

חוברת קיץ

למסיימי כיתה ט'

הקבצה א'

פתרון משוואות ומערכות משוואות

פתרו את המשוואות הבאות:

$$1) \frac{3}{x} - \frac{x-3}{2x+10} + \frac{8}{3x+15} = \frac{4}{3}$$

$$2) \frac{4}{x^2-2x} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{x+8}{(x-2)(x+3)}$$

$$3) \frac{x-2}{x-7} - \frac{x}{x+7} = \frac{18-5x^2}{x^2-49}$$

$$4) \frac{3}{4x^2-1} = 2 - \frac{1}{2x+1} - \frac{2}{6x-3}$$

$$5) 1 - \frac{x}{15+3x} = \frac{x+6}{25-x^2} - \frac{11}{5-x}$$

$$6) \frac{2x}{x^2+6x-7} - \frac{1}{x^2+2x-3} = \frac{2-x}{x^2+10x+21}$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$7) \begin{cases} 3x + y = -1 \\ x^2 + 2y = -11 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2} \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 7x^2 - y^2 - 5x = 1 \\ y - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} \frac{7}{x} - \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 6x - y = -1 \\ (7 - 4x)(2y + 1) = 45 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} x - 4y = -7 \\ 49y^2 - 3x^2 = 22 \end{cases}$$

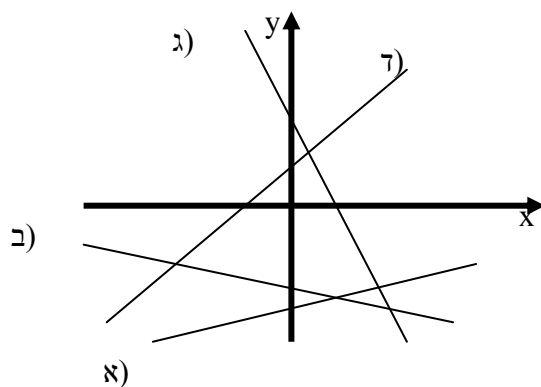
$$13) \begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5 \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

תשובות – פתרון משוואות ומערכות משוואות:

- 1) $3, -2\frac{8}{11}$ 2) \emptyset | 3) $-4, 1.6$ 4) $-\frac{7}{12}, 1$ 5) $-6, 18.5$ 6) $-1\frac{2}{3}$
 7) $(3, -10)$ 8) $(1, 1), (2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$ 9) $(1, 7), (\frac{1}{2}, 4)$ 10) $(4, 2), (-6, 12)$
 11) $(12, 15), (4\frac{2}{3}, 4)$ 12) $(1, -3), (-169, -683)$ 13) $(0, 0), (4, 2)$

הפונקציה הקווית

1. התאם כל ישר משמאל לפונקציה המתאימה לו מימין:
 (הערה: לשתי פונקציות אין ישר מתאים)



1) $y = \frac{3}{2}x + 2$

4) $y = 4x - 4$

2) $y = -\frac{1}{4}x - 3$

5) $y = -\frac{1}{3}x + 2$

3) $y = \frac{1}{2}x - 4$

6) $y = -3x + 5$

2. נתונה הפונקציה הקווית: $y = \frac{1.5x+3}{3} + \frac{5x-3}{2}$

- א. רשום את הפונקציה בצורת $y=mx+n$ ומצא את m ואת n .
 ב. מצא את נקודת האפס של הפונקציה (חיתוך עם ציר x).
 ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
 ד. השלם את השיעור החסר של כל אחת מהנקודות הבאות אם נתון שהיא נמצאת על גרף הפונקציה הנ"ל: $(2, _)$, $(-4, _)$, $(_, -4)$, $(_, 1/2)$.

3. נתונות הנקודות: $A(3,-8)$, $B(-4,2)$, $C(-5,-8)$.
 קבע איזה מבין הישרים AB , BC , ו- AC הוא פונקציה: עולה, יורדת, קבועה.

