

מבחן בגרות 35382 מועד חורף תשע"ט 2019

שאלה מספר 1

בתחילת השנה קנה סוחר חולצות ושילם בעבור כל אחת מהן את אותו הסכום. הוא שילם בעבור כל החולצות 2,040 שקלים סך הכול.
 5 חולצות נפגמו ולכן מכר אותן הסוחר בהפסד של 10% לחולצה.
 שאר החולצות נמכרו ברווח של 20% לחולצה.
 המוכר מכר את כל החולצות ב – 2,412 שקלים סך הכול.
 א. מצא את הסכום ששילם הסוחר בעבור כל חולצה.
 הסוחר מצא במחסן עוד 15 חולצות שקנה בשנה שעברה, ומכר אותם ברווח של 10% לחולצה.
 (הסכום ששילם בעבור חולצה בשנה שעברה זהה לסכום ששילם בעבור חולצה בתחילת השנה).
 ב. (1) כמה שילם הסוחר בעבור כל החולצות שמכר?
 (2) מה היה אחוז הרווח הכולל של הסוחר ממכירת כל החולצות?

פתרון:

נתונים

הפסד של - 10%

$$1 - \frac{10}{100} = 0.9$$

רווח של - 20%

$$1 + \frac{20}{100} = 1.2$$

הגדרת המשתנים: x - מחיר חולצה, y - כמות החולצות

משוואה	סה"כ	חולצות		
		מחיר	כמות	
$x \cdot y = 2040$	2040	x	y	קניה
$5 \cdot 0.9x + 1.2x \cdot (y - 5) = 2412$	2412	0.9x	5	מכירת הפגומות
		1.2x	y - 5	שאר החולצות

א. מצא את הסכום ששילם הסוחר בעבור כל חולצה.

מחיר קניה של חולצה

$$\begin{cases} x \cdot y = 2040 \\ 5 \cdot 0.9x + 1.2x \cdot (y - 5) = 2412 \end{cases} \quad \begin{cases} 1.2xy - 1.5x = 2412 \\ 1.2 \cdot (2040) - 1.5x = 2412 \\ 2448 - 2412 = 1.5x \\ 36 = 1.5x \\ 24 = x \end{cases}$$

(א) תשובה: 24 שקלים מחיר שילם הסוחר בעבור כל חולצה

**הסוחר מצא במחסן עוד 15 חולצות שקנה בשנה שעברה, ומכר אותם ברווח של 10% לחולצה.
 (הסכום ששילם בעבור חולצה בשנה שעברה זהה לסכום ששילם בעבור חולצה בתחילת השנה).
 ב. (1) כמה שילם הסוחר בעבור כל החולצות שמכר?**

(ב) תשובה:

קניה כל החולצות $2040 + 15 \cdot 24 = 2400$ **2400 שקלים שילם הסוחר עבור כל החולצות**

(2) מה היה אחוז הרווח הכולל של הסוחר ממכירת כל החולצות?

אחוז הרווח $\frac{408}{2400} \cdot 100 = 17\%$

סה"כ סכום המכירה $(2412 + 15 \cdot 1.1 \cdot 24) - 2400 = 2808$ **סה"כ הרווח** $2808 - 2400 = 408$

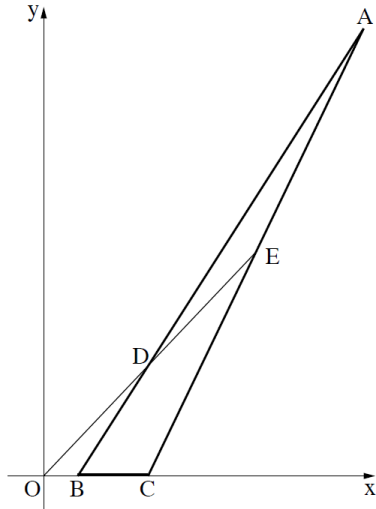
(ב) תשובה:

17% אחוז הרווח

תשובה סופית:

(א) 24 שקלים (ב) 17% (ב) 17%

שאלה מספר 2:



במשולש ABC בציור שלפניך נתון : $A(9,24)$ ו- $B(1,0)$

- א. מצא את משוואת הישר AB.
- הישר OE שמשוואתו היא $y = 2x$ חותך את הצלעות AB ו- AC בנקודות D ו- E בהתאמה (O - ראשית הצירים).
- ב. מצא את שיעורי הנקודה D.
- נתון הקדקוד C מונח על ציר ה- x והנקודה E היא אמצע הקטע AC.
- ג. (1) מצא את שיעור ה- y של הנקודה E.
- (2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.
- ד (1) הסבר מדוע הישר DC מקביל לציר ה- y.
- (2) חשב את היקף המשולש BCD.

