

מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ה 2005

ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות)

שים לב ! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

בקיץ היה מחיר מוצר א' גבוה ב- 30 שקלים ממחיר מוצר ב'.
בחורף הייתה התייקרות של המוצרים
מוצר א' התייקר ב- 10% ומוצר ב' התייקר ב- 20%.
ההפרש שבין המחיר של מוצר א' בחורף לבין מחירו בקיץ,
שווה להפרש שבין המחיר של מוצר ב' בחורף לבין מחירו בקיץ.
מצא את המחיר של כל אחד מהמוצרים לפני ההתייקרות.

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - מחיר מוצר א'

גדל ב - 20%

$$1 + \frac{20}{100} = 1.2$$

גדל ב - 10%

$$1 + \frac{10}{100} = 1.1$$

משוואה	מוצר ב	פעולה	מוצר א	
$y + 30 = x$	y	+ 30 =	x	בקיץ
$1.2y - y = 1.1x - x$	1.2y		1.1x	בחורף

$$y + 30 = x$$

$$1.2y - y = 1.1x - x$$

$$0.2y = 0.1x$$

$$0.2y = 0.1 \cdot (y + 30)$$

$$0.2y = 0.1y + 3$$

$$0.1y = 3$$

$$y = 30$$

$$y + 30 = x$$

$$y = 30$$

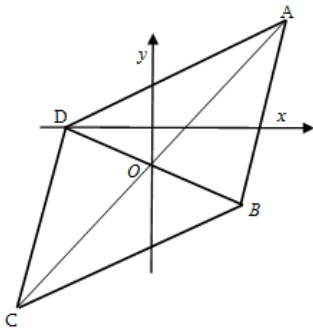
$$30 + 30 = x$$

$$x = 60$$

תשובה סופית:

מחיר מוצר א' = 60 ₪ מחיר מוצר ב' = 30 ₪

שאלה מספר 2



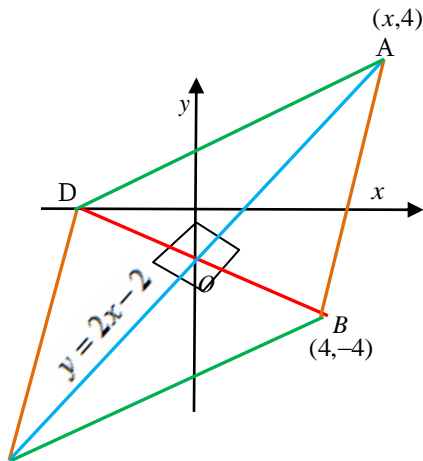
במעוין ABCD נתון: השיעורים של קדקוד B הם $B(4, -4)$, משוואת האלכסון AC היא $y = 2x - 2$

- א. מצא את משוואת האלכסון BD.
- ב. מצא את השיעורים של נקודת המפגש של האלכסונים במעוין.
- ג. נתון כי שיעור ה- y של קדקוד A הוא 4 מצא את השיעורים של קדקוד C

פתרון:

(א) מצא את משוואת האלכסון BD.

במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה



שיפוע BD

$$m_{AC} = 2 \quad m_{BD} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת BD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4, -4) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y + 4 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

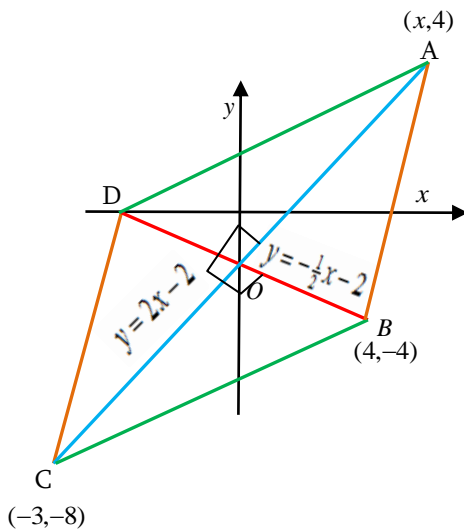
$$y = -\frac{1}{2}x + 2 - 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 2$$

תשובה: $y_{BD} = -\frac{1}{2}x - 2$

C

(ב) מצא את השיעורים של נקודת המפגש של האלכסונים במעוין.