תשובות:

1. א. 3 ב. 2 ג. 6 ד. 1 א. $y=3x-\frac{1}{2}$ ב. $(\frac{1}{6}, 0)$ ג. $(0, \frac{-1}{2})$
 ד. $\frac{1}{3}, -\frac{7}{6}, -12, \frac{1}{2}, 5, \frac{1}{2}$ 3. AB יורדת, AC קבועה, BC עולה

בתרגילים הבאים מצא את משוואת הישר:

- המקביל לישר $y=-6x+1$ והעובר בנקודה $(4,-3)$.
- המקביל לציר x והעובר בנקודה $(-2, 5)$.
- העובר בנקודות $(1,5)$ ו- $(-2, 4)$.
- העובר בנקודה $(-2, 8)$ ויוצר עם הכיוון החיובי של ציר x זווית של 135^0 .
- ששיפועו -6 והוא חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי במרחק של שלוש יחידות מהראשית.
- העובר בנקודה $(4,4)$ והמקביל לישר העובר בנקודות $(1, -3)$ ו- $(-1, 5)$.
- הראה שהישר העובר דרך הנקודות $(4, -3)$ ו- $(-8, 9)$ מקביל לישר העובר דרך הנקודות $(4, -6)$ ו- $(-12, 10)$.
- מצא את משוואת הישר העובר בנקודות $(-3, 6)$ ו- $(-9, 2)$, וקבע לאילו מהישרים הבאים הוא מקביל: א. $3y-2x=6$ ב. $2x=3y$ ג. $2x+3y=8$ ד. $3x-2y=1$.
- מצא את משוואת הישר העובר בנקודת החיתוך של הישרים $y=2x-7$ ו- $y=-x+2$ ובנקודת החיתוך של הישרים $y=-1/2x-2$ ו- $y=x+1$.

תשובות: 1. $y = -6x + 21$ 2. $y = 5$ 3. $y = \frac{1}{3}x + 4\frac{2}{3}$ 4. $y = -x + 6$

5. $y = -6x - 3$ 6. $y = -4x + 20$ 8. מקביל לישרים 'א' ב' 9. $y = -1$

פונקציה קווית עם פרמטרים

10. נתון הישר $y = (k^2-9)x+k^2+3k+2$ מצא לאיזה ערך של k שיפוע הישר הוא 7, והוא חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 6)$.

11. נתונה הפונקציה $y = (k^2-4k)x+k^2-2k-15$. מצא את הערך של k במקרים הבאים:
(העזר בפירוק הטרינום)

א. התמונה של אפס היא -15. ב. הפונקציה מקבילה לפונקציה $y = 12x$

ג. הפונקציה עוברת בנקודה $(-1, -9)$. ד. הפונקציה היא קבועה

ה. הפונקציה חותכת את ציר ה- y באותה נקודה כמו הפונקציה $y = x-7$.

12. נתונה הפונקציה $y = (6-2k)x+k+2$. מצא לאיזה ערך של k הפונקציה מייצגת ישר:
(רשום את משוואת הישר בכל מקרה).

א. המקביל לציר x . ב. העובר בראשית הצירים.

ג. העובר בנקודה $(-1, 11)$. ד. המקביל לישר $y=4x-1$

ה. המקביל לציר ה- y .

13. א. מצא לאילו ערכי k שיפוע הישר $y = (k^2-5k)x-3k+2$ הוא -6.
ב. רשום את משוואות הישרים עבור ערכי k שמצאת.

14. מצא לאיזה ערך של k שתי הנקודות (שמימין) נמצאות על הישר ששיפועו m (משמאל):

א. $(1, 2k)$, $(k, 3)$, $m=-2$

ב. $(5, k^2)$, $(3, -2k)$, $m=k+2$

15. א. מצא לאיזה ערך של k מייצגת המשוואה $(3-4k)x+(1-2k)y = 18$ ישר שלא חותך את

ציר ה- x .

