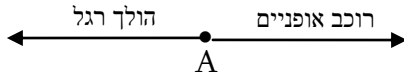


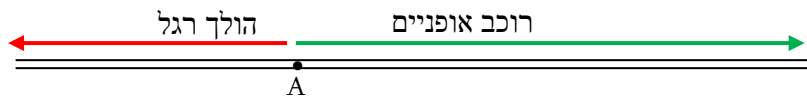
מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תשס"ו 2006

שאלה מספר 1:

הולך רגל ורוכב אופניים יצאו בשעה 06^{00} מישוב A, בכיוונים מנוגדים (ראה ציור) רוכב האופניים רכב במהירות הגדולה פי 2.4 מהמהירות של הולך רגל. בשעה 08^{00} היה הולך רגל במרחק של 10 ק"מ מ-A. א. מצא את המהירות של הולך הרגל, ואת המהירות של רוכב האופניים. ב. מצא באיזו שעה היה המרחק בין הולך הרגל לרוכב האופניים 51 ק"מ.



פתרון:



סעיף א:

הולך הרגל			רוכב אופניים		
מהירות	זמן	דרך	מהירות	זמן	דרך
v	t	$S = t \cdot v$	$2.4v$	t	$S = t \cdot v$
v	2	10			

א. מצא את המהירות של הולך הרגל, ואת המהירות של רוכב האופניים.

תשובה: מהירות הולך הרגל: $S = t \cdot v \quad 10 = 2 \cdot v \quad v = 5$

מהירות רוכב האופניים $v = 2.4 \cdot v \quad v = 2.4 \cdot 5 = 12$

סעיף ב: מצא באיזו שעה היה המרחק בין הולך הרגל לרוכב האופניים 51 ק"מ.

הולך הרגל			רוכב אופניים		
מהירות	זמן	דרך	מהירות	זמן	דרך
5	t	$S = t \cdot v$	12	t	$S = t \cdot v$
5	t	$S_2 = 5 \cdot t$	12	t	$S_1 = 12 \cdot t$

$S_1 + S_2 = 51$

$12t + 5t = 51$

$17t = 51$

$t = 3$

תשובה: בשעה 9:00

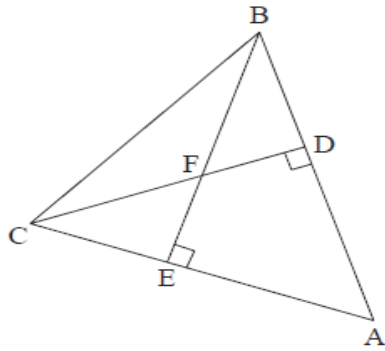
3 שעות לאחר תחילת הנסיעה בשעה 6:00

המרחק ביניהם הגיע ל 51 ק"מ

תשובה סופית:

(א) 5 קמ"ש, 12 קמ"ש (ב) בשעה 9:00

שאלה מספר 2.



נתון משולש ששניים מקדקודיו הם:

$A(6, -6)$ ו- $B(0, 12)$

CD הוא הגובה לצלע AB ו- BE הוא הגובה לצלע AC.

CD ו- BE נפגשים בנקודה $F(-3, 3)$.

(ראה ציור)

א. מצא את משוואת הגובה CD.

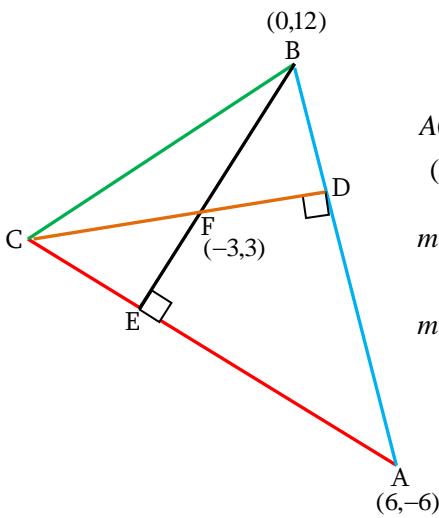
ב. מצא את השיפוע של הגובה BE.

