R = \sqrt{20}$$

$$BM = R = \sqrt{20}$$

אורך צלע KB

$$K (0,4) \quad B (4,6)$$

$$d = \sqrt{(6-4)^2 + (4-0)^2}$$

$$d_{KB} = \sqrt{20}$$

שטח המשולש BMK

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{2}$$

$$S = 10$$

תשובה: $S = 10$ **תשובה סופית:**

$$y = -2x + 14 \quad (3א) \quad m_{BM} = -2 \quad (2א)$$

$$B (4,6) \quad (1א)$$

$$S = 10 \quad (ג)$$

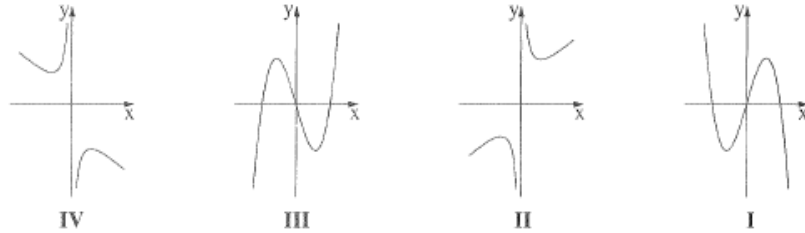
$$(x-6)^2 + (y-2)^2 = 20 \quad (2ב)$$

$$M (6,2) \quad (1ב)$$

שאלה מספר 4:

נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{9}{x} + 1$.

- (א). (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (2) כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- (ב). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$. וקבע את סוגן.
- (ג). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (ד) איזה מבין הגרפים IV – I שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה הנתונה $f(x)$? נמק.
- (ה) כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 9$ עם גרף הפונקציה? נמק.



פתרון:

(א). (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

תשובה: תחום הגדרה $x \neq 0$

(2) כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

תשובה: האסימפטוטה $x = 0$

(ב). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$. וקבע את סוגן.

| | | |
|---|--|---|
| <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; background-color: #f9cb9c; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">פונקציה</p> $f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$ $f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$ </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">נגזרת ראשונה</p> $x; y$ </div> <div> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">נגזרת שנייה</p> $\min; \max$ </div> | <div style="margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">פונקציה</p> $f(x) = x + \frac{9}{x} + 1$ $\begin{cases} x = +3 \\ y = (3) + \frac{9}{(3)} + 1 = +7 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(3,7)</p> $\begin{cases} x = -3 \\ y = (-3) + \frac{9}{(-3)} + 1 = -5 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(-3,-5)</p> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">נגזרת ראשונה</p> $x; m$ </div> <div> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">נגזרת שנייה</p> $\min; \max$ </div> | <div style="margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">פונקציה</p> $f(x) = x + \frac{9}{x} + 1$ $f'(x) = 1 - \frac{9 \cdot 1}{x^2}$ $f'(x) = m = 0$ $0 = 1 - \frac{9}{x^2}$ $\frac{9}{x^2} = 1$ $x^2 = 9$ $x = \pm\sqrt{9}$ $x_1 = +3 \quad x_2 = -3$ </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">נגזרת ראשונה</p> $x; m$ </div> <div> <p style="text-align: center; background-color: #f9cb9c; padding: 2px;">נגזרת שנייה</p> $\min; \max$ </div> |
|---|--|---|

תשובה:

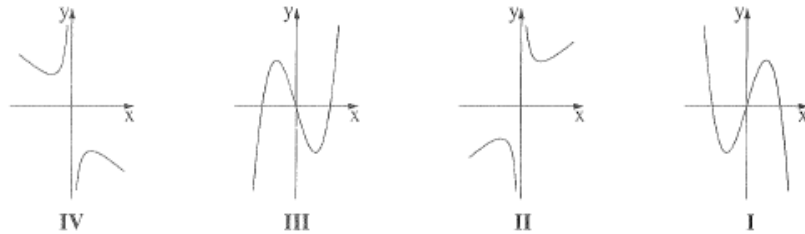
$(-3,-5) \cap \max (3,7) \cup \min$

(ג). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

| | | | | | | | | |
|-----------|---------|----|---------|---|---------|---|---------|-----------|
| x | עלייה | x | ירידה | x | ירידה | x | עלייה | x |
| $-\infty$ | $< x <$ | -3 | $< x <$ | 0 | $< x <$ | 3 | $< x <$ | $+\infty$ |

