

**מבחן בגרות 35382 מועד ב קיץ תשע"ח 2018.**

**שאלה מספר 1**

בחנות ספרים הכריזו על מבצע:

אם קונים שני ספרים מקבלים 50% הנחה על הספר הזול מבין השניים.

(א) אורית קנתה במבצע שני ספרים. שמחירם לפני המבצע היו 108 שקלים ו- 72 שקלים.

(1) חשב כמה שקלים שילמה עבור שני הספרים.

(2) חשב באחוזים מה הייתה ההנחה הכוללת שקיבלה אורית על שני הספרים יחד.

(ב) זאב קנה באותו המבצע שני ספרים ושילם עבורם 165 שקלים סך הכול.

לפני המבצע מחיר הספר היקר מביניהם היה גדול ב 39 שקלים ממחירו של הספר הזול מביניהם.

(1) חשב מה היה המחיר לפני המבצע של כל אחד משני הספרים שקנה זאב.

(2) חשב באחוזים מה הייתה ההנחה הכוללת שקיבל זאב על שני הספרים יחד.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה.

**פתרון:**

**(1א) חשב כמה שקלים שילמה עבור שני הספרים.**

משוואה	סה"כ	הספר הזול			ספר היקר	
		כמות	מחיר	פעולה	כמות	מחיר
$108 + 72 \cdot 0.5 = 144$		1	$72 \cdot 0.5$	+	1	108

**תשובה:** 144 שקלים שילמה אורית עבור שני הספרים

**(2א) חשב באחוזים מה הייתה ההנחה הכוללת שקיבלה אורית על שני הספרים יחד.**

**מחיר שני הספרים ללא הנחה**

$$108 + 72 = 180$$

**ההנחה על שני הספרים**

$$180 - 144 = 36$$

**אחוז ההנחה על שני הספרים**

$$\frac{36}{180} \cdot 100 = 20\%$$

**תשובה:** 20% ההנחה הכוללת שקיבלה אורית על שני הספרים יחד.

**(1ב) חשב מה היה המחיר לפני המבצע של כל אחד משני הספרים שקנה זאב.**

משוואה	סה"כ	הספר הזול			ספר היקר	
		כמות	מחיר	פעולה	כמות	מחיר
$(x + 39) + 0.5x = 165$	165	1	$x \cdot 0.5$	+	1	$x + 39$

**מחיר הספר הזול**

$$(x + 39) + 0.5x = 165$$

$$1.5x + 39 = 165$$

$$1.5x = 126$$

$$x = 84$$

**מחיר הספר היקר**

$$84 + 39 = 123$$

**תשובה:** 84 שקלים מחיר הספר הזול 123 שקלים מחיר הספר היקר

**(2ב) חשב באחוזים מה הייתה ההנחה הכוללת שקיבל זאב על שני הספרים יחד**

**מחיר שני הספרים ללא הנחה**

$$84 + 123 = 207$$

**ההנחה על שני הספרים**

$$207 - 165 = 42$$

**אחוז ההנחה על שני הספרים**

$$\frac{42}{207} \cdot 100 = 20.28\%$$

**תשובה:** 20.28% הנחה הכוללת שקיבל זאב על שני הספרים יחד.

**תשובה סופית:**

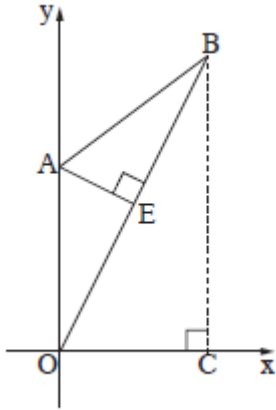
20% (2א)

20.28% (2ב)

(1א) 144 שקלים שילמה אורית עבור שני הספרים

(1ב) 84 שקלים מחיר הספר הזול 123 שקלים מחיר הספר היקר

**שאלה מספר 2.**



AEB הוא משולש ישר זווית ( $\angle AEB = 90^\circ$ )  
 הקדקוד A נמצא על ציר ה-  $y$  (ראה ציור)  
 משוואת הצלע AE היא  $y = -\frac{1}{2}x + 5$

- (א) מצא שיעורי הקדקוד A.
- נתון : המשך הצלע BE עובר דרך ראשית הצירים O.
- (ב) מצא את משוואת הישר OB.
- (ג) מצא את שיעורי הנקודה E.
- נתון: שיעור ה-  $y$  של הקדקוד B הוא 8.
- (ד) הראה כי המשולש OAB הוא משולש שווה שוקיים.
- מן הנקודה B העבירו אנך לציר ה-  $x$  החותך את ציר ה-  $x$  בנקודה C.
- (ה) חשב את היקף המרובע ABCO.