ג. מצא את השיעורים של הקדקוד C.

פתרון:

(א) מצא את משוואת הגובה CD.

נחשב את השיפוע של AB וממנו נמצא את השיפוע של CD.



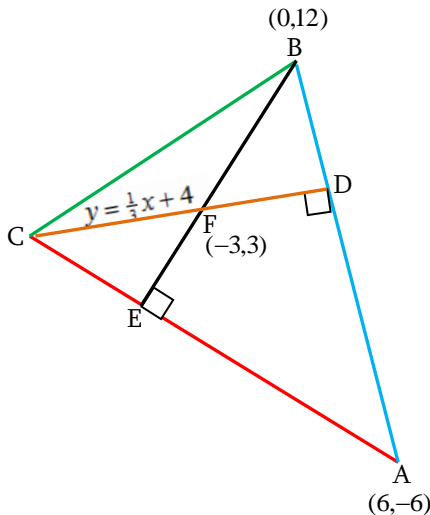
שיפוע AB
 $A(6, -6)$ $B(0, 12)$
 (x_1, y_1) (x_2, y_2)
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{AB} = \frac{(12) - (-6)}{(0) - (6)} = \frac{18}{-6} = -3$

שיפוע CD
 $m_{AB} = -3$ $m_{CD} = \frac{1}{3}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת CD
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(-3, 3)$ $m = \frac{1}{3}$
 $y - 3 = \frac{1}{3}(x + 3)$
 $y = \frac{1}{3}x + 1 + 3$
 $y = \frac{1}{3}x + 4$

תשובה: $y_{CD} = \frac{1}{3}x + 4$

(ב) מצא את השיפוע של הגובה BE.

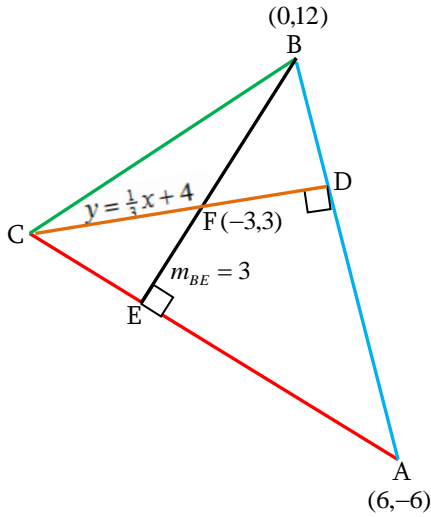


שיפוע הגובה BF
 $F(-3, 3)$ $B(0, 12)$
 (x_1, y_1) (x_2, y_2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{BE} = \frac{(12) - (3)}{(0) - (-3)} = \frac{9}{3} = 3$

תשובה: $m_{BE} = 3$

(ג) מצא את משוואת הצלע AC.

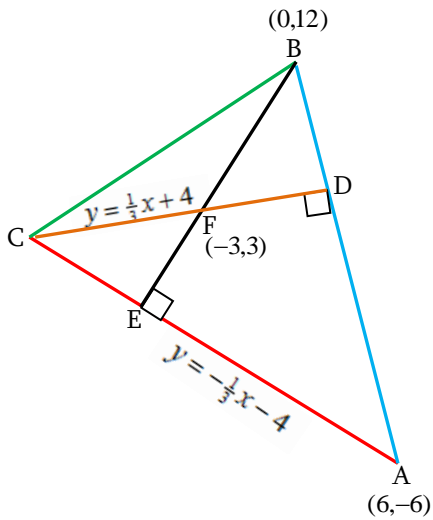


שיפוע AC
 $m_{BE} = 3 \quad m_{AC} = -\frac{1}{3}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(6, -6) \quad m = -\frac{1}{3}$
 $y + 6 = -\frac{1}{3}(x - 6)$
 $y = -\frac{1}{3}x + 2 - 6$
 $y = -\frac{1}{3}x - 4$

תשובה: $y_{AC} = -\frac{1}{3}x - 4$

(ד) מצא את השיעורים של הקדקוד C.