פתרון:

א. מצא את משוואת הישר AB.

שיפוע AB

$A(9,24)$ $B(1,0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{(0) - (24)}{(1) - (9)} = \frac{-24}{-8} = 3$$

$m_{AB} = 3$

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$(1,0)$ $m = 3$

$$y - 0 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3$$

תשובה: $y = 3x - 3$

ב. מצא את שיעורי הנקודה D.

נקודה D

$$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$2x = 3x - 3$$

$$x = 3$$

נקודה D

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$y = 2 \cdot 3 = 6$$

$D(3,6)$

תשובה: $D(3,6)$

ג. (1) מצא את שיעור ה- y של הנקודה E.

נקודה E

$A(9,24)$ $C(x,0)$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow y_E = \frac{0 + 24}{2} \Rightarrow 12$$

תשובה: $y_E = 12$

(2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.

נקודה D

$$\begin{cases} y = 12 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$12 = 2 \cdot x$$

$$x = 6$$

$E(6,12)$

תשובה: $x_E = 6$

ד (1) הסבר מדוע הישר DC מקביל לציר ה- y.

מציאת נקודה C

$A (9,24) \quad E (6,12)$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow 6 = \frac{9 + x_C}{2} \Rightarrow 12 = 9 + x_C \Rightarrow x_C = 3$$

$C (3,0)$

תשובה:

הנקודה $D (3,6)$ והנקודה $C (3,0)$

לשני הנקודות ערך ה- x הוא 3 וזהו לכן הישר DC מקביל לציר ה- y.

(2ד) חשב את היקף המשולש BCD.

אורך צלע BD

$B (1,0) \quad D (3,6)$

$$d = \sqrt{(3-1)^2 + (6-0)^2}$$

$$d_{BD} = \sqrt{40}$$

אורך צלע DC

$C (3,0) \quad D (3,6)$

$$d = \sqrt{(3-3)^2 + (6-0)^2}$$

$$d_{DC} = \sqrt{36} = 6$$

אורך צלע BC

$C (3,0) \quad B (1,0)$

$$d_{BC} = 3 - 1 = 2$$

היקף המשולש BCD

$$P = \sqrt{40} + 6 + 2 = 14.32$$

תשובה:

$$P = 14.32$$

תשובה סופית:

(א) $y = 3x - 3$ (ב) $D (3,6)$ (ג) $y_E = 12$ (ד) $x_E = 6$

(1ד) לשני הנקודות ערך ה- x הוא 3 וזהו לכן הישר DC מקביל לציר ה- y. (2ד) $P = 14.32$

שאלה מספר 3

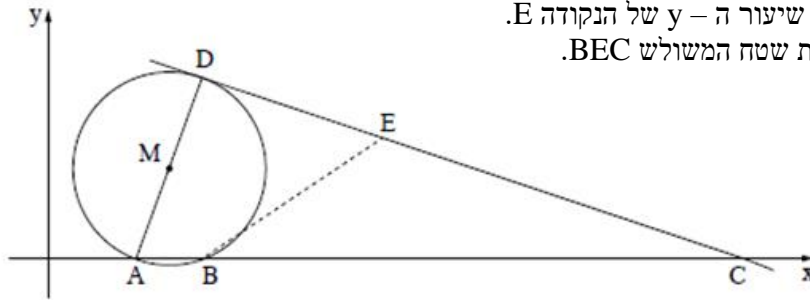
נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו היא: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$
 הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x, כמתואר בצירוף שלפניך.
(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AD הוא קוטר במעגל.
(ב) מצא את שיעורי הנקודה D.

(ג) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.
 המשיק שאת משוואתו מצאת בסעיף ג חותך את ציר ה-x בנקודה C.
 הנקודה E נמצאת על המשיק ונתון כי שיעור ה-x שלה הוא 11.

(ד) (1) מצא את שיעור ה-y של הנקודה E.

(2) חשב את שטח המשולש BEC.



פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודות A ו-B

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$$

$$y = 0$$

$$(x-4)^2 + (0-3)^2 = 10$$

$$(x-4)^2 + 9 = 10$$

$$(x-4)^2 = 1$$

$$x = \pm 1 + 4$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = 3$$

A (3,0) B(5,0)

תשובה: A (3,0) B(5,0)

(ב) מצא את שיעורי הנקודה D.

הנקודה D.

