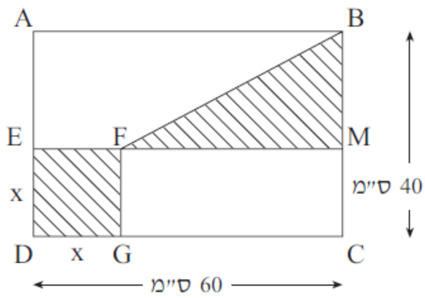
## מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ו 2006

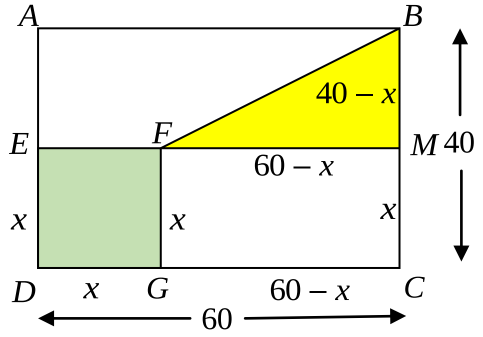
### שאלה מספר 1

בתוך מלבן ABCD בנו ריבוע EFGD
ומשולש ישר זווית BMF
(כמתואר בציור )
נתון : DC = 60 ס"מ , BC = 40 ס"מ
הסכום של שטח הריבוע ושטח המשולש הוא 784 סמ"ר
(השטח המקווקו בציור)
חשב את אורך הצלע בריבוע EFGD.
(מצא את שתי התשובות )




**פתרון:**

**הסכום של שטח הריבוע ושטח המשולש הוא 784 סמ"ר**
**חשב את אורך הצלע בריבוע EFGD.**
**(מצא את שתי התשובות )**




**שטח הריבוע :** $S_{\text{ריבוע}} = x \cdot x = x^2$

**שטח משולש :**

$$S_{\text{משולש}} = \frac{(60-x)(40-x)}{2}$$

$$S = \frac{2400 - 60x - 40x + x^2}{2}$$

$$S = \frac{x^2 - 100x + 2400}{2}$$

$$S_{\text{משולש}} = 0.5x^2 - 50x + 1200$$

$$S_{\text{משולש}} + S_{\text{ריבוע}} = 784$$

$$0.5x^2 - 50x + 1200 + x^2 = 784$$

$$1.5x^2 - 50x + 416 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-50) \pm \sqrt{50^2 - 4(1.5)(416)}}{2(1.5)}$$

$$x_{1,2} = \frac{50 \pm 2}{3}$$

$$x_1 = 17\tfrac{1}{3}$$

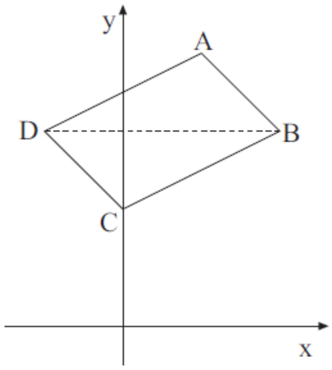
$$x_2 = 16$$

**תשובה:** $x_2 = 16$ $x_1 = 17\tfrac{1}{3}$

**תשובה סופית:**

$x_2 = 17\tfrac{1}{3}$ $x_1 = 16$

## שאלה מספר 2.




נתונה מקבילית ABCD, נתון:

הצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 6$ ,

הצלע DC מונחת על הישר $y = -x + 3$ ,

הקדקוד C נמצא על ציר ה– y

**(א)** מצא את שיעורי הקדקוד C .

**(ב)** מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.

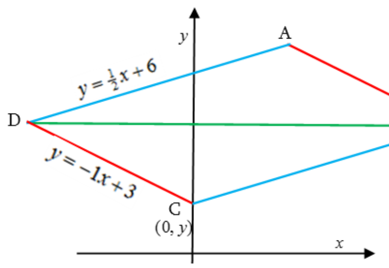
**(ג)** נתון גם כי האלכסון DB מקביל לציר ה– x.