נקודה C

$y_{AC} = y_{CD}$
 $-\frac{1}{3}x - 4 = \frac{1}{3}x + 4$
 $-4 - 4 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x$
 $-8 = \frac{2}{3}x$
 $x = -12$

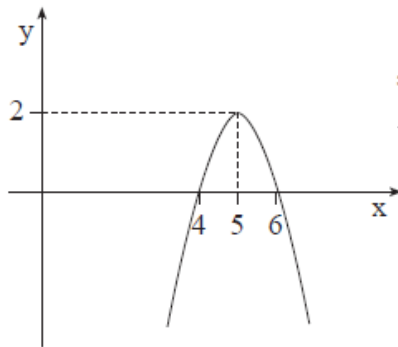
$y = \frac{1}{3}x + 4$
 $x = 12$
 $y = \frac{1}{3}(-12) + 4$
 $y = 0$
 $C(-12, 0)$

תשובה: $C(-12, 0)$

תשובה סופית:

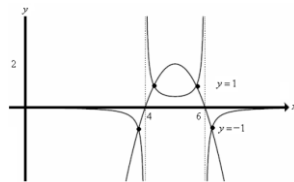
$C(-12, 0)$ (ג) $y_{AC} = -\frac{1}{3}x - 4$ (ג) $m_{BE} = 3$ (ב) $y_{CD} = \frac{1}{3}x + 4$ (א)

שאלה מספר 3.



- הפרבולה שלפניך היא גרף הפונקציה $f(x)$
- א. העזר בגף וענה על שני התת סעיפים (1), (2):
 (1) מהו סוג הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$?
 (2) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$.
- ב. העתק למחברתך את הגרף של $f(x)$ וסרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$
- ג. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$?

תשובה סופית:



- (א1) מינימום (א2) $(5, 0.5)$ (ב) שירטוט
 (ג) עלייה - $6 < x < 6$ או $5 < x < 6$
 ירידה $4 < x < 4$ או $4 < x < 5$ ו- $5 > x > 4$

שאלה מספר 4.

נתונה הפונקציה $f(x) = -\sqrt{x^2 + 9}$

- א. האם הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x ? נמק.
- ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. קבע אם הפונקציה $f(x)$ עולה או יורדת:
 - (1) בנקודה שבה $x = 3$.
 - (2) בנקודה שבה $x = -3$.

פתרון:

א. האם הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x ? נמק.

פונקציה

$y=?$

$f(x) = -\sqrt{x^2 + 9}$

$y = 0$

$0 = -\sqrt{x^2 + 9}$

$0 = x^2 + 9$

$x^2 = -9$

$x = \sqrt{-9}$

תשובה: שורש במינוס לכן אין חיתוך עם ציר ה- x

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של $f(x)$, וקבע את סוגה.

נגזרת שנייה

max/min

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$f''(x) = -2 \cap \max$

פונקציה

$y=?$

$f(x) = -\sqrt{x^2 + 9}$

$x = 0$

$f(x) = -\sqrt{(0)^2 + 9}$

$y_2 = -3$

נגזרת ראשונה

$m=0$

$f'(x) = -\frac{1 \cdot (2x)}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 9}}$

$f'(x) = m = 0$

$0 = -\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 9}}$

$0 = 2x$

$x = 0$

תשובה: נקודת הקיצון:

$(0, -3) \cap \max$

ג. קבע אם הפונקציה $f(x)$ עולה או יורדת:

- (1) בנקודה שבה $x = 3$.
- (2) בנקודה שבה $x = -3$.

נגזרת ראשונה

$f'(x=3) = -\frac{2(3)}{2 \cdot \sqrt{(3)^2 + 9}} = \frac{-6}{2}$

$m = -3 \downarrow$

נגזרת ראשונה

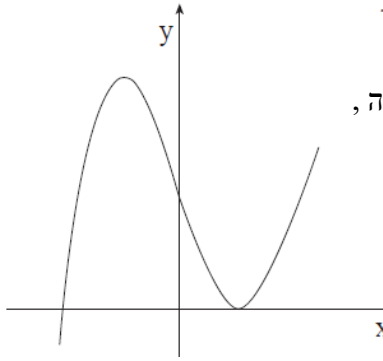
$f'(x=3) = -\frac{2(-3)}{2 \cdot \sqrt{(-3)^2 + 9}} = \frac{6}{2}$

$m = 3 \uparrow$

תשובה סופית:

- (א) לא חותכת את ציר ה- x
- (ב) $\max(0, -3)$
- (ג1) ירידה עבור $x = 3$
- (ג2) עלייה עבור $x = -3$

שאלה מספר 5.



נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x + 2$ (ראה ציור)

- א. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום (המקומי) של הפונקציה, ואת השיעורים של נקודת המינימום (המקומי) של הפונקציה.
- ב. חשב את השטח ברביע השני, המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה, ע"י המשיק לפונקציה בנקודת המקסימום שלה, ועל ידי ציר ה y .

פתרון:

א. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום (המקומי) של הפונקציה, ואת השיעורים של נקודת המינימום (המקומי) של הפונקציה.

$$\begin{array}{lll}
 y = x^3 - 3x + 2 & y' = 3x^2 - 3 & y'' = 6x \\
 x = 1 & m = 0 & y'' = 6(-1) = -6 \cap \text{max} \\
 y = (1)^3 - 3(1) + 2 & 0 = 3x^2 - 3 & y'' = 6(+1) = +6 \cup \text{min} \\
 y = 0 & 3x^2 = 3 / :3 & \\
 (1,0) & x^2 = 1 & \\
 y = (-1)^3 - 3(-1) + 2 & x = \pm\sqrt{1} & \\
 y = 4 & x_1 = 1 \quad x_2 = -1 & \text{תשובה: } (-1,4) \cap \text{max} \quad (1,0) \cup \text{min} \\
 (-1,4) & &
 \end{array}$$

משוואת משיק

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 (-1,4) \quad m &= 0 \\
 y - 4 &= 0(x + 5) \\
 y &= 4
 \end{aligned}$$

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המקווקו).

$$S_T = \int_{-1}^0 (4) - 1(x^3 - 3x + 2) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^0 (4 - x^3 + 3x - 2) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^0 (-x^3 + 3x + 2) dx$$

$$S_T = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^0$$

$$S_T = \left[-\frac{(0)^4}{4} + \frac{3(0)^2}{2} + 2(0) \right] - \left[-\frac{(-1)^4}{4} + \frac{3(-1)^2}{2} + 2(-1) \right]$$

$$S_T = [0] - \left[-\frac{3}{4} \right]$$

$$S_T = \frac{3}{4}$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 4$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -1$	$y = x^3 - 3x + 2$	$x = 0$

תשובה סופית:

$S = \frac{3}{4}$ (ב) $(1,0) \text{ min } (-1,4) \text{ max}$ (א)

שאלה 6: מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם (מדבקה סגולה)

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 16x^3 - 2$

העבירו משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה A,

ומקביל לישר $y = 14x - 2$

א. מצא את שיעור ה-x של הנקודה A.

ב. ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה A הוא 5 מצא את הפונקציה $f(x)$.

פתרון:

פונקציה

$$x=1 \quad y=5$$

$$f(x) = \int (16x^3 - 2)dx + C$$

$$f(x) = \frac{16x^4}{4} - 2x + C$$

$$f(x) = 4x^4 - 2x + c$$

$$5 = 4(1)^4 - 2(1) + C$$

$$5 = 4 - 2 + C$$

$$3 = C$$

$$f(x) = 4x^4 - 2x + 3$$

אינטגרציה



נגזרת ראשונה

$$m = 14$$

$$f'(x) = 16x^3 - 2$$

$$f'(x) = m = 16$$

$$14 = 16x^3 - 2$$

$$16 = 16x^3$$

$$x^3 = 1$$

$$x = \sqrt[3]{1}$$

$$x = 1$$

$$A(1,5)$$

תשובה סופית:

(ב) $f(x) = 4x^4 - 2x + 3$

(א) $x = 1$

\