

מבחן בגרות 35382 מועד מיוחד אוגוסט תשע"ח 2018

שאלה מספר 1

סוחר קנה חולצות ושילם עבורם 2,400 שקלים סך הכול.
 המחיר ששילם הסוחר עבור כל אחת מן החולצות היה זהה.
 התברר כי 3 חולצות היו פגומות, והוא נאלץ למכור כל אחת מהן בהפסד של 20%.
 הסוחר מכר כל אחת משאר החולצות ברווח של 20%.
 הסוחר מכר את כל החולצות ב – 2,736 שקלים סך הכול.
 א. כמה חולצות קנה הסוחר?
 ב. כמה שקלים שילם הסוחר עבור חולצה אחת.

פתרון:

נתונים

הגדרת המשתנים: x - כמות החולצות y - מחיר החולצה

משוואה	חולצות			
	סה"כ	כמות	מחיר	
$x \cdot y = 2400$	2400	x	y	קניה
2.4y	$3 \cdot 0.8y$	3	0.8y	מכירת הפגומות
$1.2xy - 3.6y$	$1.2y \cdot (x - 3)$	x - 3	1.2y	שאר החולצות
$2.4y + 1.2xy - 3.6y = 2736$	2736			מכירה כוללת

$$\begin{cases} x \cdot y = 2400 \\ 2.4y + 1.2xy - 3.6y = 2736 \end{cases}$$

$$2.4y + 1.2(2400) - 3.6y = 2736$$

$$2880 - 1.2y = 2736$$

$$144 = 1.2y$$

$$y = 120$$

ב. כמה כסף שילם הסוחר עבור חולצה אחת?

תשובה: הסוחר שילם 120 שקלים עבור חולצה אחת

א. כמה חולצות קנה הסוחר?

$$x \cdot y = 2400$$

$$y = 120$$

$$x = \frac{2400}{120}$$

$$x = 20$$

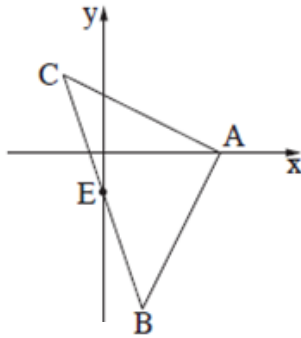
תשובה: הסוחר קנה 20 חולצות

תשובה סופית:

(א) הסוחר קנה 20 חולצות (ב) הסוחר שילם 120 שקלים עבור חולצה אחת

שאלה מספר 2:

בציור שלפניך משולש ABC. הקדקוד A נמצא על ציר ה-x. שיעורי הקדקוד C הם (-1,2).



והנקודה E (0,-1) היא אמצע הצלע BC.

(א) מצא את שיעורי הנקודה B.

(ב) נתון כי שיפוע הישר AB הוא 2.

מצא את שיעורי הנקודה A.

העבירו ישר דרך הנקודות A ו-E.

(ג) הוכח כי הישר AE מאונך לישר BC.

(ד) חשב את שטח המשולש ABC.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודה B.

נקודה B

$c (-1,2) \quad E (0,-1) \quad B (?, ?)$

$$0 = \frac{-1+x}{2} \Rightarrow 0 = -1+x \Rightarrow x = 1$$

$$-1 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow -2 = 4+y \Rightarrow y = -4$$

תשובה: B (1,-4)

B (1,-4)

(ב) נתון כי שיפוע הישר AB הוא 2 מצא את שיעורי הנקודה A.

נקודה A

$y = 2x - 6$

$y = 0$

$0 = 2x - 6$

$2x = 6$

$x = 3$

A (3,0)

תשובה: A (3,0)

(ג) הוכח כי הישר AE מאונך לישר BC.

שיפוע BC

$B (1,-4) \quad C (-1,2)$

$$m = \frac{2+4}{-1-1} = \frac{6}{-2} = -3$$

$m_{BC} = -3$

שיפוע AE

$A (3,0) \quad E (0,-1)$

$$m = \frac{-1-0}{0-3} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$m_{AE} = \frac{1}{3}$

