

מבחן בגרות 35382 מועד חצב ברק תשע"ח 2018

שאלה מספר 1

סוחר הזמין בקבוקי יין. בהזמנה הראשונה הזמין הסוחר 20 בקבוקים ושילם x שקלים לבקבוק. בהזמנה השנייה הגדיל הסוחר את כמות בקבוקי היין ב – 10 בקבוקים וקיבל הנחה של 20% לכל בקבוק. הסכום ששילם בהזמנה השנייה היה גבוה ב – 200 שקלים מן הסכום ששילם בהזמנה הראשונה. א (1) הבע באמצעות x את התשלום עבור 20 בקבוקי היין בהזמנה הראשונה. (2) הבע באמצעות x את המחיר של בקבוק יין אחד בהזמנה השנייה לאחר ההנחה. ב. מצא את מחיר בקבוק יין אחד בהזמנה הראשונה. ג. בהזמנה השלישית הזמין הסוחר 40 בקבוקים ושילם עבורם סך הכול את אותו הסכום ששילם עבור כל בקבוקי היין בהזמנה הראשונה. מה היה המחיר של בקבוק אחד בהזמנה השלישית ?

פתרון:

| משוואה | בקבוקי יין | | |
|-------------------|------------|------|--------------|
| | סה"כ | מחיר | |
| | $20x$ | 20 | הזמנה ראשונה |
| | $24x$ | 30 | |
| $20x + 200 = 24x$ | | | |

א (1) הבע באמצעות x את התשלום עבור 20 בקבוקי היין בהזמנה הראשונה. (2) הבע באמצעות x את המחיר של בקבוק יין אחד בהזמנה השנייה לאחר ההנחה. ב. מצא את מחיר בקבוק יין אחד בהזמנה הראשונה.

$$20x + 200 = 24x$$

$$200 = 4x$$

$$x = 50$$

תשובה: (א) $20x$ (א) $0.8x$ (ב) 50 שקלים.

ג. בהזמנה השלישית הזמין הסוחר 40 בקבוקים ושילם עבורם סך הכול את אותו הסכום ששילם עבור כל בקבוקי היין בהזמנה הראשונה. מה היה המחיר של בקבוק אחד בהזמנה השלישית ?

הסכום הכולל בהזמנה הראשונה

$$50 \cdot 20 = 1000$$

מחיר בקבוק אחד בהזמנה השלישית

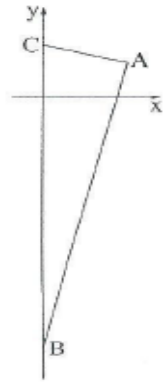
$$\frac{1000}{40} = 25$$

תשובה: 25 שקלים.

תשובה סופית:

(א) $20x$ (א) $0.8x$ (ב) 50 שקלים. (ג) 25 שקלים.

שאלה מספר 2.



בציור שלפניך הצלע AB של המשולש ABC מונחת על הישר $y = 4x - 14$

B היא נקודת החיתוך של הישר AB עם ציר ה-y. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 4.

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

הקדקוד C נמצא על ציר ה-y כך שאורך הצלע BC הוא 17. (כמתואר בציור)

(ב) מצא את שיעורי הנקודה C.

(ג) הראה שהמשולש ABC הוא משולש ישר זווית.

(ד) חשב את שטח המשולש ABC.

(ה) מצא את משוואת התיכון לצלע AB (התיכון יוצא מנקודה C).

פתרון:

(א) **מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.**

נקודה A

$$y = 4x - 14$$

$$x = 4$$

$$y = 4(4) - 14$$

$$y = 2$$

$$A(4, 2)$$

נקודה B

$$y = 4x - 14$$

$$x = 0$$

$$y = 4(0) - 14$$

$$y = -14$$

$$B(0, -14)$$

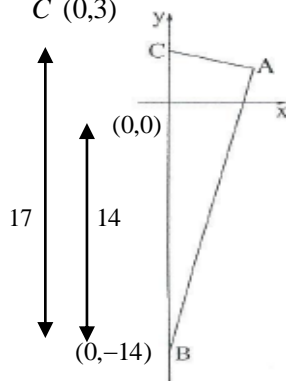
תשובה: A (4, 2) B (0, -14)

(ב) **מצא את שיעורי הנקודה C.**

אפשרות ב : נקודה C

$$17 - 14 = 3$$

$$C(0, 3)$$



אפשרות א : נקודה C

$$B(0, -14) \quad C(0, y) \quad d = 17$$

$$17^2 = (0 - 0) + (y + 14)^2$$

$$289 = 0 + (y + 14)^2$$

$$\pm \sqrt{289} = y + 14$$

$$\pm 17 - 14 = y$$

$$y_1 = 3$$

$$y_2 \neq -31$$

$$C(0, 3)$$

תשובה: C (0, 3)