**פתרון:**

**(א) מצא שיעורי הקדקוד A.**

<u>קדקוד A</u>	<u>קדקוד A</u>
$y = \frac{1}{2}x + 5$	$y = \frac{1}{2}(0) + 5$
$x = 0$	$y = 5$
	A (0,5)

**תשובה:** A (0,5)

**(ב) מצא את משוואת הישר OB.**

**שיפוע OB**

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad m_{OB} = \frac{-1}{m_{AE}}$$

$$m_{AE} = -\frac{1}{2} \quad m_{BD} = \frac{-1}{(-\frac{1}{2})} = 2$$

$$m_{OB} = 2$$

**משוואת OB**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,0) \quad m = 2$$

$$y - 0 = 2 \cdot (x - 0)$$

$$y = 2x$$

שיפוע הופכי נגדי

**תשובה:**  $y = 2x$

**(ג) מצא את שיעורי הנקודה E.**

<u>קדקוד E</u>	<u>קדקוד E</u>
$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$	$\begin{cases} y = 2x \\ x = 2 \end{cases}$
$2x = -\frac{1}{2}x + 5$	$y = 2(2) = 4$
$2\frac{1}{2}x = 5$	E (2,4)
$x = 2$	

**תשובה:** E (2,4)

**(ד) הראה כי המשולש OAB הוא משולש שווה שוקיים.**

**קדקוד B**

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 8 \end{cases}$$

$$8 = 2x$$

$$x = 4$$

$$B (4,8)$$

**אורך צלע AB**

$$A (0,5) \quad B (4,8)$$

$$d = \sqrt{(8-5)^2 + (4-0)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{25} = 5$$

**אורך צלע AO**

$$A (0,5) \quad O (0,0)$$

$$d_{AO} = 5$$

**תשובה:**  $d_{AO} = d_{AB} = 5$

**(ה) חשב את היקף המרובע ABCO.**

**קדקוד C**

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$C (4,0)$$

**אורך צלע CO**

$$C (4,0) \quad O (0,0)$$

$$d_{CO} = 4$$

**אורך צלע CB**

$$C (4,0) \quad B (4,8)$$

$$d_{BC} = 8$$

**אורך צלע AO**

$$A (0,5) \quad O (0,0)$$

$$d_{AO} = 5$$

**אורך צלע AB**

$$A (0,5) \quad B (4,8)$$

$$d = \sqrt{(8-5)^2 + (4-0)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{25} = 5$$

**היקף ABCO**

$$P = 4 + 8 + 5 + 5 = 22$$

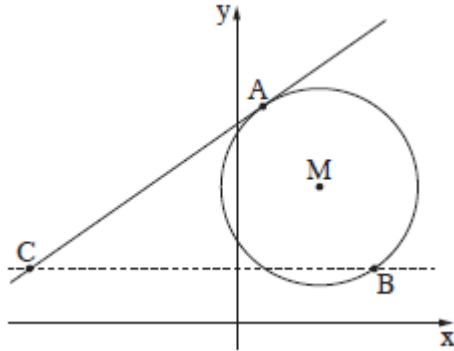
**תשובה:**  $P = 22$

**תשובה סופית:**

(א)  $A (0,5)$  (ב)  $y = 2x$  (ג)  $E (2,4)$  (ד)  $d_{AO} = d_{AB} = 5$  (ה)  $P = 22$

**שאלה מספר 3.**

נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $M(3,5)$  ורדיוסו  $R$ .  
העבירו משיק למעגל בנקודה  $A(1,8)$  כמתואר בציור.