הוכחה לניצבות

$m_{BC} = -3 \quad m_{AE} = \frac{1}{3}$

שיפוע הופכי נגדי

תשובה: $m_{BC} = -3 \quad m_{AE} = \frac{1}{3}$ הופכי נגדי הישרים מאונכים

משוואת AB

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$(1,-4) \quad m = 2$

$y + 4 = 2(x - 1)$

$y = 2x - 2 - 4$

$y = 2x - 6$

אורך צלע AE

$A (3,0) \quad E (0,-1)$

$$d = \sqrt{(-1-0)^2 + (0-3)^2}$$

$d_{AE} = \sqrt{10}$

אורך צלע BC

$B (1,-4) \quad C (-1,2)$

$$d = \sqrt{(2-1)^2 + (-1+4)^2}$$

$d_{BC} = \sqrt{10}$

(ד) חשב את שטח המשולש ABC

שטח משולש

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{10}}{2} = 5$$

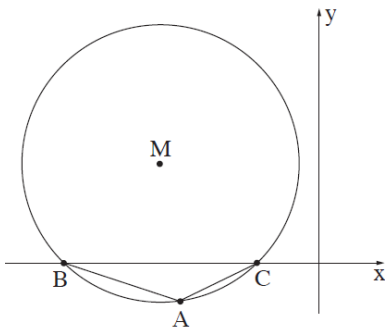
תשובה: S = 5

תשובה סופית:

(א) B (1,-4) (ב) A (3,0)

(ג) $m_{BC} = -3 \quad m_{AE} = \frac{1}{3}$ הופכי נגדי הישרים מאונכים (ד) S = 5

שאלה מספר 3



הנקודה M היא נקודת החיתוך של הישרים $y = x + 13$, $y = -x - 3$
 א. מצא את שיעורי הנקודה M.
 הנקודה A $(-7, -2)$ נמצאת על המעגל שמרכזו M.
 ב. (1) מצא את רדיוס המעגל .
 (2) מצא את משוואת המעגל.
 המעגל שאת משוואתו מצאת בתת סעיף ב(2), חותך את ציר ה- x
 בנקודות B ו- C כמתואר בציור
 ג. מצא את שטח המשולש ABC.

נקודה M

$$\begin{cases} y = x + 13 \\ y = -x - 3 \end{cases}$$

$$x + 13 = -x - 3$$

$$2x = -16$$

$$x = -8$$

$$y = (-8) + 13 = 5$$

M (-8,5)

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

תשובה: M (-8,5)

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל .
(2) מצא את משוואת המעגל.

$$(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$$

M (-8,5)

$$(x + 8)^2 + (y - 5)^2 = R^2$$

A(-7,-2)

$$(-7 + 8)^2 + (-2 - 5)^2 = R^2$$

$$50 = R^2 \quad \sqrt{50} = R$$

$$(x + 8)^2 + (y - 5)^2 = 50$$

תשובה: $R = \sqrt{50}$ $(x + 8)^2 + (y - 5)^2 = 50$

ג. מצא את שטח המשולש ABC.

נקודות C,B

$$(x + 8)^2 + (y - 5)^2 = 50$$

$$y = 0$$

$$(x + 8)^2 + (0 - 5)^2 = 50$$

$$(x + 8)^2 + 25 = 50$$

$$(x + 8)^2 = 25$$

$$x + 8 = \pm 5 - 8$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = -16$$

B (-16,0) C (-3,0)

שטח המשולש ABC

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{13 \cdot 2}{2}$$

$$S = 13$$

תשובה: S = 13

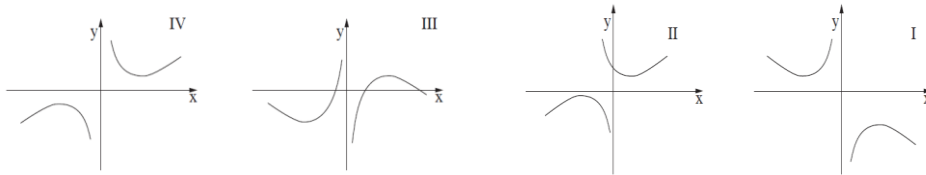
תשובה סופית:

(א) M (-8,5) **(ב)** $R = \sqrt{50}$ $(x + 8)^2 + (y - 5)^2 = 50$ **(ג)** S = 13

שאלה מספר 4:

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{6}{x}$,

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- (ג) רשום את תחומי העלייה של הפונקציה
- (ד) מבין הגרפים I II III IV שבסוף השאלה איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק
- (ה) האם הישר $y=1$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.