(ג) **הראה שהמשולש ABC הוא משולש ישר זווית.**

שיפוע AB

$$y = 4x - 14$$

$$m_{AB} = 4$$

שיפוע AC

$$A(4, 2) \quad B(0, 3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$M = \frac{(3) - (2)}{(0) - (4)} = \frac{1}{-4}$$

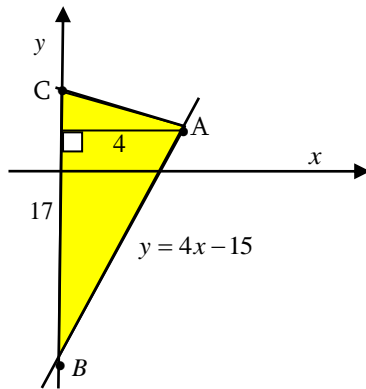
$$m_{AC} = -\frac{1}{4}$$

משולש ישר זווית

$$m_{AB} = 4 \quad m_{AC} = -\frac{1}{4}$$

הופכי נגדי

תשובה: משולש ישר זווית $A = 90^\circ$



(ד) חשב את שטח המשולש ABC.

שטח משולש ABC

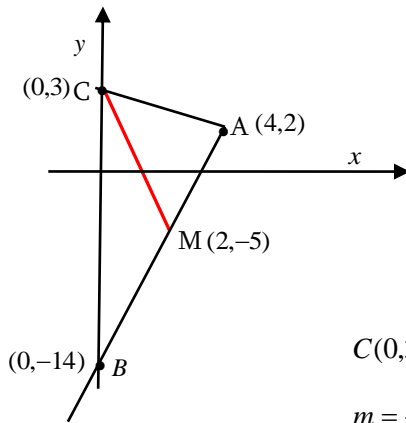
$$S_{ABC} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{AB \cdot y_C}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{17 \cdot 4}{2}$$

$$S_{ABC} = 34$$

תשובה: $S_{ABC} = 34$

(ה) מצא את משוואת התיכון לצלע AB (התיכון יוצא מנקודה C).



$$\begin{array}{ccc} B & M & A \\ (0, -14) & (x_M, y_M) & (4, 2) \end{array}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x_M = \frac{(0) + (4)}{2} \qquad y_M = \frac{(-14) + (2)}{2}$$

$$x_M = 2 \qquad y_M = -5$$

שיפוע CM

$$C(0,3) \quad M(2,-5)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$M = \frac{(-5) - (3)}{(2) - (0)} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$m_{CM} = -4$$

משוואת הישר CM

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,3) \quad m = -4$$

$$y - 3 = -4(x - 0)$$

$$y_{CM} = -4x + 4$$

תשובה: $y_{CM} = -4x + 4$

תשובה סופית:

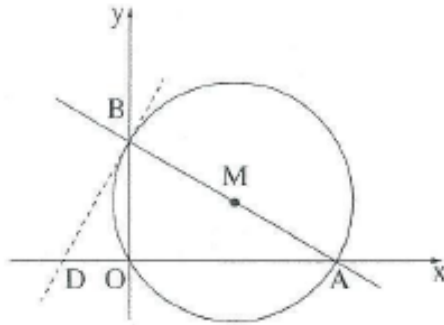
(א) $B(0, -14)$ (ב) $A(4, 2)$ (ג) משולש ישר זווית $A = 90^\circ$

(ד) $S_{ABC} = 34$ (ה) $y_{CM} = -4x + 4$

שאלה מספר 3

הישר $y = -\frac{1}{2}x + 8$ חותך את ציר ה- x בנקודה A.

ואת ציר ה- y בנקודה B (ראה ציור).
הקטע AB הוא קוטר של מעגל שמרכזו M.



א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

ב. (1) מצא את השיעורים של מרכז המעגל.

(2) מצא את משוואת המעגל.

ג. (1) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה B (הישר המקוקו בציור).

(2) הישר המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה D.

מצא את שטח המשולש OMD (ם – ראשית הצירים).

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

נקודה A

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

$$y = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 8$$

$$\frac{1}{2}x = 8$$

$$x = 16$$

$$A(16, 0)$$

נקודה B

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

$$x = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}(0) + 8$$

$$y = 8$$

$$B(0, 8)$$

תשובה: $A(16, 0)$ $B(0, 8)$

(ב1) מצא את השיעורים של מרכז המעגל.

