

מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ו 2006

שאלה מספר 1

ראובן קנה x חוברות, ושילם עבורן 300 שקלים.
 שמעון קנה 10 חוברות פחות ממספר החוברות שקנה ראובן.
 ושילם לחוברת אחת 2 שקלים פחות ממה ששילם ראובן לחוברת אחת.
 בסך הכול שילם שמעון 90 שקלים עבור החוברות שקנה.
א. כמה חוברות קנה ראובן? (מצא שתי אפשרויות).
ב. מהו המחיר של חוברת אחת שראובן קנה? (מצא שתי אפשרויות).

פתרון

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - כמות חוברות, y - מחיר לחוברת

משוואה	חוברות			
	סה"כ	כמות	מחיר	
$x \cdot y = 300$	300	x	y	ראובן
$(x - 10) \cdot (y - 2) = 90$	90	$x - 10$	$y - 2$	שמעון

א. כמה חוברות קנה ראובן? (מצא שתי אפשרויות).

$$x \cdot y = 300$$

$$y = \frac{300}{x}$$

$$(x - 10) \cdot (y - 2) = 90$$

$$xy - 2x - 10y + 20 = 90$$

$$300 - 2x - 10\left(\frac{300}{x}\right) + 20 - 90 = 0$$

$$300 - 2x - \frac{3000}{x} - 70 = 0$$

$$230 - 2x - \frac{3000}{x} = 0 \cdot x$$

$$230x - 2x^2 - 3000 = 0$$

$$-2x^2 + 230x - 3000 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(230) \pm \sqrt{52,900 - 4(-2)(-3000)}}{2(-2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-230 \pm 170}{-4}$$

$$x_1 = 100 \quad x_2 = 15$$

תשובה:

100 חוברות או 15 חוברות

ב. מהו המחיר של חוברת אחת שראובן קנה? (מצא שתי אפשרויות).

$$y = \frac{300}{x} \quad y(100) = \frac{300}{100} = 3$$

$$y = (15) = \frac{300}{15} = 20$$

תשובה:

100 חוברות ב- 3 שקל לחוברת

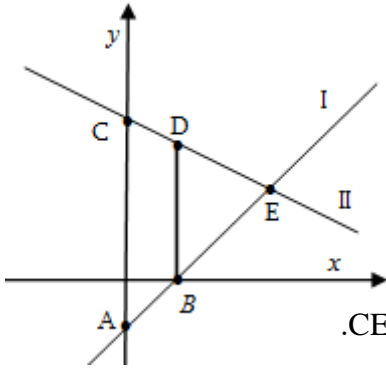
או 15 חוברות ב- 20 שקל לחוברת

תשובה סופית:

(א) 100 חוברות או 15 חוברות

(ב) 100 חוברות ב- 3 שקל לחוברת או 15 חוברות ב- 20 שקל לחוברת

שאלה מספר 2.



- הישרים I ו- II חותכים את הצירים
בנקודות A, B ו- C כמתואר בציור
נתון כי המשוואה של אחד הישרים היא $y = -\frac{1}{2}x + 4$
- (א) לאיזה ישר I או II מתאימה המשוואה הנתונה? נמק.
(ב) מנקודה B העלו אנך לציר ה- x. האנך חותך את הישר II בנקודה D. אורך הקטע BD הוא 3.
- (1) מצא את שיעורי הנקודה D.
(2) מצא את שיעורי הנקודה B.
(ג) הישרים I ו- II נפגשים בנקודה E, והנקודה D היא אמצע הקטע CE.
(1) מצא את שיעורי הנקודה E.
(2) מביין הישרים I ו- II מצא את משוואת הישר שמשוואתו אינה המשוואה הנתונה.

פתרון:

(א) **לאיזה ישר I או II מתאימה המשוואה הנתונה? נמק.**

ישר II מתאים למשוואה $y = -\frac{1}{2}x + 4$

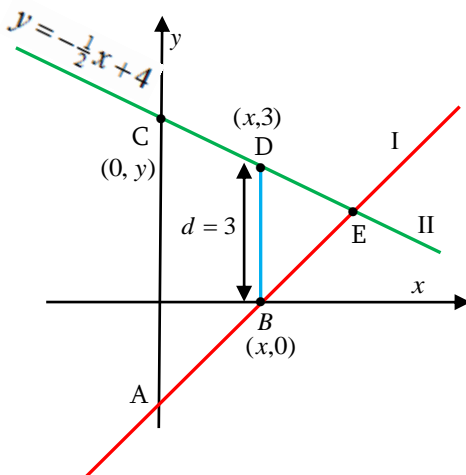
תשובה: (1) המשוואה $y = -\frac{1}{2}x + 4$ מתאימה לישר II ולמשוואה יש שיפוע שלילי

ובנוסף הישר והמשוואה חותך את ציר ה- y בציר החיובי (+4)

(ב) **מנקודה B העלו אנך לציר ה- x. האנך חותך את הישר II בנקודה D.**

אורך הקטע BD הוא 3.