פתרון:

(א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה. **תשובה:** $x \neq 0$

(ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

פונקציה
 $x; y$

$$f(x) = \frac{x}{6} + \frac{6}{x}$$

$$f(6) = \frac{(+6)}{6} + \frac{6}{(+6)}$$

$$y = 2$$

(6,2) min

$$f(-6) = \frac{(-6)}{6} + \frac{6}{(-6)}$$

$$y = -2$$

(-6,-2) max

נגזרת ראשונה
 $x; m$

$$f'(x) = \frac{1}{6} - \frac{6 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = \frac{1}{6} - \frac{6}{x^2}$$

$$\frac{6}{x^2} = \frac{1}{6}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

נגזרת שנייה
min ; max

$$f''(x) = +\frac{6 \cdot 2}{(x)^3}$$

$$f''(-6) = +\frac{12}{(-6)^3} = -\frac{1}{18} \cap \text{max}$$

$$f''(+6) = +\frac{12}{(+6)^3} = +\frac{1}{18} \cup \text{min}$$

תשובה: (6,2) min (-6,-2) max

(ג) רשום את תחומי העלייה של הפונקציה

x	עלייה	x	ירידה	x	ירידה	x	עלייה	x
$-\infty$	$< x <$	-6	$< x <$	0	$< x <$	6	$< x <$	$+\infty$

תשובה: תחומי עלייה: $-\infty < x < -6$ $-1 < x < +\infty$

(ד) מבין הגרפים I II III IV שלפניך איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק

תשובה: גרף מספר 4 המתאים לנקודות הקיצון ולסוגן.

(ה) האם הישר $y=1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

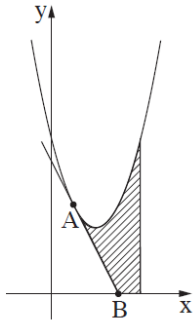
תשובה: הישר $y=1$ לא חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ הוא נמצא מתחת לנקודת המינימום

תשובה סופית:

- (א) $x \neq 0$ (ב) (6,3) min (-6,-1) max
- (ג) תחומי עלייה: $-\infty < x < -6$ $-1 < x < +\infty$
- (ד) גרף מספר 4 (ה) לא

שאלה מספר 5:

בסרטוט שלפניך גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 7$,
 העבירו משיק לפונקציה בנקודה A. שיעור ה- x של הנקודה A הוא 1.
 א. מצא את שיפוע המשיק
 (2) מצא את משוואת המשיק.



ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה B. שהיא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x.
 (2) חשב את השטח המקווקו בצירור: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,
 על ידי המשיק, על ידי הישר $x = 4$, ועל ידי ציר ה- x.

פתרון:

א. (1) מצא את שיפוע המשיק
(2) מצא את משוואת המשיק.

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$(1,3) \quad m = -2$$

$$y - 3 = -2(x - 1)$$

$$y = -2x + 2 + 3$$

$$y = -2x + 5$$

נקודה A

$$y = x^2 - 4x + 7$$

$$y = (1)^2 - 4(1) + 7$$

$$y = 3$$

$$A (1,3)$$

נגזרת ראשונה

$$m = -1$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = m = ?$$

$$m = 2(1) - 4$$

$$m = -2$$

תשובה: $m = -2$ $y = -2x + 5$

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה B. שהיא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x.

חיתוך עם ציר ה- x

$$y = -2x + 5$$

$$y = 0$$

$$0 = -2x + 5$$

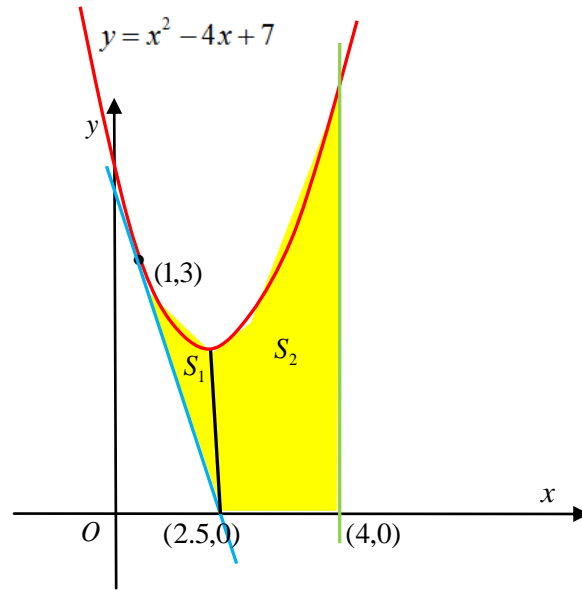
$$2x = 5$$

$$x = 2.5$$

$$B (2.5,0)$$

תשובה: $B (2.5,0)$

- ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה B. שהיא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.
 (2). חשב את השטח המקווקו בצירור : השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ,
 על ידי המשיק , על ידי הישר $x = 4$, ועל ידי ציר ה-x.