- א. (1) חשב את רדיוס המעגל  $R$ .
  - (2) כתוב את משוואת המעגל.
  - ב. (1) מצא את שיפוע הישר  $AM$ .
  - (2) מצא את משוואת המשיק.
- נתון:  $AB$  הוא קוטר המעגל  
ג. מצא את שעורי הנקודה  $B$ .  
דרך הנקודה  $B$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  (הישר המקווקו בציור)  
הישר חותך את המשיק בנקודה  $C$ .  
ד. חשב את שטח המשולש  $ABC$ .

**פתרון:**

- א. (1) חשב את רדיוס המעגל  $R$ .
- (2) כתוב את משוואת המעגל.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$M(3,5)$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = R^2$$

$A(1,8)$

$$(1-3)^2 + (8-5)^2 = R^2$$

$$R^2 = 13 \quad R = \sqrt{13}$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 13$$

**תשובה:**

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 13 \quad (2א) \quad R = \sqrt{13} \quad (1א)$$

- ב. (1) מצא את שיפוע הישר  $AM$ .
- (2) מצא את משוואת המשיק.

**שיפוע  $AM$**

$M(3,5) \quad A(1,8)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 5}{1 - 3} = -\frac{3}{2}$$

$$m_{MA} = -\frac{3}{2}$$

**שיפוע המשיק**

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad m = \frac{-1}{m_{MA}}$$

$$m_{MA} = -\frac{3}{2} \quad m = \frac{-1}{(-\frac{3}{2})} = \frac{2}{3}$$

$$m = \frac{2}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי

**משוואת המשיק**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$(1,8) \quad m = \frac{2}{3}$

$$y - 8 = \frac{2}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + 8$$

$$y = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3}$$

**תשובה:**

$$y = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3} \quad (2ב) \quad m = \frac{2}{3} \quad (1ב)$$

**ג. מצא את שעורי הנקודה B.**

**נקודה B**

$M(3,5) \quad A(1,8)$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{1 + x_2}{2} \Rightarrow 6 = 1 + x_2 \Rightarrow x = 5$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow 5 = \frac{8 + y_2}{2} \Rightarrow 10 = 8 + y_2 \Rightarrow y = 2$$

$B(5,2)$

**תשובה:**

$B(5,2)$

דרך הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-x (הישר המקווקו בציור)  
הישר חותך את המשיק בנקודה C.  
ד. חשב את שטח המשולש ABC.

**נקודה C**

$$y = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3}$$

$$y = 2$$

$$2 = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3}$$

$$-5\frac{1}{3} = \frac{2}{3}x$$

$$x = -8$$

$C(-8,2)$

**אורך CB**

$$CB = 8 + 5 = 13$$

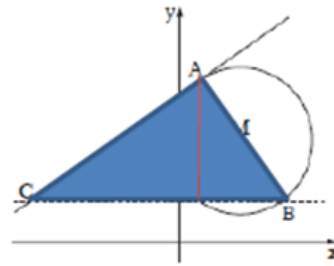
**אורך הגובה**

$$8 - 2 = 6$$

**שטח המשולש ABC**

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{13 \cdot 6}{2} = 39$$

**תשובה:**  $S = 39$



**תשובה סופית:**

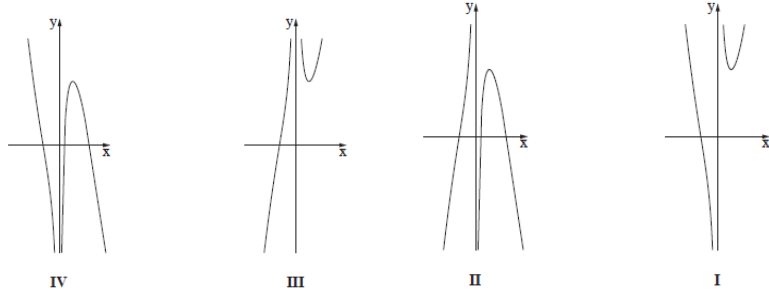
$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 13$  (2א)  $R = \sqrt{13}$  (1א)

$S = 39$  (ד)  $B(5,2)$  (ג)  $y = \frac{2}{3}x + 7\frac{1}{3}$  (2ב)  $m = \frac{2}{3}$  (1ב)

**שאלה מספר 4:**

נתונה הפונקציה  $f(x) = 0.5x^2 + \frac{8}{x}$ .

