

מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ד 2004

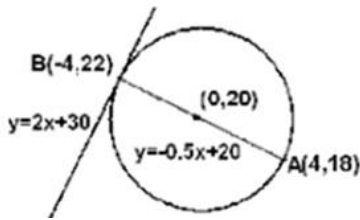
נתון ישר  $y = 2x + 30$  המשיק למעגל בנקודה B.

AB הוא קוטר המעגל נתונה נקודה A (4,18)

א. מצא את משוואת הקוטר AB.

ב. מצא את מרכז המעגל.

ג. רשום את משוואת המעגל.



פתרון:

(א) מצא את משוואת הקוטר AB.

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$A(4,18) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 18 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 + 18$$

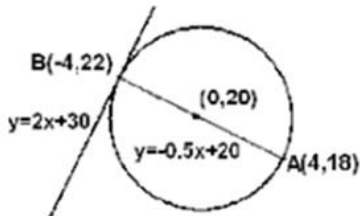
$$y = -\frac{1}{2}x + 20$$

שיפוע AB

$$m_{\text{משק}} = 2 \quad m_{AB} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

תשובה:  $y_{AB} = -\frac{1}{2}x + 20$



(ב) מצא את מרכז המעגל.

נקודה B

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 20 \\ y = 2x + 30 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2}x + 20 = 2x + 30$$

$$= \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}x$$

$$-2\frac{1}{2}x = 10$$

$$x = -4$$

$$y = 2x + 30$$

$$x = -4$$

$$y = 2(-4) + 30$$

$$y = 22$$

$$B(-4,22)$$

$$\begin{array}{ccc} B & M & A \\ (-4,22) & (x_M, y_M) & (4,18) \end{array}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x = \frac{(-4) + (4)}{2}$$

$$y = \frac{(22) + (18)}{2}$$

$$x = 0$$

$$y = 20$$

$$M(0,20)$$

(ג) מצא את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(0,20) \quad R^2 = 4$$

$$(x - 0)^2 + (y - 20)^2 = 4$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(0,20)$$

$$(x - 0)^2 + (y - 20)^2 = R^2$$

$$(4,18)$$

$$(4 - 0)^2 + (18 - 20)^2 = R^2$$

$$R^2 = 4$$

תשובה סופית:

$$(x - 0)^2 + (y - 20)^2 = 4 \quad (\text{ג}) \quad M(0,20) \quad (\text{ב}) \quad y_{AB} = -\frac{1}{2}x + 20 \quad (\text{א})$$

**שאלה מספר 2.**

סוחר קנה שקיות גדולות, הסוחר שילם עבור השקיות הגדולות 96 שקלים. למחרת קנה הסוחר שקיות קטנות מספר השקיות הקטנות גדול ב 30 ממספר השקיות הגדולות. מחיר שקית קטנה גדול ב 2 שקלים מהמחיר ששילם עבור כל שקית גדולה. הסוחר שילם עבור השקיות הקטנות 368 שקלים. חשב את מספר השקיות הגדולות (רשום שתי אפשרויות).

**פתרון**

**הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016**  
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,  
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

**נתונים**

הגדרת המשתנים: x - כמות שקיות גדולות, y - מחיר שקית גדולה

משוואה	סה"כ	שקיות		
		מחיר	כמות	
$x \cdot y = 96$	96	y	x	שקיות גדולות
$(x + 30) \cdot (y - 2) = 368$	368	y + 2	x + 30	שקיות קטנות

חשב את מספר השקיות הגדולות (רשום שתי אפשרויות).

$$\begin{cases} x \cdot y = 96 & y = \frac{96}{x} \\ (x + 30)(y - 2) = 368 \end{cases}$$

$$xy + 2x + 30y + 60 = 368$$

$$xy + 2x + 30 \frac{96}{x} = 308$$

$$96 + 2x + \frac{2880}{x} = 308$$

$$2x + \frac{2880}{x} - 212 = 0 / x$$

$$2x^2 - 212x + 2880 = 0$$

$$x = \frac{212 \pm \sqrt{212^2 - 4(2)(2880)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{212 \pm 148}{4}$$

$$x_1 = 90$$

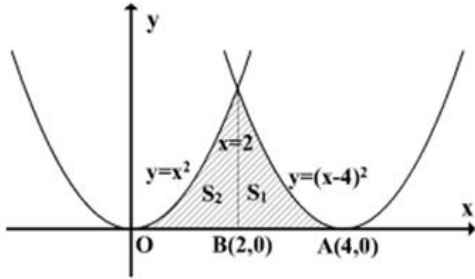
$$x_2 = 16$$

**תשובה:** מספר השקיות הגדולות הוא 90 או 16

**תשובה סופית:**

מספר השקיות הגדולות הוא 90 או 16

**שאלה מספר 3.**



נתונות שתי הפונקציות  
 $y = x^2$   
 $y = (x - 4)^2$

(ראה ציור)

(א) מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

(ב) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור)

**פתרון:**

**א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.**

נקודת החיתוך בין הגרפים	חיתוך עם ציר ה- $x$	חיתוך עם ציר ה- $x$
$\begin{cases} y = x^2 \\ y = (x-4)^2 \end{cases}$	$\begin{cases} y = (x-4)^2 \\ y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$
$y = y$	$0 = x - 4$	$0 = x^2$
$x^2 = x^2 - 8x + 16$	$x = 4$	$x = 0$
$8x = 16$	$(4,0)$	$(0,0)$
$x = 2$		