ב. מצא את משוואת הישר עבור ה- k שמצאת בסעיף א'.

תשובות: 10. -4, 11. א. $k = 0, 2$, ב. $k = -2, 6$, ג. $k = -3$, ד. $k = 7$

12. א. $k = -2, 4$, ב. $k = 3$, ג. $k = -2$, ד. $k = 5$, ה. $k = 1$

13. ה. אין פתרון, 14. א. $k = 1$, $y = -4x-1$, או $k = 6$, $y = 6x-16$

15. $y = -36$, $k = \frac{3}{4}$

הפונקציה הריבועית

1. נתונה הפונקציה $y = ax^2 + bx - 35$. ציר הסימטריה הוא $x = 4$ וכן ידוע שמתקיים $5a + b = 9$.

א. מצא את a ואת b ורשום את הפונקציה.

ב. מצא את שיעורי הקודקוד של הפונקציה.

2. הפונקציה $y = ax^2 + 4x + c$ חותכת את ציר ה- x בנקודות $(-2, 0)$ ו- $(6, 0)$.

מצא את a ו- c ואת נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .

3. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות הבאות ע"י חישוב ובעזרת תיאור גרפי:

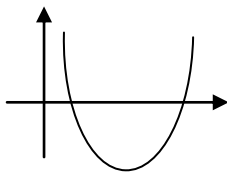
$$y = -x^2 - 2x + 8$$

$$y = x^2 + x - 12$$

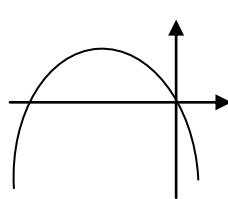
4. היעזר בציורים הבאים וקבע לגבי כל פונקציה לאילו ערכי x מתקיים:

א. הפונקציה שווה לאפס. ב. הפונקציה חיובית. ג. הפונקציה שלילית.

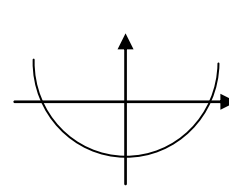
$$y = x^2 - 8x + 7 \quad (3)$$



$$y = -x^2 - 5x \quad (2)$$



$$y = x^2 - 9 \quad (1)$$

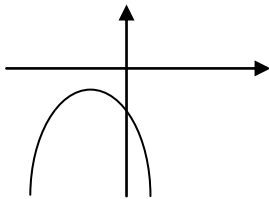


5. מצא לגבי הפונקציות הבאות את נקודת המינימום או נקודת המקסימום, תחומי עלייה וירידה

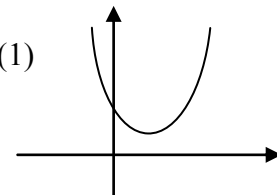
א. $y = (x-6)(x-2)$ ב. $y = (x-3)(7-x)$

6. התאם כל פונקציה מימין לגרף המתאים לה שמשמאל:

(2)



(1)



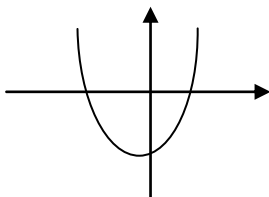
א. $y = -x^2 - 3x - 5$

ב. $y = x^2 + 3x - 5$

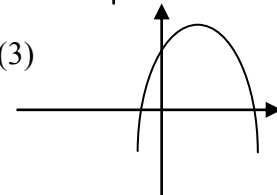
ג. $y = x^2 - 3x + 5$

ד. $y = -x^2 + 3x + 5$

(4)