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^2 - 4x + 7$	x גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה $y = -2x + 5$	$x = 2.5$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^2 - 4x + 7$	x גדול/ימין
$x = 2.5$	פונקציה תחתונה $y = 0$	$x = 4$

$$S_1 = \int_1^{2.5} (x^2 - 4x + 7) - (-2x + 5) dx$$

$$S_1 = \int_1^{2.5} (x^2 - 4x + 7 + 2x - 5) dx$$

$$S_1 = \int_1^{2.5} (x^2 - 2x + 2) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 2x \right]_1^{2.5}$$

$$S_1 = \left[\frac{(2.5)^3}{3} - \frac{2(2.5)^2}{2} + 2(2.5) \right] - \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{2(1)^2}{2} + 2(1) \right]$$

$$S_1 = \left[3\frac{23}{24} \right] - \left[1\frac{1}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[5\frac{7}{24} \right]$$

$$S_2 = \int_{2.5}^4 (x^2 - 4x + 7) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_{2.5}^4 (x^2 - 4x + 7) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 7x \right]_{2.5}^4$$

$$S_2 = \left[\frac{(4)^3}{3} - \frac{4(4)^2}{2} + 7(4) \right] - \left[\frac{(2.5)^3}{3} - \frac{4(2.5)^2}{2} + 7(2.5) \right]$$

$$S_2 = \left[17\frac{1}{3} \right] - \left[10\frac{5}{24} \right]$$

$$S_2 = \left[7\frac{1}{8} \right]$$

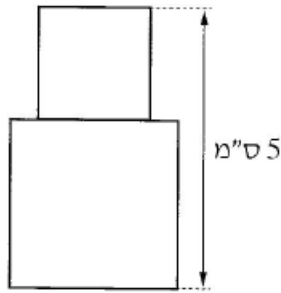
$$S_T = S_1 - S_2$$

$$S_T = \left[5\frac{7}{24} \right] + \left[7\frac{1}{8} \right] = 9\frac{5}{12}$$

תשובה סופית:

$$S_T = \left[5\frac{7}{24} \right] + \left[7\frac{1}{8} \right] = 9\frac{5}{12} \quad \text{(ב2)} \quad B(2.5,0) \quad \text{(ב1)} \quad y = -2x + 5 \quad m = -2 \quad \text{(א)}$$

שאלה מספר 6



נתונה צורה המורכבת משני ריבועים, ריבוע עליון וריבוע תחתון. (הריבועים יכולים להיות שונים בגודלם או שווים בגודלם). אחת הצלעות של הריבוע העליון מונחת על אחת הצלעות של הריבוע התחתון כמתואר בציור. הגובה הכולל של הצורה הוא 5 ס"מ.

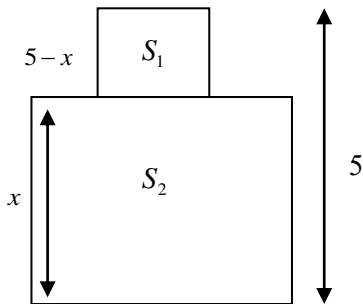
(א) סמן ב- x את אורך הצלע של הריבוע התחתון, והבע באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע העליון.

(ב) מצא את x שעבורו שטח הצורה הוא מינימלי.

(ג) חשב את השטח המינימלי של הצורה.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ששטח הצורה (סכום השטחים) יהיה מינימלי



2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $S_1 = (5-x)^2$ $S_2 = (x)^2$

4. **פונקציית המטרה**

$p = S_1 + S_2$
 $p = (5-x)^2 + x^2$
 $P = 25 - 10x + x^2 + x^2$

$P = 2x^2 - 10x + 25$

$f(x) = a \cdot x^n$
 $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$

הפונקציה

$P = 2x^2 - 10x + 25$
 $x = 2.5$
 $P = 2(2.5)^2 - 10(2.5) + 25$
 $P = 12.5$

נגזרת ראשונה

$P' = 4x - 10$
 $P' = 0$
 $0 = 4x - 10$
 $4x = 10$
 $x = 2.5$

נגזרת שנייה

Max/min
 $P'' = +4 \cup \min$

תשובה סופית:

(א) $5-x$ (ב) $x = 2.5 \min$ (ג) $S = 12.5$