(1) מצא את שיעורי הנקודות B ו - D

(2) מצא את השיעורים של נקודת מפגש האלכסונים במקבילית

**פתרון:**

**(א) מצא את שיעורי הקדקוד C.**




**נקודה C**

$y = -1x + 3$

$x = 0$

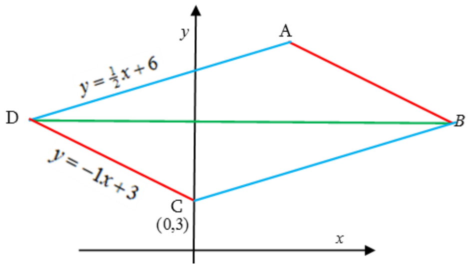
$y = -1(0) + 3$

$y = 3$

$C(0,3)$

**תשובה:** $C(0,3)$

**(ב) מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.**




**שיפוע BC**

$m_{AD} = \dfrac{1}{2} \quad m_{BC} = \dfrac{1}{2}$

**קווים מקבילים**
**שיפועים זהים**

**משוואת BD**

$y - y_1 = m(x - x_1)$

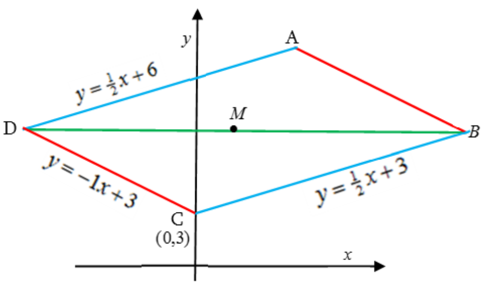
$(0,3) \qquad m = \frac{1}{2}$

$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 0)$

$y_{BC} = \frac{1}{2}x + 3$

**תשובה:** $y_{BC} = \frac{1}{2}x + 3$

**(ג) נתון גם כי האלכסון DB מקביל לציר ה – x .**
**(1) מצא את שיעורי הנקודות B ו - D**




**.1**

**מציאת נקודה D**

$y_{DC} = y_{AD}$

$-1x + 3 = \frac{1}{2}x + 6$

$-1x - \frac{1}{2}x = 6 - 3$

$-1\frac{1}{2}x = 3$

$x = -2$

$y = -1x + 3$

$x = -2$

$y = -1(-2) + 3$

$y = 5$

$D(-2,5)$

**.2**

**משוואת DB**

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = 0 \quad D(-2{,}5)$

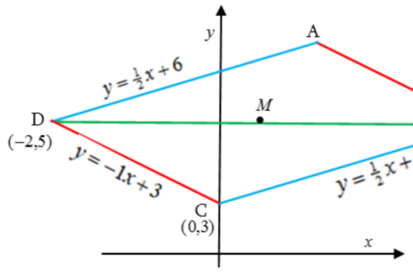
$y - 5 = 0(x + 2)$

$y = 5$

**שיפוע DB**

**מקביל לציר x**

$m_{DB} = 0$




**.3**

**נקודה B**

$y_{DB} = y_{BC}$

$y_{DB} = 5 \qquad y_{BC} = \frac{1}{2}x + 3$

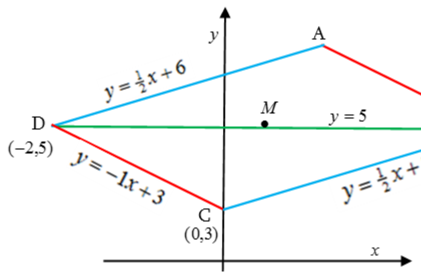
$5 = \frac{1}{2}x + 3$

$5 - 3 = \frac{1}{2}x$

$2 = \frac{1}{2}x$

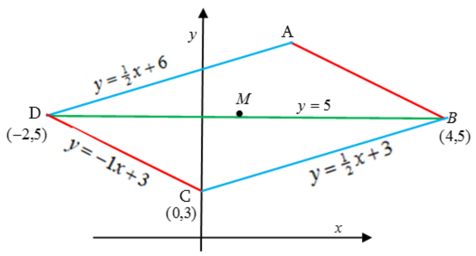
$x = 4$

$B(4{,}5)$




**תשובה:** $B(4{,}5) \;\; D(-2{,}5)$

**(2) מצא את השיעורים של נקודת מפגש האלכסונים במקבילית**




D      M      B

$(-2{,}5) \qquad (x_M, y_M) \qquad (4{,}5)$

$x_1, y_1 \qquad\qquad x_2, y_2$

$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$x_M = \frac{(-2) + (4)}{2} \qquad y_M = \frac{(5) + (5)}{2}$