נקודה O

$$y_{AC} = y_{BD}$$

$$2x - 2 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$2x + \frac{1}{2}x = -2 + 2$$

$$2\frac{1}{2}x = 0$$

$$x = 0$$

$$y = 2x - 2$$

$$x = 0$$

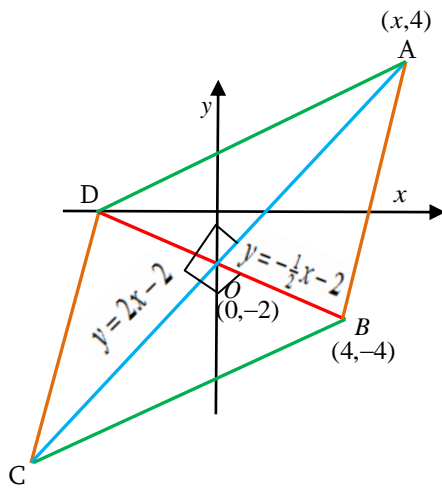
$$y = 2(0) - 2$$

$$y = -2$$

$$O(0, -2)$$

תשובה: $O(0, -2)$

(ג) נתון כי שיעור ה y של קדקוד A הוא 4 מצא את השיעורים של קדקוד C



נקודה A

$$y = 2x - 2$$

$$y = 4$$

$$4 = 2x - 2$$

$$4 + 2 = 2x$$

$$6 = 2x$$

$$x = 3$$

$$A(3,4)$$

A	O	C
(3,4)	(0,-2)	(x ₂ , y ₂)
x ₁ , y ₁	x _M , y _M	
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$0 = \frac{(3) + x_2}{2}$		$-2 = \frac{(4) + y_2}{2}$
$0 = 3 + x_2$		$-4 = 4 + y_2$
$x_2 = -3$		$y_2 = -8$
		C(-3, -8)

תשובה: A(3,4) C(-3,-8)

תשובה סופית:

A(3,4) C(-3,-8) (ג) O(0,-2) (ב) $y_{BD} = -\frac{1}{2}x - 2$ (א)

שאלה מספר 3.

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{a - x^2}$ (a הוא פרמטר)

- א. נתון כי שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 7$ הוא -7 . מצא את הערך a.
- ב. מצא את שיעור ה-x של הנקודה, שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא אפס. קבע את סוג הנקודה (מינימום, מקסימום, לא מינימום ולא מקסימום).

פתרון:

- א. נתון כי שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 7$ הוא -7 . מצא את הערך a.

פונקציה
 $y = ?$
 $f(x) = \sqrt{a - x^2}$

נגזרת ראשונה
 $m = 0$
 $f'(x) = \frac{1 \cdot (-2x)}{2 \cdot \sqrt{a - x^2}}$
 $f'(x) = m = -7$
 $x = 7$
 $-7 = \frac{-2(7)}{2\sqrt{a - (-7)^2}}$
 $-14(\sqrt{a - 49}) = -14$
 $\sqrt{a - 49} = 1$
 $a - 49 = 1$
 $a = 50$

תשובה: $a = 50$

- ב. מצא את שיעור ה-x של הנקודה, שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא אפס. קבע את סוג הנקודה (מינימום, מקסימום, לא מינימום ולא מקסימום).

פונקציה
 $y = ?$
 $f(x) = \sqrt{50 - x^2}$

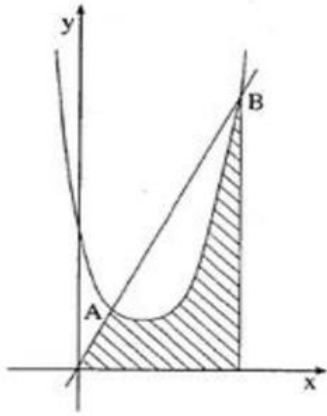
נגזרת ראשונה
 $m = 0$
 $f'(x) = \frac{1 \cdot (-2x)}{2 \cdot \sqrt{50 - x^2}}$
 $f'(x) = m = 0$
 $0 = \frac{-2x}{2\sqrt{50 - x^2}}$
 $0 = -2x$
 $x = 0$

נגזרת שנייה
 \max/\min
(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)
 $f''(x) = -2 \cap \max$

תשובה: **נקודת הקיצון:**
 $x = 0 \cap \max$

תשובה סופית:
 $x = 0 \max$ (ב) $a = 50$ (א)

שאלה מספר 4.



נתונה הפרבולה $y = x^2 - 4x + 5$

ונתון הישר $y = 2x$

הישר חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B (ראה ציור).

א. חשב את שיעורי הנקודה A ואת שיעורי הנקודה B.

ב. מנקודה B הורידו אנך לציר ה-x

חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי האנך, על ידי הישר הנתון ועל ידי ציר ה-x. (השטח המקווקו בציור).