- (א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?
- (ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  , וקבע את סוגה.
- (ג) האם הפונקציה  $f(x)$  עולה או יורדת בנקודה שבה  $x = -1$  ? נמק
- (ד) לפניך ארבעה גרפים (I – IV) . איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ? נמק.



**פתרון:**

(א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

**תשובה:**  $x \neq 0$

(ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  , וקבע את סוגה.

**פונקציה**  
 $x ; y$

$$f(x) = 0.5x^2 + \frac{8}{x}$$

$$x = 2$$

$$y = 0.5(2)^2 + \frac{8}{(2)}$$

$$y = 6$$

$$(2,6)$$

**נגזרת ראשונה**  
 $x ; m$

$$f'(x) = 1x - \frac{8 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 1x - \frac{8}{x^2}$$

$$x = \frac{8}{x^2}$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$x = 2$$

**נגזרת שנייה**

$$f''(x) = 1 - \frac{8 \cdot 2}{x^3}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ f''(x) = 1 - \frac{16}{(2)^3} = +3 \end{cases}$$

$$f''(x) = +3 \cup \text{min}$$

(2,6)  $\cup$  min **תשובה:**

(ג) האם הפונקציה  $f(x)$  עולה או יורדת בנקודה שבה  $x = -1$ ? נמק

בגזרת ראשונה  
 $x; m$

$$f'(x) = 1x - \frac{8 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$x = -1$$

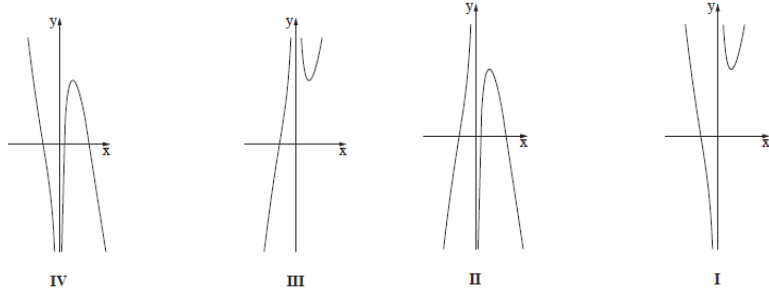
$$m = 1(-1) - \frac{8}{(-1)^2}$$

$$m = -9 \Downarrow$$

תשובה:  $m = -9 \Downarrow$  הפונקציה יורדת

פונקציה יורדת

(ד) לפניך ארבעה גרפים (Iv-I). איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



תשובה: גרף מספר I מתאים לנקודת קיצון ולתחום הירידה

תשובה סופית:

(א)  $x \neq 0$  (ב)  $\cup \min (2,6)$  (ג)  $m = -9 \Downarrow$  הפונקציה יורדת

(ד) גרף מספר I מתאים לנקודת קיצון ולתחום הירידה

**שאלה מספר 5:**

בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות :

$$f(x) = x^2 - 4x + 6 \quad g(x) = -2x + 14$$

שני הגרפים נחתכים בנקודה  $B(4,6)$

הנקודה  $A$  היא נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

א. מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .

הישר  $y = 2$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $A$

(הישר המקווקו בציור)

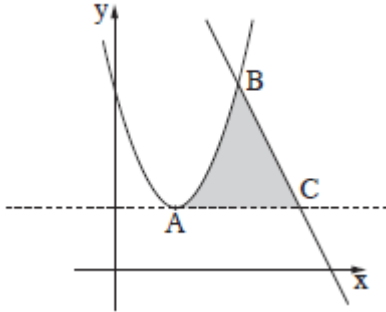
הישר המשיק חותך את גרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה  $C$

(ראה ציור)

ב. מצא את שיעורי הנקודה  $C$ .

ג. חשב את השטח האפור בציור, השטח המוקבל על ידי

הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  ועל ידי הישר  $y = 2$ .