$x_M = 1 \qquad y_M = 5$

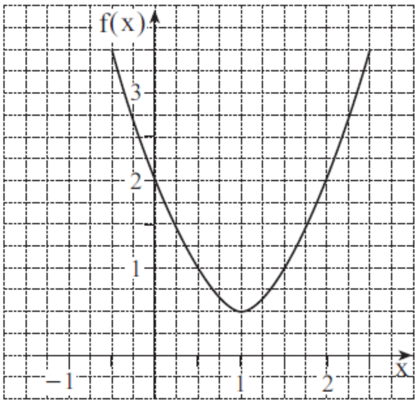
$M(1.5)$

**תשובה:** $M(1.5)$

**תשובה סופית:**

**(א)** $C(0{,}3)$    **(ב)** $y_{BC} = \frac{1}{2}x + 3$    **(ג1)** $B(4{,}5) \;\; D(-2{,}5)$    **(ג2)** $M \;(1{,}5)$

**<u>שאלה מספר 3.</u>**




נתון גרף של הפונקציה $f(x)$

בתחום $-0.5 \le x \le 2.5$ . ( ראה ציור)

**א.(1)** רשום תחומי עלייה וירידה של $f(x)$ .

**(2)** רשום תחומי עלייה וירידה של $\frac{1}{f(x)}$.

**ב.** עבור אילו ערכי x יש ל- $f(x)$ ול- $\frac{1}{f(x)}$ אותו ערך ?

**ג.** מה הם השיעורים של נקודות המקסימום המוחלט של $f(x)$ ושל $\frac{1}{f(x)}$?

**<u>תשובה סופית:</u>**

**(א1) עליה** $0 < x < 2.5$ **ירידה** $-0.5 < x < 1$

**(א2) ירידה** $0 < x < 2.5$ **עליה** $-0.5 < x < 1$

**(ב)** $x = 1.5$ $x = 0.5$ **(ג)** $(2.5,3.5)$ $(-0.5,3.5)$ $(1,2)$

**שאלה מספר 4.**

נתונה הפונקציה $f(x)=2x(x+3)^2$ .