A (3,0) M (4,3)

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow 4 = \frac{3 + x_2}{2} \Rightarrow 8 = 3 + x_2 \Rightarrow x_2 = 5$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{0 + y_2}{2} \Rightarrow 6 = 0 + y_2 \Rightarrow y_2 = 6$$

D (5,6)

תשובה: D (5,6)

(ג) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

שיפוע AD
 $A(3,0) \quad D(5,6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{(6) - (0)}{(5) - (3)} = \frac{6}{2} = 3$$

$$m_{AD} = 3$$

שיפוע המשיק DC
 $m_{AD} = 3 \quad m_{CD} = -\frac{1}{3}$
 הופכי נגדי

משוואת המשיק DC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(5,6) \quad m = -\frac{1}{3}$
 $y - 6 = -\frac{1}{3}(x - 5)$
 $y = -\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3} + 6$
 $y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$

תשובה: $y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$

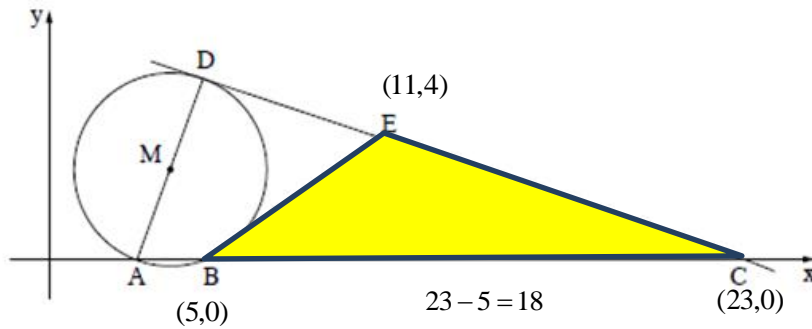
הנקודה E נמצאת על המשיק ונתון כי שיעור ה-x שלה הוא 11.
(ד). (1) מצא את שיעור ה-y של הנקודה E.

משוואת המשיק DC

$y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$
 $x = 11$
 $y = -\frac{1}{3}(11) + 7\frac{2}{3}$
 $y_E = 4$

תשובה: $y_E = 4$

(2) חשב את שטח המשולש BEC.



נקודה C

$y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$
 $y = 0$
 $0 = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$
 $-7\frac{2}{3} = -\frac{1}{3}x$
 $x = 23$
 $C(23,0)$

שטח המשולש ADC

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{18 \cdot 4}{2}$$

$$S = 36$$

תשובה: $S = 36$

תשובה סופית:

- (א) $A(3,0) \quad B(5,0)$ (ב) $D(5,6)$ (ג) $y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$
 (ד) $S = 36$ (1ד) $y_E = 4$ (2ד) $S = 36$

שאלה מספר 4:

נתונה הפונקציה $f(x) = 12\sqrt{x} - 3x$.

- (א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
- (ג) . מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. וקבע את סוגה.
- (ד) רשום את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה $f(x)$.

פתרון:

(א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

תשובה: $x \geq 0$

(ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

$$\begin{aligned} f(x) &= 12\sqrt{x} - 3x \\ x &= 0 \\ y &= 12\sqrt{0} - 3(0) \\ y &= 0 \\ (0,0) \end{aligned}$$

תשובה: (0,0)

(ג) . מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. וקבע את סוגה.

$$\begin{aligned} f(x) &= a\sqrt{bx} \\ f'(x) &= \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}} \end{aligned}$$

פונקציה
 $x ; y$

$$\begin{aligned} f(x) &= 12\sqrt{x} - 3x \\ x &= 4 \\ f(4) &= 12\sqrt{4} - 3(4) = 12 \\ (4,12) \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה
 $x ; m$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{12 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}} - 3 \\ f'(x) &= m = 0 \\ 0 &= \frac{6}{\sqrt{x}} - 3 \\ 3 &= \frac{6}{\sqrt{x}} \\ 2 &= \sqrt{x} \quad /(\)^2 \\ (2)^2 &= (\sqrt{x})^2 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה
 $\min ; \max$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{6}{\sqrt{x}} - 3 \\ f'(x) &= \frac{6}{\sqrt{x}} - 3/\sqrt{x} \\ f'(x) &= \frac{6 - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\ f''(x) &= -\frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}} \\ f''(4) &= -\frac{3}{2\sqrt{4}} = -\frac{3}{4} \cap \max \end{aligned}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

תשובה: $(4,12) \cap \max$

(ד) רשום את תחום העלייה ותחום הירידה של הפונקציה $f(x)$.

x	תחום הגדרה	x	עלייה	x	ירידה	x
$-\infty$	תחום הגדרה	0	$\leq x <$	4	$< x <$	$+\infty$

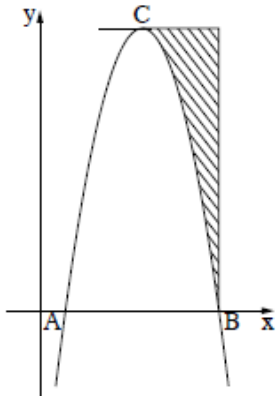
תשובה: תחום עלייה: $0 < x < 4$ תחום ירידה: $4 < x < +\infty$

תשובה סופית:

(א) $x \geq 0$ (ב) (0,0) (ג) $(4,12) \cap \max$

(ד) תחום ירידה: $4 < x < +\infty$ תחום עלייה: $0 < x < 4$

שאלה מספר 5:



נתונה הפונקציה $f(x) = -2x^2 + 16x - 14$, הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x. כמתואר בציור שלפניך.