תשובה: תחומי עלייה: $-\infty < x < -3$, $3 < x < +\infty$
תחומי ירידה: $-3 < x < 0$ ו- $0 < x < 3$

(ד) איזה מבין הגרפים IV – I שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה הנתונה $f(x)$? נמק.



תשובה:

הגרף המתאים לפי נקודות הקיצון הוא גרף מספר II

(ה) כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 9$ עם גרף הפונקציה? נמק.

תשובה:

אפשרות א': הסבר מילולי

לפי הגרף הישר $y = 9$ חותך את גרף הפונקציה בשני נקודות הנמצאות מעל נקודת המינימום

אפשרות ב': פתרון אלגברי

$$\begin{cases} f(x) = x + \frac{9}{x} + 1 \\ y = 9 \end{cases} \quad x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)}$$

$$9 = x + \frac{9}{x} + 1/x$$

$$9x = x^2 + 9 + 1x$$

$$0 = x^2 - 8x + 9 \quad x_1 = 6.6 \quad x_2 = 1.4$$

תשובה סופית:

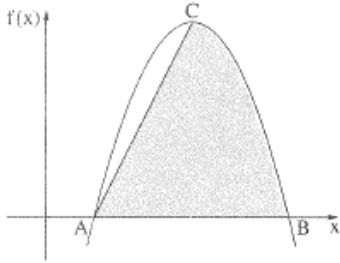
(א) $x \neq 0$ (2א) $x = 0$ (ב) $(-3, -5) \cap \max(3, 7) \cup \min$

(ג) עלייה $-\infty < x < -3$ ו- $3 < x < +\infty$ ירידה $-3 < x < 0$ ו- $0 < x < 3$

(ד) הגרף המתאים לפי נקודות הקיצון הוא גרף מספר II

(ה) לפי הגרף הישר $y = 9$ חותך את גרף הפונקציה בשני נקודות הנמצאות מעל נקודת המינימום

שאלה מספר 5:



נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 6x - 5$, הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x. כמתואר בציור.
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה C היא נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. הראה כי משוואת הישר AC היא $y = 2x - 2$.
ד. חשב את השטח האפור בציור:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר AC ועל ידי הציר ה-x.

פתרון:

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

$$y = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(-1)(-5)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 4}{-2} \quad x_1 = 5 \quad x_2 = 1$$

$$A(1,0) \quad B(5,0)$$

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

תשובה: $A(1,0) \quad B(5,0)$

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2(-1)} = 3$$

$$y = -(3)^2 + 6(3) - 5 = 4$$

$$C(3,4)$$

תשובה: $C(3,4)$

ג. הראה כי משוואת הישר AC היא $y = 2x - 2$.

| | <u>אפשרות א'</u> | |
|--------------|------------------|---------|
| $y = 2x - 2$ | | |
| A (1,0) | $0 = 2(1) - 2$ | $0 = 0$ |
| C (3,4) | $4 = 2(3) - 2$ | $2 = 2$ |

| | <u>אפשרות ב'</u> | |
|---------------------------|------------------|--|
| $A(1,0) \quad C(3,4)$ | | |
| $m = \frac{4-0}{3-1} = 2$ | | |