**א.** מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

**ב.** מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

**ג.** בכל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה עובר ישר המשיק לפונקציה.
מצא את משוואות המשיקים.

**פתרון:**

**(א). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה , וקבע את סוגן.**

**נגזרת שנייה**
**max/min**

$f''(x)=12x+24$

$f''(-3)=12(-3)+24=-12 \cap \max$

$f''(-1)=12(-1)+24=12 \cup \min$

**נגזרת ראשונה**
**m=0**

$f'(x)=6x^2+24x+18$

$f'(x)=m=0$

$0=6x^2+24x+18$

$x_{1,2}=\dfrac{-(24)\pm\sqrt{576-4(6)(18)}}{2\cdot(6)}$

$x_{1,2}=\dfrac{-24\pm12}{12}$

$x_1=-3 \qquad x_2=-1$

**פונקציה**
**y=?**

$f(x)=2x\cdot(x+3)^2$

$f(x)=2x(x^2+3x+3x+9)$

$f(x)=2x^3+12x^2+18x$

$f(-1)=2(-1)^3+12(-1)^2+18(-1)=-8$

$(-1,-8)$

$f(-3)=2(-3)^3+12(-3)^2+18(-3)=0$

$(-3,0)$

**תשובה**

**נקודת הקיצון**
$(-1,-8)\cup\min$
$(-3,0)\cap\max$

**(ב). מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם הצירים.**

**חיתוך עם ציר ה – y.**
**x=0**

$f(x)=2x\cdot(x+3)^2$

$x=0$

$y=2(0)\cdot(x+0)^2=0$

$(0,0)$

**חיתוך עם ציר ה – x.**
**y=0**

$f(x)=2x\cdot(x+3)^2$

$y=0$

$0=2x\cdot(x+3)^2$

$0=2x \qquad (x+3)^2=0$

$x_1=0 \quad x_2=-3$

$(0,0) \quad (-3,0)$

**תשובה**

**נקודות החיתוך עם הצירים**
$(0,0) \quad (-3,0)$

**(ג). בכל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה עובר ישר המשיק לפונקציה. מצא את משוואות המשיקים.**

המשיק לנקודת המקסימום

$y-y_1=m(x-x_1)$

$(-3,0) \qquad m=0$

$y-0=0(x+3)$

$y=0$

המשיק לנקודת המינימום

$y-y_1=m(x-x_1)$

$(-1,-8) \qquad m=0$

$y+8=0(x+1)$

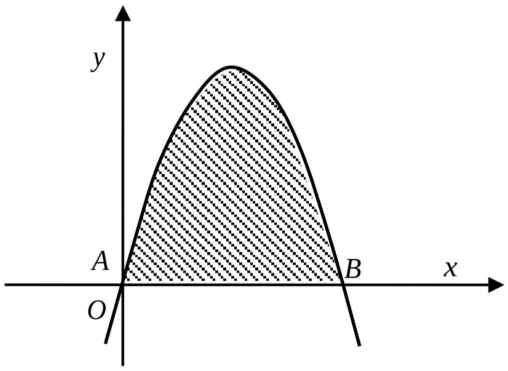
$y=-8$

**תשובה** המשיק לנקודת המינימום הוא $y=-8$ , המשיק לנקודת המקסימום הוא $y=0$ ,

**תשובה סופית**

**(א)** $(-3,0)\max \quad (-1,-8)\min$ **(ב)** $(0,0)(-3,0)$ **(ג)** $y=-8 \qquad y=0$

**<u>שאלה מספר 5.</u>**




הנגזרת של הפונקציה y היא : $y'=-2x+4$

**(א).** מצא את שיעור ה – x של נקודת המקסימום של הפונקציה.

**(ב).** נתון כי ערך הפונקציה y בנקודת המקסימום שלה הוא 4 .
מצא את הפונקציה.

**(ג).** מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x.

**(ד).** מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה ובין ציר ה – x.

**<u>פתרון:</u>**

**(א).** **מצא את שיעור ה – x של נקודת המקסימום של הפונקציה.**

**<u>נגזרת ראשונה</u>**

$f'(x)=-2x+4$

$f'(x)=m=0$

$0=-2x+4$

$2x=4$

$x=2 \cap \max$

**<u>נגזרת שנייה</u>**

max/ min

$f''(x)=-2 \cap \max$

**(ב).** **נתון כי ערך הפונקציה y בנקודת המקסימום שלה הוא 4 . מצא את הפונקציה.**

**<u>נגזרת ראשונה</u>**

$f'(x)=-2x+4$

**<u>אינטגרציה</u>** $\Leftarrow$

**<u>מציאת הפונקציה</u>**

$x=2 \quad y=4$

$f(x)=\int (-2x+4)dx+C$

$f(x)=-\frac{2x^2}{2}+4x+C$

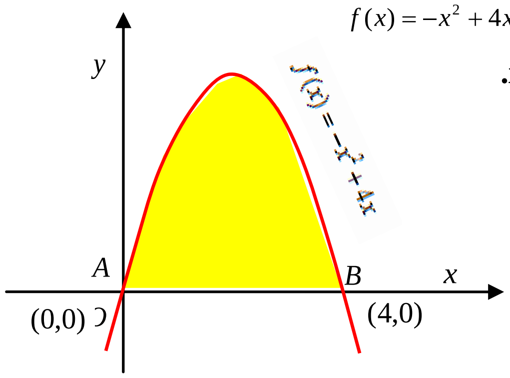
$4=-\frac{2(2)^2}{2}+4(2)+C$

$4=-4+8+C$

$C=0$