**פתרון:**

**א. מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .**

$$f(x) = x^2 - 4x + 6$$

$$x = 2$$

$$y = (2)^2 - 4(2) + 6$$

$$y = 2$$

$$A(2, 2)$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 6$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 2x - 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

**תשובה:**  $A(2, 2)$

**ב. מצא את שיעורי הנקודה  $C$ .**

$$g(x) = -2x + 14$$

$$y = 2$$

$$2 = -2x + 14$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

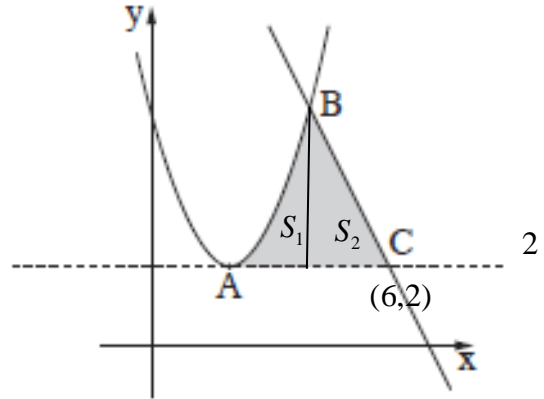
$$C(6, 2)$$

**תשובה:**  $C(6, 2)$



- ג. חשב את השטח האפור בציור, השטח המוקבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  ועל ידי הישר  $y=2$ .

$x$ קטן/שמאל	פונקציה עליונה $x^2 - 4x + 6$	$x$ גדול/ימין
$x = 2$	פונקציה תחתונה $y = 2$	$x = 4$



$$S_1 = \int_2^4 (x^2 - 4x + 6) - 1(2) dx$$

$$S_1 = \int_2^4 (x^2 - 4x + 6 - 2) dx$$

$$S_1 = \int_2^4 (x^2 - 4x + 4) dx$$

$$S_1 = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 4x \right]_2^4$$

$$S_1 = \left[ \frac{(4)^3}{3} - \frac{4(4)^2}{2} + 4(4) \right] - 1 \left[ \frac{(2)^3}{3} - \frac{4(2)^2}{2} + 4(2) \right]$$

$$S_1 = \left[ 5\frac{1}{3} \right] - \left[ 2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[ 2\frac{2}{3} \right]$$

שטח 2 משולש

$$S_2 = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2}$$

$$S_2 = 4$$

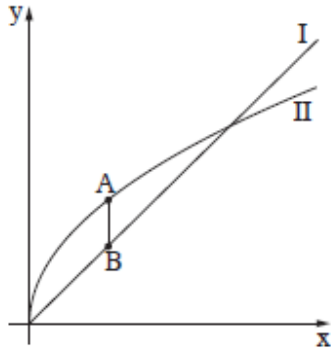
$$S_T = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$$

$$S_T = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3} \text{ :תשובה}$$

תשובה סופית :

$$S_T = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3} \text{ (ג) } \quad C(6,2) \text{ (ב) } \quad A(2,2) \text{ (א)}$$

**שאלה מספר 6:**



בציור שלפניך מתוארים שני גרפים שמשוואותיהם הן:

$$y = x \quad \text{I}$$

$$y = \sqrt{x} \quad \text{II}$$

הנקודה A נמצאת על גרף II והנקודה B נמצאת על גרף I. כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.

הנקודות A ו-B נמצאות בין נקודות החיתוך של הגרפים, כמתואר בציור.

א. מצא את שיעור ה-x של הנקודה A שבעבורו אורך הקטע הוא מקסימלי.

ב. חשב את האורך המקסימלי של הקטע AB.

**פתרון:**

1. משפט המטרה: האורך המקסימלי של הקטע AB.

2. נבנה נוסחה ממשפט המטרה:  $P = y_A - y_B \Rightarrow \max$

3. נוסחת העזר.  $y_A = \sqrt{x}$        $y_B = x$

4. נבנה את פונקציית המטרה:  $P = \sqrt{x} + x \Rightarrow \max$

**פונקציה**

$$p = \sqrt{x} - x$$

$$x = 0.25$$

$$p = \sqrt{0.25} - 0.25$$

$$p = 0.25$$

**נגזרת ראשונה**

$$p' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$p' = 0$$

$$0 = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$1 = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$2\sqrt{x} = 1$$

$$\sqrt{x} = 0.5$$

$$x = 0.25$$

**נגזרת שנייה**

$$p' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$p'' = \frac{1 - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

מספיק לגזור את המונה

כדי לקבוע את סוג הקיצון

$$p'' = -\frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$p'' = -\frac{1}{\sqrt{0.25}} = -2 \cap \max$$

**תשובה סופית: א.**  $x = 0.25 \cap \max$       **ב.**  $p = 0.25$