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1,0) \quad m = 2$$

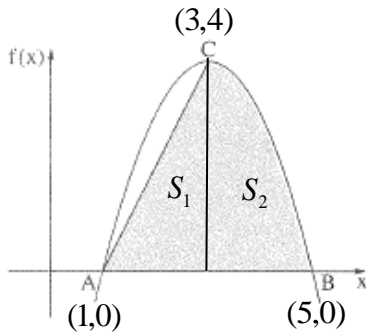
$$(y - 0) = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2$$

תשובה: הוכחה

ד. חשב את השטח האפור בציר:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר AC, ועל ידי הציר ה- x .



| | | |
|----------|-----------------|-----------|
| x | פונקציה עליונה | x |
| קטן/שמאל | $-x^2 + 6x - 5$ | גדול/ימין |
| $x = 3$ | פונקציה תחתונה | $x = 5$ |
| | $y = 0$ | |

$$S_1 = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2}$$

$$S_1 = 4$$

$$S_2 = \int_3^5 ((-x^2 + 6x - 5) - 1(0)) dx$$

$$S_2 = \int_3^5 (-x^2 + 6x - 5) dx$$

$$S_2 = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} - 5x \right]_3^5$$

$$S_2 = \left[-\frac{(5)^3}{3} + \frac{6(5)^2}{2} - 5(5) \right] - \left[-\frac{(3)^3}{3} + \frac{6(3)^2}{2} - 5(3) \right]$$

$$S_2 = \left[8\frac{1}{3} \right] - [3]$$

$$S_2 = \left[5\frac{1}{3} \right]$$

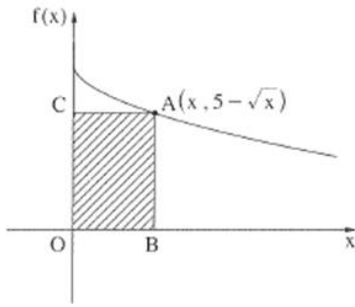
$$S_T = S_1 + S_2 = 4 + 5\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}$$

$S_T = 4 + 5\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}$: תשובה

תשובה סופית:

$S_T = 4 + 5\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}$ (ד) הוכחה (ג) C (3,4) (ב) A (1,0) B (5,0) (א)

שאלה מספר 6



נתונה הפונקציה $f(x) = 5 - \sqrt{x}$.

מן הנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הורידו אנכים לצירים כך שנוצר מלבן ABCO,

כמתואר בציור (הנקודה O היא ראשית הצירים).

א. (1) הבע באמצעות x את היקף המלבן ABCO.

(2) מצא את שיעור ה-x של הנקודה A שבעבורו היקף המלבן ABCO הוא מינימלי.

ב. בעבור שיעור ה-x שמצאת בתת סעיף א (2) מצא את היקף המלבן ABCO.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** היקף המלבן ABCO הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2AC + 2AB \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $AC = x \quad AB = y = 5 - \sqrt{x}$

4. **פונקציית המטרה** $p = 2x + 2 \cdot (5 - \sqrt{x}) \Rightarrow \min$

$p = 2x + 10 - 2\sqrt{x}$

הפונקציה

$P = 2x + 10 - 2\sqrt{x}$

$x = 0.25$

$P = 2(0.25) + 10 - 2\sqrt{0.25}$

$P = 9.5$

סיכום התשובות

$x = 1 \quad \min$

$y = 4.5$

$p = 9.5$

נגזרת ראשונה

$P' = 2 - \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$

$P' = 0$

$0 = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$

$0.5 = \sqrt{x}$

$0.5 = \sqrt{x} \quad / ()^2$

$0.25 = x$

נגזרת שנייה

max/min

$P' = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}} / \sqrt{x}$

$P' = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x) = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$f''(0.25) = \frac{1}{\sqrt{0.25}} = 2 > 0 \quad \min$

$y = 5 - \sqrt{0.25}$

$x = 0.25$

$y = 5 - \sqrt{0.25}$

$y = 4.5$

תשובה סופית:

$p = 9.5$ (ב) $x = 0.25$ (א) $p = 2x + 2 \cdot (5 - \sqrt{x})$ (א)