נקודה M

$$A(16, 0) \quad B(0, 8)$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow x = \frac{16 + 0}{2} \Rightarrow 8$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow y = \frac{0 + 8}{2} \Rightarrow 4$$

$$M(8, 4)$$

תשובה: $M(8, 4)$

(ב2) מצא את משוואת המעגל.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(8, 4)$$

$$(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = R^2$$

$$A(16, 0)$$

$$(16 - 8)^2 + (0 - 4)^2 = R^2$$

$$R^2 = 80 \quad R = \sqrt{80}$$

$$(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = 80$$

תשובה:

$$(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = 80$$

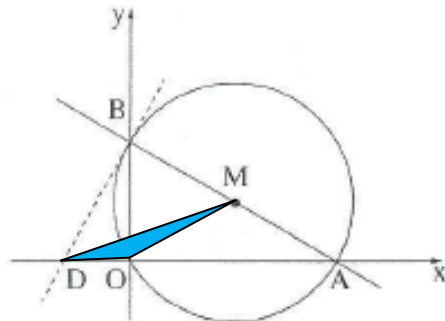
(1ג) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה B. (הישר המקווקו בצירור).

| | |
|--|------------------------|
| <u>שיפוע המשיק</u> | <u>משוואת המשיק</u> |
| $m_1 \cdot m_2 = -1 \quad m = \frac{-1}{m_{MB}}$ | $y - y_1 = m(x - x_1)$ |
| $m_{MB} = -\frac{1}{2} \quad m_{BD} = \frac{-1}{(-\frac{1}{2})} = 2$ | $(0,8) \quad m = 2$ |
| $m_{BD} = 2$ | $y - 8 = 2(x - 0)$ |
| שיפוע הופכי נגדי | $y = 2x + 8$ |

תשובה:

$$y = 2x + 8$$

(2ג) הישר המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה D. מצא את שטח המשולש OMD (ם - ראשית הצירים).



נקודה D

$$\begin{aligned} y &= 2x + 8 \\ y &= 0 \\ 0 &= 2x + 8 \\ -2x &= 8 \\ x &= -4 \\ D &(-4, 0) \end{aligned}$$

שטח המשולש OMD

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$

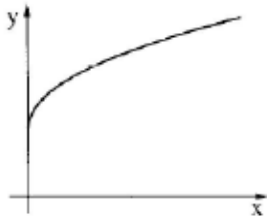
תשובה:

$$S = 8$$

תשובה סופית:

$$\begin{aligned} (x-8)^2 + (y-4)^2 &= 80 \quad (2\text{ב}) & M(8, 4) \quad (1\text{ב}) & A(16, 0) \quad B(0,8) \quad (א) \\ S &= 8 \quad (2\text{ג}) & y &= 2x + 8 \quad (1\text{ג}) \end{aligned}$$

שאלה מספר 4:



בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x} + 6$.

- (א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?
- (ב) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- (ג) גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
- (ד) האם הישר $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה? נמק

פתרון:

(א) . מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

תשובה: $x \geq 0$

(ב) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

$$f(x) = 4\sqrt{x} + 6$$

$$x = 0$$

$$y = 4\sqrt{0} + 6$$

$$y = 6$$

$$(0, 6)$$

תשובה: (0, 6)

(ג) גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

$$f(x) = 4\sqrt{x} + 6$$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = \frac{4}{2\sqrt{x}}$$

$$0 \neq 4$$

תשובה: $0 \neq 4$ לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

(ד) האם הישר $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה? נמק

אפשרות נוספת

$$f(x) = 4\sqrt{x} + 6$$

$$y = 4$$

$$4 = 4\sqrt{x} + 6$$

$$-2 = 4\sqrt{x}$$

$$-0.5 \neq \sqrt{x}$$

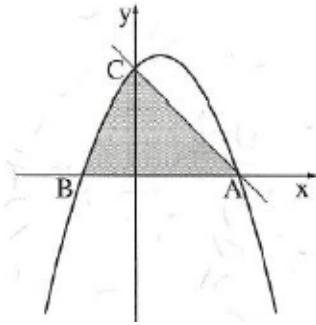
תשובה: $y = 4$ נמצא מתחת לנקודה (0, 6)

לכן הוא לא חותך את גרף הפונקציה.

תשובה סופית:

(א) $x \geq 0$ (ב) (0, 6) (ג) $0 \neq 4$ לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.

(ד) $y = 4$ נמצא מתחת לנקודה (0, 6) לכן הוא לא חותך את גרף הפונקציה.



שאלה מספר 5:

הפרבולה $y = -x^2 + x + 2$.

חותכת את ציר ה- y בנקודה C .

וחותכת את ציר ה- x בנקודות A ו- B כמתואר בציור.

א. מצא את השיעורים של הנקודות A , B , ו- C .

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה ועל ידי הישר AC ועל ידי ציר ה- x (השטח האפור)

פתרון:

א. מצא את השיעורים של הנקודות A , B , ו- C .