$x$ קטן/שמאל	<b>פונקציה עליונה</b> $y = x^2$	$x$ גדול/ימין
$x = 0$	<b>פונקציה תחתונה</b> $y = 0$	$x = 2$

$x$ קטן/שמאל	<b>פונקציה עליונה</b> $f(x) = x^2 - 8x + 16$	$x$ גדול/ימין
$x = 2$	<b>פונקציה תחתונה</b> $y = 0$	$x = 4$

$$S_1 = \int_0^2 (x^2) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_0^2 (x^2) dx$$

$$S_1 = \left[ \frac{x^3}{3} x \right]_0^2$$

$$S_1 = \left[ \frac{(2)^3}{3} \right] - \left[ \frac{(0)^3}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[ 2\frac{2}{3} \right] - [0]$$

$$S_1 = \left[ 2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[ 2\frac{2}{3} \right] + \left[ 2\frac{2}{3} \right] = 5\frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_2^4 (x^2 - 8x + 16) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_2^4 (x^2 - 8x + 16) dx$$

$$S_2 = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + 16x \right]_2^4$$

$$S_2 = \left[ \frac{(4)^3}{3} - \frac{8(4)^2}{2} + 16(4) \right] - \left[ \frac{(2)^3}{3} - \frac{8(2)^2}{2} + 16(2) \right]$$

$$S_2 = \left[ 21\frac{1}{3} \right] - \left[ 18\frac{2}{3} \right]$$

$$S_2 = \left[ 2\frac{2}{3} \right]$$

**תשובה סופית:**

$$S_T = \left[ 2\frac{2}{3} \right] + \left[ 2\frac{2}{3} \right] = 5\frac{1}{3} \quad (\text{ב}) \quad x = 2 \quad (\text{א})$$

**שאלה מספר 4.**

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x}{4} - \sqrt{x}$

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (ב) מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- (ג) מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.
- (ד) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (ה) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**פתרון:**

(א) **מצא את תחום הגדרה של הפונקציה.**

**תשובה:** תחום ההגדרה: לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד  $x \geq 0$ .

(ב) **מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה.**

פונקציה	נגזרת ראשונה	נגזרת שנייה
y=?	m=0	max/min
$y = \frac{x}{4} - \sqrt{x}$ $x = 4$ $y = \frac{4}{4} - \sqrt{4}$ $y = -1$ <b>(4,-1)</b>	$f'(x) = \frac{1}{4} - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}}$ $f'(x) = m = 0$ $0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\frac{1}{4} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $4 = 2\sqrt{x} \quad /: 2$ $2 = \sqrt{x} \quad /(\ )^2$ $(2)^2 = (\sqrt{x})^2$ $4 = x$	$f'(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{x}} / 4 \cdot 2\sqrt{x}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px 0;"> <math>f'(x) = \frac{2\sqrt{x} - 4}{4 \cdot 2\sqrt{x}}</math> </div> <div style="background-color: #90EE90; padding: 2px; margin: 2px 0;"> <b>(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)</b> </div> $f''(x) = + \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$ $f''(4) = + \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{(4)}} = +0.5 \cup \text{min}$
		<b>נקודות הקיצון:</b> <b>(4,-1) <math>\cup</math> min</b>

(ג) **מצא את נקודת הקיצון שבקצה תחום ההגדרה, וקבע את סוג הקיצון.** בקצה תחום ההגדרה

**x=0**  
 $f(x) = \frac{x}{4} - \sqrt{x}$   
 $y = \frac{0}{4} - \sqrt{0}$   
 $y = 0$   
**(0,0)**

**תשובה:** נקודת קצה תחום ההגדרה **(0,0)**

סוג הקיצון הוא max ממנו מתחילה הירידה

**(ד) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים**

חיתוך עם ציר x

$$y=0$$

$$f(x) = \frac{x}{4} - \sqrt{x}$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{x}{4} - \sqrt{x}$$

$$\frac{x}{4} = \sqrt{x} / ( )^2$$

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$\frac{x^2}{16} = x$$

$$0 = 16x - x^2$$

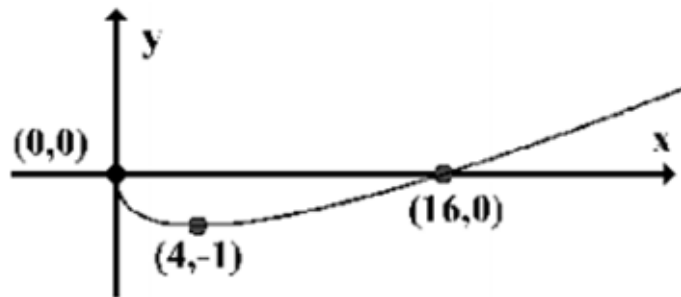
$$0 = x \cdot (16 - x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 16$$

$$(0,0) \quad (16,0)$$

**תשובה:** (0,0) (16,0)

**(ה) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.**



**תשובה סופית:**

(א) תחום הגדרה  $x \geq 0$  (ב)  $\min (4,-1)$

(ג) נקודת קצה תחום ההגדרה  $(0,0)$

סוג הקיצון הוא  $\max$  ממנו מתחילה הירידה

(ד)  $(0,0)$   $(16,0)$  (ה) ראה שרטוט