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

העבירו משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה C.

ג. מצא את משוואת המשיק,

מן הנקודה B העבירו אנך לציר ה-x.

ד. חשב את השטח המקווקו בציור:

השטח שבין גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק והאנך.

פתרון:

$$f(x) = -2x^2 + 16x - 14$$

$$y = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4(-2)(-14)}}{2 \cdot (-2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm 12}{-4} \quad x_1 = 14 \quad x_2 = 1$$

$$A (1,0) \quad B (7,0)$$

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

תשובה: A (1,0) B (7,0)

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

$$f(x) = -2x^2 + 16x - 14$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2(-2)} = 4$$

$$y = -2(4)^2 + 16(4) - 14 = 18$$

$$C (4,18)$$

תשובה: C (4,18)

ג. מצא את משוואת המשיק,

משוואת משיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

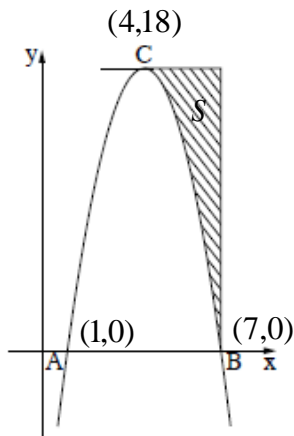
$$(4,18) \quad m = 0$$

$$(y - 18) = 0(x - 4)$$

$$y = 18$$

תשובה: y = 18

ד. חשב את השטח המקווקו בציר: **השטח שבין גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק והאנך.**



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = 18$	x גדול/ימין
$x = 4$	פונקציה תחתונה $-x^2 + 16x - 14$	$x = 7$

$$S = \int_4^7 (18) - 1(-2x^2 + 16x - 14) dx$$

$$S = \int_4^7 (18 + 2x^2 - 16x + 14) dx$$

$$S = \int_4^7 (2x^2 - 16x + 32) dx$$

$$S = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{16x^2}{2} + 32x \right]_4^7$$

$$S = \left[\frac{2(7)^3}{3} - \frac{16(7)^2}{2} + 32(7) \right] - 1 \left[\frac{2(4)^3}{3} - \frac{16(4)^2}{2} + 32(4) \right]$$

$$S = \left[60\frac{2}{3} \right] - \left[42\frac{2}{3} \right]$$

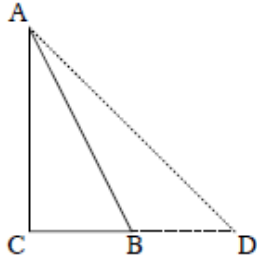
$$S = [18]$$

תשובה: $S_T = 18$

תשובה סופית:

(א) $A(1,0)$ (ב) $C(4,18)$ (ג) $y = 18$ (ד) $S_T = 18$

שאלה מספר 6



משולש ABC הוא ישר זווית ($C = 90^\circ$)
 נתון כי שטח המשולש ABC הוא 16.
 נסמן את אורך הצלע CB ב- x .
 (א) הבע באמצעות x את אורך הצלע AC.
 האריכו את הצלע BC ב- x כך שנוצר משולש חדש ACD.
 כמתואר בציור שלפניך.
 (ב) מצא את הערך של x שעבורו סכום הניצבים AC ו- CD במשולש החדש ACD הוא מינימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום הניצבים AC ו- CD במשולש החדש ACD הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = CD + AC \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $CD = x + x = 2x$
 $S = \frac{a \cdot h}{2} \quad 16 = \frac{x \cdot AC}{2} \quad AC = \frac{32}{x}$

4. **פונקציית המטרה**
 $P = 2x + \frac{32}{x}$

פונקציה

$$p = 2x + \frac{32}{x}$$

$$x = 4$$

$$p = 2(4) + \frac{32}{4} = 16$$

$$p = 16$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2 - \frac{32 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2 - \frac{32}{x^2}$$

$$\frac{32}{x^2} = 2$$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x_1 = +4 \quad x_2 = -3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = \frac{32 \cdot 2}{x^3} = \frac{64}{x^3}$$

$$p''(+4) = \frac{64}{(+4)^3} = +1 \cup \min$$

$$p''(-4) = \frac{64}{(-4)^3} = -1 \cap \max$$

תשובה סופית:

$x = +4$ (א) $AC = \frac{32}{x}$ (ב)