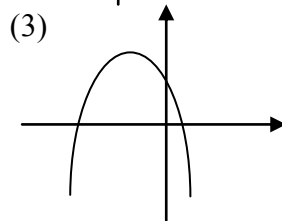
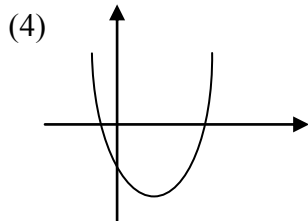
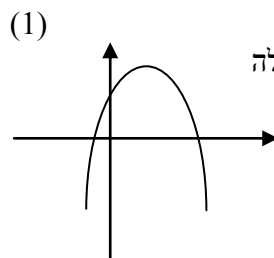
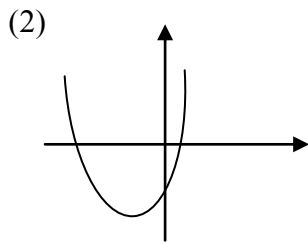


(3)



7. התאם (בעזרת נקודות האפס)

לכל פונקציה שמימין את הגרף המתאים לה שמשמאל: (לאחת הפונקציות אין גרף מתאים).



א. $y = (x+4)(2-x)$

ב. $y = (x-4)(x+2)$

ג. $y = (x-4)(x-2)$

ד. $y = (4-x)(x+2)$

ה. $y = (x+4)(x-2)$

תשובות - פונקציה ריבועית

1. $y = -3x^2 + 24x - 35$ (4, 13) 2. (0,12) $a = -1$ $c = 12$

3. (-4,8) (2.5, -3.25) 4. $x = \pm 3$ א. ב. $x < -3$ או $x > 3$

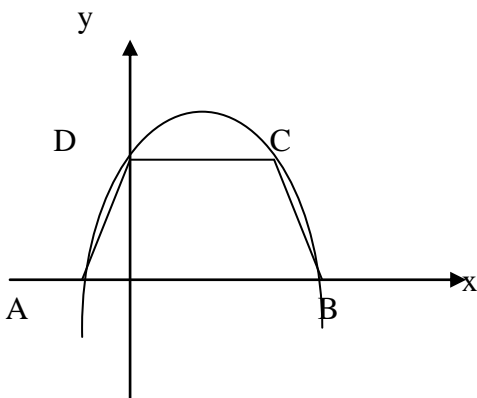
ג. $-3 < x < 3$ א. -5, $x = 0$ ב. $-5 < x < 0$ ג. $x < -5$ או $x > 0$

3) א. 1, 7 ב. $x > 1$ או $x < 7$ ג. $1 < x < 7$ 5. א. (4, -4)

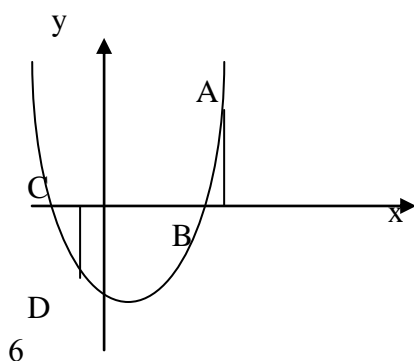
עולה לכל $x > 4$ ב. (5, 4), יורדת לכל $x > 5$ 6. א. 2 ב. 4 ג. 1

ד. 3 7. א. 3 ב. 4 ג. אין ד. 1 ה. 2

נקודות חיתוך, אורכי קטעים וחישובי שטחים

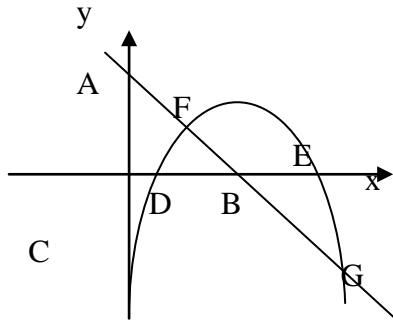


1. בציור מתוארת הפרבולה $y = -x^2 + 3x + 10$. הפרבולה חותכת את ציר ה-x בנקודות A ו-B ואת ציר ה-y בנקודה C. דרך C מעבירים ישר המקביל לציר ה-x שחותך את הפרבולה בנקודה נוספת D. א. חשב את שיעורי הנקודות A, B, C, D. ב. חשב את שטח הטרפז ABCD.