$f(x)=-x^2+4x$

**(ג).** **מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x.**




**<u>חיתוך עם ציר ה x</u>**

$y=0$

$f(x)=-x^2+4x$

$0=-x^2+4x$

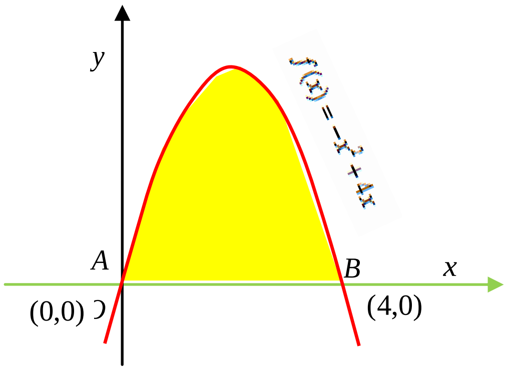
$0=x\cdot(-x+4)$

$x_1=0 \quad x_2=4$

$(0,0) \quad (4,0)$

**(ד). מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה ובין ציר ה – x.**

| x גדול/ימין | פונקציה עליונה $y=-x^2+4x$ | x קטן/שמאל |
|---|---|---|
| $x=4$ | פונקציה תחתונה $y=0$ | $x=0$ |




$$S_T=\int_0^4 (\ -x^2+4x\ )-(\ 0\ )dx$$

$$S_T=\int_0^4 (\ -x^2+4x\ )dx$$

$$S_T=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}\right]_0^4$$

$$S_T=\left[-\frac{(4)^3}{3}+\frac{4(4)^2}{2}\right]-\left[-\frac{(0)^3}{3}+\frac{4(0)^2}{2}\right]$$

$$S_T=\left[\ 10\frac{2}{3}\ \right]-\left[\ 0\ \right]=10\frac{2}{3}$$

$$S_T=10\frac{2}{3}$$

**תשובה סופית:**

**(א)** $x=2$ **(ב)** $y=-x^2+4x$ **(ג)** $(4,0)\ \ (0,0)$ **(ד)** $s=10\frac{2}{3}$

**<u>שאלה 6 :</u>** **מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם ( מדבקה סגולה )**

נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x^2-6x+a}$ (הפונקציה מוגדרת לכל x)

שיפוע הישר , המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$ , הוא $-0.6$

**א.** חשב את הערך של a.

**ב.** מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה , וקבע את סוג הקיצון.

**ג.** מצא תחומי עליה וירידה של הפונקציה.

**<u>פתרון:</u>**

**נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x^2-6x+a}$ (הפונקציה מוגדרת לכל x)**

**שיפוע הישר , המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$ , הוא $-0.6$**

**א. חשב את הערך של a.**

**<u>נגזרת ראשונה</u>**

**m=0**

$$f'(x)=\frac{1\cdot(2x-6)}{2\cdot\sqrt{x^2-6x+a}}$$

$$f'(x)=m=-0.6$$

$$-0.6=\frac{2(0)-6}{2\sqrt{(0)^2-6(0)+a}}$$

$$-0.6=\frac{-6}{2\sqrt{a}}$$

$$-1.2\sqrt{a}=-6$$

$$\sqrt{a}=5\ \ (\ )^2$$

$$a=25$$

**<u>פונקציה</u>**

**y=?**

$$f(x)=\sqrt{x^2-6x+a}$$

$$x=0$$

**<u>תשובה:</u>** $a=25$

**ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה , וקבע את סוג הקיצון.**

**<u>נגזרת שנייה</u>**

**max/min**

**(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)**

$$f''(x)=2\cup\min$$

**<u>נגזרת ראשונה</u>**

**m=0**

$$f'(x)=\frac{1\cdot(2x-6)}{2\cdot\sqrt{x^2-6x+25}}$$

$$f'(x)=\frac{(2x-6)}{2\cdot\sqrt{x^2-6x+25}}$$

$$f'(x)=m=0$$

$$0=\frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+25}}$$

$$0=2x-6$$

$$2x=6$$

$$x=3$$

**<u>פונקציה</u>**

**y=?**

$$f(x)=\sqrt{x^2-6x+25}$$

$$x=3$$

$$f'(3)=\sqrt{(3)^2-6(3)+25}$$

$$y=4$$

$$(3,4)$$

**<u>תשובה:</u>** **<u>נקודת הקיצון:</u>** $(3,4)\cup\min$

**ג. מצא תחומי עליה וירידה של הפונקציה.**

**<u>תשובה:</u>** ירידה $x<3$ , עלייה $3<x$

**<u>תשובה סופית:</u>**

**(א)** $a=25$ **(ב)** $(3,4)\ \min$ **(ג)** ירידה $x<3$ , עלייה $3<x$