פתרון:

נקודות AB

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$2x = x^2 - 4x + 5$$

$$x^2 - 4x + 5 - 2x = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_A = 1 \quad x_B = 5$$

נקודות AB

$$x_A = 1 \quad x_B = 5$$

$$y = 2(1) = 2$$

$$y = 2(5) = 10$$

$$A(1,2) \quad B(2,10)$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 2x$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = 0$	$x = 1$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^2 - 4x + 5$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = 0$	$x = 1$

$$S_1 = \int_0^1 (2x) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (2x) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{2x^2}{2} \right]_0^1$$

$$S_1 = \left[\frac{2(1)^2}{2} \right] - \left[\frac{2(0)^2}{2} \right]$$

$$S_1 = [1] - [0]$$

$$S_1 = [1]$$

$$S_T = S_1 - S_2$$

$$S_2 = [1] + \left[13 \frac{1}{3} \right] = 14 \frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_1^5 (x^2 - 4x + 5) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_1^5 (x^2 - 4x + 5) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 5x \right]_1^5$$

$$S_2 = \left[\frac{(5)^3}{3} - \frac{4(5)^2}{2} + 5(5) \right] - \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 5(1) \right]$$

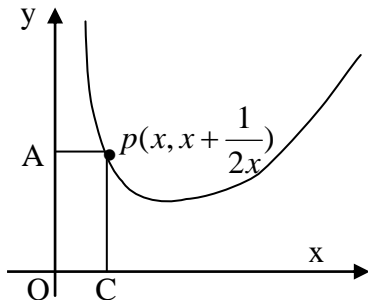
$$S_2 = \left[16 \frac{2}{3} \right] - \left[3 \frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = \left[13 \frac{1}{3} \right]$$

תשובה סופית:

$$S = 1 + 13 \frac{1}{3} = 14 \frac{1}{3} \quad (\text{ב}) \quad A(1,2) \quad B(5,10) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 5.



נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{1}{2x}$ ברביע הראשון ($0 < x$)

מנקודה p שעל גרף הפונקציה בהורידו אנכים לצירים ונוצר המלבן APCO (O ראשית הצירים).

(א) נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה p (ראה ציור).

בטא באמצעות x את היקף המלבן APCO.

(ב) מבין כל המלבנים APCO הנוצרים באופן שתואר

מצא את x שעבורו היקף המלבן הוא מינימלי.

פתרון:

1. משפט המטרה: היקף המלבן הוא מינימלי

2. נוסחת המטרה: $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

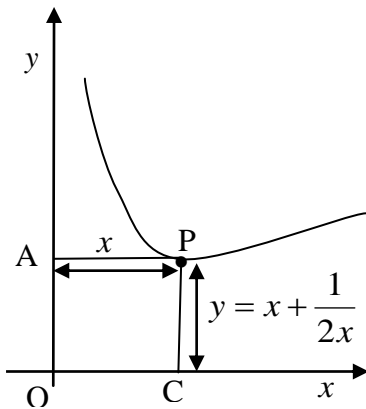
3. נוסחת עזר: $y = x + \frac{1}{2x}$

4. פונקציית המטרה $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

$$P = 2(x) + 2(x + \frac{1}{2x})$$

$$p = 2x + 2x + \frac{2}{2x}$$

$$p = 4x + \frac{1}{x}$$



הפונקציה

$$p = 4x + \frac{1}{x}$$

$$x = 0.5$$

$$p = 4(0.5) + \frac{1}{(0.5)}$$

$$p = 4$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 4 - \frac{1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$4 = \frac{1}{x^2}$$

$$4x^2 = 1/4$$

$$4x^2 = 0.25$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{0.25}$$

$$x_1 = +0.5 \quad x_2 = -0.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +\frac{1 \cdot 2}{x^3} = \frac{2}{x^3}$$

$$p''(+0.5) = +\frac{2}{(+0.5)^3} = +16 \cup \min$$

$$p''(-0.5) = +\frac{2}{(-0.5)^3} = -16 \cap \max$$

נקודה P

$$x = 0.5$$

$$y = x + \frac{1}{2x} = (0.5) + \frac{1}{2(0.5)} = 1.5$$

$$P(0.5, 1.5)$$

סיכום התשובות

$$x = 0.5 \quad \min$$

$$y_p = 1.5$$

$$p = 4$$

תשובה סופית:

$$x = 0.5 \quad \min \quad (ב) \quad p = 4x + \frac{1}{x} \quad (א)$$