2. מגרף הפרבולה $y = x^2 - 2x - 8$ הורידו אנכים AB ו-CD לציר ה-x בהתאם לציור. א. נתון $AB = 7$. חשב את שיעורי הנקודה B. ב. נתון $CD = 5$. חשב את שיעורי הנקודה D. ג. חשב את שטחי המשולשים ABE ו-CDF.

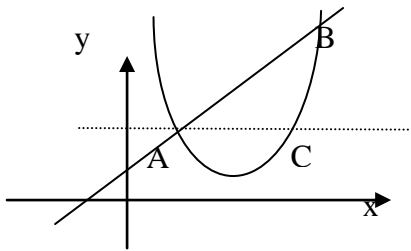
חוברת קיץ למסיימי כיתה ט' הקבצה א



3. בציור מתוארים הגרפים של הישר $y = -2x + 6$

ושל הפרבולה $y = -x^2 + 5x - 4$.

מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E, F, G, H



4. בציור מתוארים הגרפים של הישר $y = x + 1$ ושל

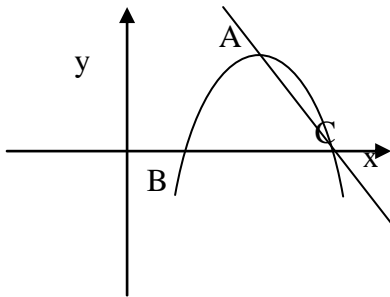
הפרבולה $y = x^2 - 4x + 5$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. דרך A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x שחותך

את הפרבולה בנקודה נוספת C. חשב את שיעורי C.

ג. מה ניתן לומר על הישר העובר דרך B ודרך נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-y, ועל הישר AC? הוכח תשובתך.



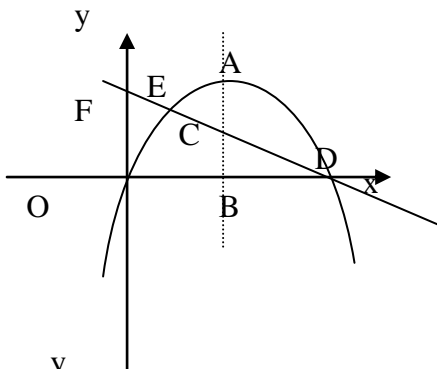
5. בציור מתואר גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x - 5$

ישר ששיפועו $-\frac{3}{4}$ עובר דרך הקודקוד A וחותך את ציר ה-x בנקודה C.

א. מצא את משוואת הישר AC

ב. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.

ג. חשב את שטח המשולש ABC.



6. הפרבולה שבציור היא $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$

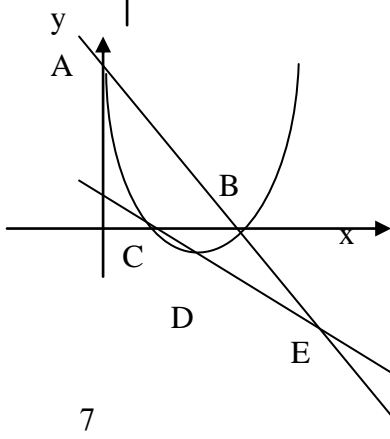
הישר AB הוא ציר הסימטריה של הפרבולה.

הנקודה C היא אמצע הקטע AB.

א. מצא את משוואת הישר CD.

ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו-F.

ג. חשב את שטח הטרפז OBCF.



7. בציור מתואר גרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 15$, שקודקודה

בנקודה D.

א. מצא את משוואת הישרים AB ו-CD.

ב. מצא את נקודת החיתוך של שני הישרים (הנקודה E).

ג. מצא את משוואת הישר העובר דרך E והמקביל

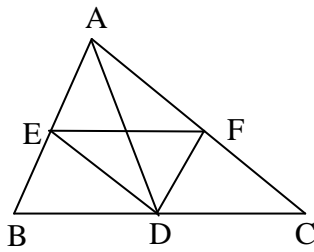
לישר העובר דרך B ו-D.