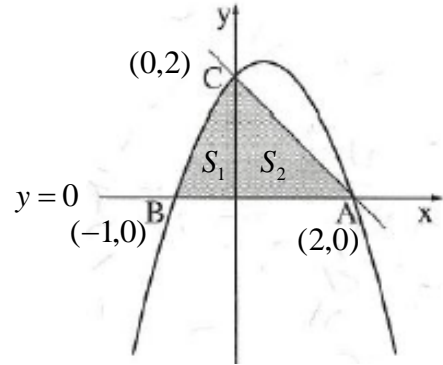
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + x + 2 \\ x &= 0 \\ y &= -(0)^2 + (0) + 2 \\ y &= 2 \\ C &= (0, 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + x + 2 \\ y &= 0 \\ 0 &= -x^2 + x + 2 \\ x_{1,2} &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (2)}}{2 \cdot (-1)} \\ x_{1,2} &= \frac{-1 \pm 3}{-2} \\ x_1 &= \frac{-1 + 3}{-2} = -1 \\ x_2 &= \frac{-1 - 3}{-2} = 2 \\ A &= (2, 0) \quad B = (-1, 0) \end{aligned}$$

תשובה: $A(2, 0)$ $B(-1, 0)$ $C(0, 2)$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הפרבולה ועל ידי הישר AC ועל ידי ציר ה-x (השטח האפור)

| | | |
|----------|----------------|-----------|
| x | פונקציה עליונה | x |
| קטן/שמאל | $-x^2 + x + 2$ | גדול/ימין |
| | פונקציה תחתונה | |
| $x = -1$ | $y = 0$ | $x = 0$ |



$$S_1 = \int_{-1}^0 (-x^2 + x + 2) - 1(0) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (-x^2 + x + 2) dx$$

$$S_1 = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^0$$

$$S_1 = \left[-\frac{(0)^3}{3} + \frac{(0)^2}{2} + 2(0) \right] - 1 \left[\frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} + 2(-1) \right]$$

$$S_1 = [0] - \left[1\frac{1}{6} \right]$$

$$S_1 = \left[1\frac{1}{6} \right]$$

שטח 2 משולש

$$S_2 = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2}$$

$$S_2 = 2$$

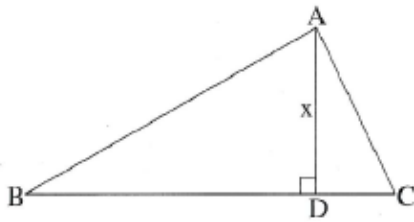
$$S_T = 1\frac{1}{6} + 2 = 3\frac{1}{6}$$

$$S_T = 1\frac{1}{6} + 2 = 3\frac{1}{6} \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$S_T = 1\frac{1}{6} + 2 = 3\frac{1}{6} \quad (\text{ב}) \quad A(2,0) \quad B(-1,0) \quad C(0,2) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 6.



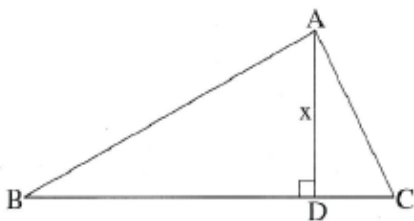
בציור שלפניך משולש ABC
AD הוא גובה לצלע BC.
נתון כי שטח המשולש ABC הוא 18 סמ"ר.
נסמן ב- x את אורך AD.

- א. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע BC.
(2) הבע באמצעות x את סכום הקטעים BC+AD
ב. עבור איזה ערך של x הסכום BC+AD הוא מינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום האורכים BC+AD הוא מינימלי

2. **נוסחת ממשפט המטרה:** $p = BC + AD \Rightarrow \min$



3. **נוסחת עזר:** $S = \frac{a \cdot h}{2}$

$$18 = \frac{BC \cdot x}{2} \quad 36 = BC \cdot x \quad BC = \frac{36}{x}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = BC + AD$

$$P = \frac{36}{x} + x$$

הפונקציה

$$P = \frac{36}{x} + x$$

$$x = 6$$

$$P = \frac{36}{6} + 6$$

$$P = 12$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -\frac{36 \cdot 1}{x^2} + 1$$

$$P' = 0$$

$$0 = -\frac{36}{x^2} + 1$$

$$\frac{36}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P'' = \frac{36 \cdot 2}{x^3}$$

$$P'' = \frac{72}{(6)^3} = +\frac{1}{3} \text{ min}$$

$$P'' = \frac{72}{(-6)^3} = -\frac{1}{3} \text{ max}$$

תשובה סופית:

$x = 6 \text{ min}$ (ב) $P = \frac{36}{x} + x$ (2א)

$BC = \frac{36}{x}$ (1א)