תשובות - נקודות חיתוך, אורכי קטעים וחישובי שטחים

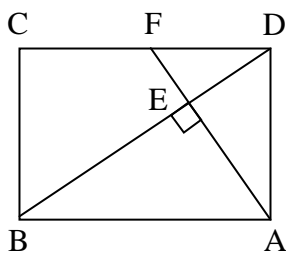
1. א. $A(-2,0)$ B(5,0) C(0,10) D(3,10) ב. 50.
 2. א. $(5,0)$ ב. $(-1,0)$ ג. $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$
 3. $A(0,6)$, B(3,0), C(0,-4), D(1,0), E(4,0), F(2,2) G(5,-4)
 4. א. $A(1,2)$, B(4,5) ב. $C(3,2)$ ג. מקבילים.
 5. א. $y = -4/3x + 8$ ב. $B(1,0)$ C(6,0) ג. 10
 6. א. $y = -x + 8$ ב. $E(2,6)$, F(0,8) ג. 24
 7. א. $y = -3x + 5$, $y = -x + 3$ ב. $E(6,-3)$ ג. $y = x - 9$

גיאומטריה
לתלמידי 4 יח"ל בלבד

חלק ב' - גיאומטריה

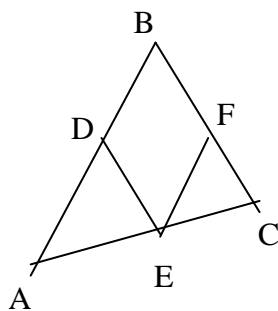


1. במשולש ABC, AD הוא התיכון לצלע BC.
 DE חוצה זווית $\angle ADB$. DF חוצה זווית $\angle ADC$ (ראה ציור).
 א. הוכח כי: $EF \parallel BC$.
 ב. נתון: $FC = 4$ ס"מ, $AF = 2$ ס"מ, $BC = 9$ ס"מ.
 חשב את הקטע EF.
תשובה: (ב) 3 ס"מ



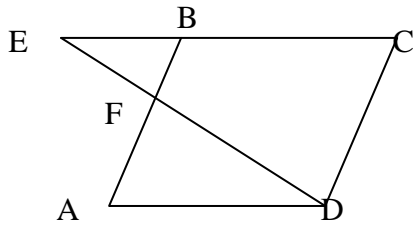
2. במלבן ABCD בחרו נקודה F על CD, כך שהקטע AF מאונך לאלכסון BD (ראה ציור).
 א. הוכח כי: $\triangle ADF \sim \triangle DCB$.
 ב. הוכח כי: $AD^2 = DF \cdot DC$ ($\frac{AD}{DF} = \frac{DC}{AD}$).
 ג. נתון: $FD = 3$ ס"מ, $CF = 4$ ס"מ.
 חשב את אורך AD.

תשובה: (ג) $BD = \sqrt{70} = 8.37$ ס"מ



3. בתוך משולש ABC חסום מעוין BDEF.
 נתון: $AB = 8$ ס"מ
 $BC = 6$ ס"מ
 חשב את צלע המעוין (דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

4. בשרטוט נתון:



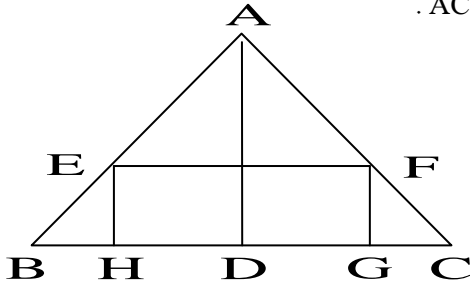
$$\frac{EF}{FD} = \frac{EB}{BC} = \frac{BF}{FA}$$

הוכח: $\angle A = \angle C$

5. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

חסום מלבן $EFGH$, כך שהאלכסון HF מאונך לשוק AC .
 AD תיכון לבסיס BC (ראה ציור).

נתון: $AD = BC$



א. הוכח, כי $\frac{GC}{FG} = \frac{1}{2}$.

ב. הוכח כי $\Delta HGF \sim \Delta FGC$.

ג. נתון: $HG = 16$ ס"מ. מצא את GC .

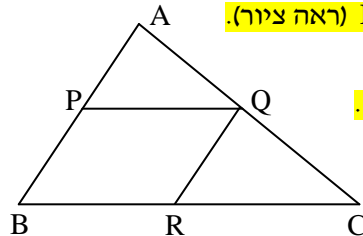
תשובה: (א) הוכחה (ב) הוכחה (ג) $GC = 4$ ס"מ

7. נתון משולש ABC החוסם מעוין $PQRB$ (ראה ציור).

נקודה P מחלקת את הצלע AB

מצא את היחס בין הצלע AB לצלע BC .

ביחס של $AP : PB = 3 : 5$.



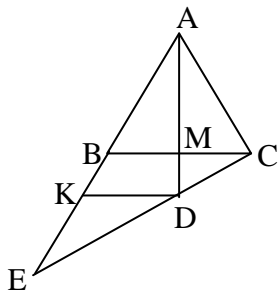
תשובה: $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$

8. AM הוא התיכון לבסיס במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

E נקודה על המשך הצלע AC .

המשך התיכון AM חותך את הקטע CE בנקודה D .

הקטע DK מקביל ל- BC (ראה ציור).



א. הוכח כי $\frac{AC}{AE} = \frac{BK}{EK}$.

ב. נתון: $AB = 9$ ס"מ, $BK = 3$ ס"מ. חשב את EK .

תשובה: (א) הוכחה (ב) $EK = 6$ ס"מ

9. במשולש ABC הקטע DE מקביל לצלע BC.

הקטע AF חותך את הקטע DE בנקודה G (ראה ציור).

א. הוכח: $BF \cdot GE = DG \cdot FC$

$$\left(\frac{BF}{DG} = \frac{FC}{GE} \right)$$

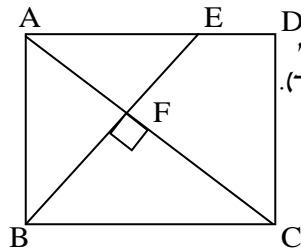
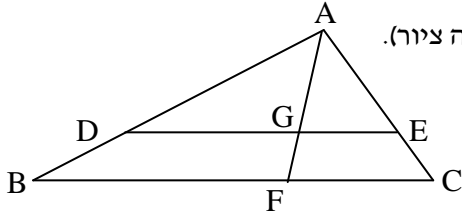
ב. נתון: $DG = 6$ ס"מ

$GE = 3$ ס"מ

$BC = 12$ ס"מ

חשב את היחס בין שטח הטרפז BDGF לבין שטח הטרפז FGEC.

תשובה: (א) הוכחה (ב) 2



10. במלבן ABCD הקטע BE מאונך לאלכסון AC, AC היא נקודת הפגישה של AC עם BE (ראה ציור).

$$AB^2 = BC \cdot AE$$

א. הוכח: $\left(\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{AB} \right)$

תשובה: (א) הוכחה (ב) $13\frac{1}{3}$ ס"מ

11. במשולש ישר-זווית AEB ($\angle AEB = 90^\circ$) EF הוא הגובה ליתר AB

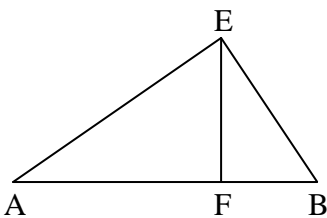
(ראה ציור).

א. הוכח: $EF^2 = FB \cdot AF$

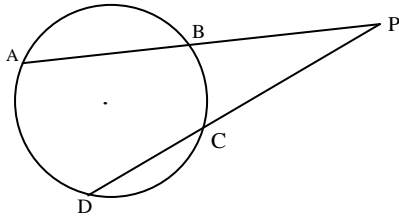
$$\left(\frac{EF}{AF} = \frac{FB}{EF} \right)$$

ב. נתון: $FB = 5$ ס"מ, $EB = 7$ ס"מ. חשב את אורך הצלע AB.

תשובה: (א) הוכחה (ב) 9.8 ס"מ



12. מנקודה P הנמצאת מחוץ למעגל O יוצאים שני חותכים (ראה שרטוט).

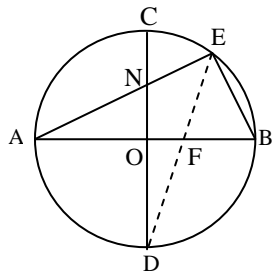


הוכח: $AP \cdot BP = DP \cdot CP$

$$\left(\frac{AP}{CP} = \frac{DP}{BP}\right)$$

13. הקטרים AB ו-CD מאונכים זה לזה ($AB \perp CD$)

המיתר AE חוצה את הרדיוס OC בנקודה N.



א. $\Delta AON \approx \Delta AEB$

ב. הוכח כי DE חוצה זווית $\angle AEB$.

ג. מהדמיון שהוכחת בסעיף א' נובע כי $AE = 2EB$

הוכח כי $OF = \frac{1}{3}R$

14. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.

$\angle BCD = \angle BAC$ ו-CD מאונך ל-EB.

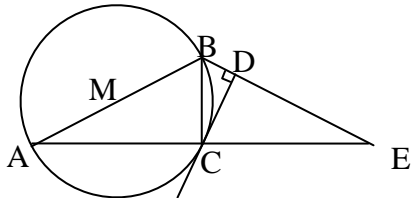
E נמצאת על המשך המיתר AC (ראה ציור)

הוכח:

א. $AC \cdot BC = AB \cdot CD$

$$\left(\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BC}\right) \text{ (כלומר)}$$

ב. $MC \parallel BE$



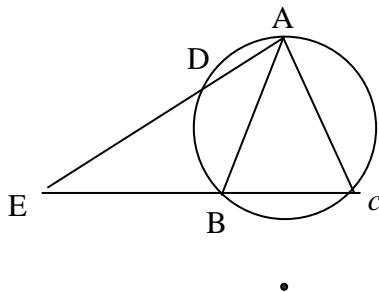
15. המשולש ABC שחסום במעגל הוא שווה שוקיים

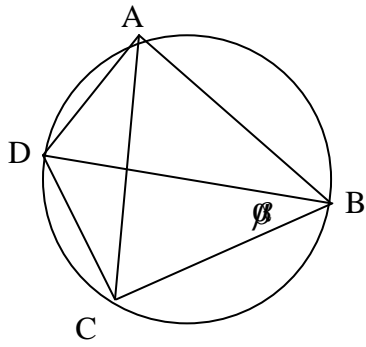
(AB=AC). הנקודה D היא נקודה כלשהי על הקשת הקטנה בין

A ל-B. המשך המיתר AD נפגש עם המשך הבסיס BC בנקודה

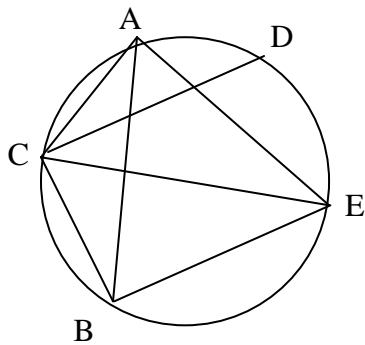
E.

הוכח: $\Delta ADB \approx \Delta ABE$





16. מרובע ABCD חסום במעגל O.
 נתון $AC=12$, $DE=7$. חשב את AD.
 נתון: $\alpha + \beta = 90^\circ$
 הוכח: $BD \perp AC$



17. מרובע ACBE חסום במעגל.
 דרך נקודה C עובר מיתר CD המקביל למיתר BE.
 הוכח: $\angle CAE = \angle DCB$

עבודה מהנה וחופש נעים!!!