(1) **מצא את שיעורי הנקודה D.**



נקודה D

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$y = 3$$

$$3 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\frac{1}{2}x = 4 - 3$$

$$\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = 2$$

$$D(2,3)$$

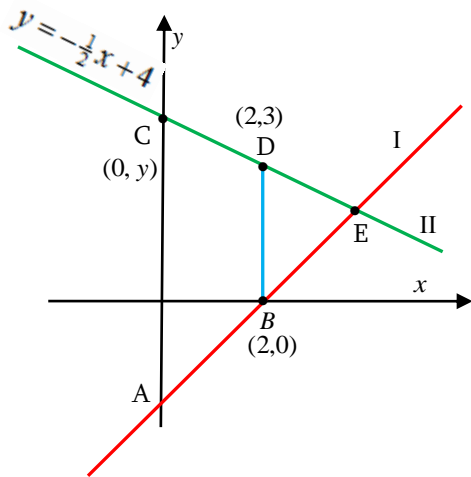
תשובה: $D(2,3)$

(2) **מצא את שיעורי הנקודה B.**

לאנך BD יש אותו ערך של $x=2$ כמו לנקודה D לכן נקודה B היא $B(2,0)$

תשובה: $B(2,0)$

(ג) הישרים I ו-II נפגשים בנקודה E, והנקודה D היא אמצע הקטע CE. (1) מצא את שיעורי הנקודה E.



(1) נמצא את נקודה C.

נקודה C

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

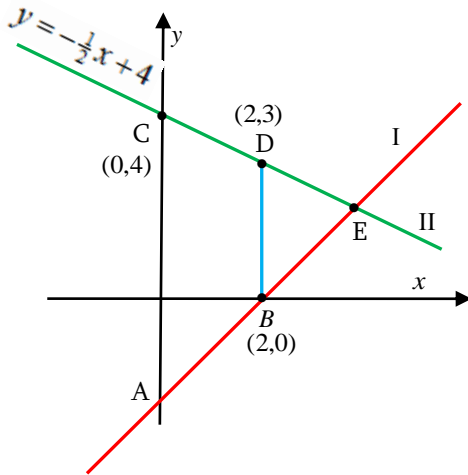
$$x = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}(0) + 4$$

$$y = 0$$

$$C(0,4)$$

הנקודה D היא אמצע הקטע CE. (2) נמצא את נקודה E.

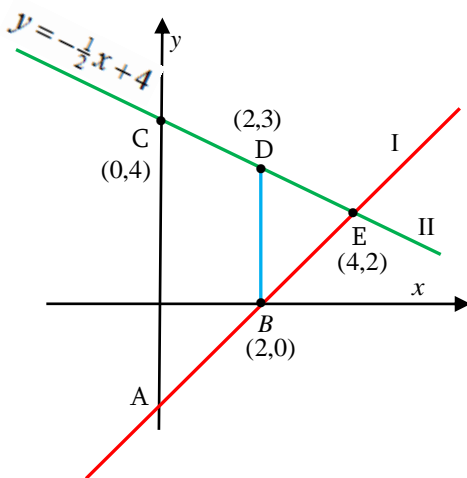


C	D	E
(0,4)	(2,3)	(x ₂ , y ₂)
x ₁ , y ₁	x _M , y _M	
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$2 = \frac{(0) + x_2}{2}$		$3 = \frac{(4) + y_2}{2}$
$4 = 0 + x_2$		$6 = 4 + y_2$
$x_2 = 4$		$y_2 = 2$

E(4,2)

תשובה: E(4,2)

(ג) מביין הישרים I ו-II מצא את משוואת הישר שמשוותו אינה המשוואה הנתונה.



שיפוע BE

B(2,0) E(4,2)

(x₁, y₁) (x₂, y₂)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BE} = \frac{(2) - (0)}{(4) - (2)} = \frac{2}{2} = 1$$

m_{BE} = 1

משוואת BE

y - y₁ = m(x - x₁)

(2,0) m = 1

y - 0 = 1(x - 2)

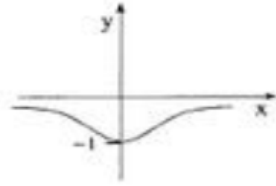
y = 1x - 2

תשובה: y_{BE} = 1x - 2

תשובה סופית:

(א) ישר II (ב) D(2,3) (ב) B(2,0) (ג) E(4,2) (ג) y_{BE} = 1x - 2

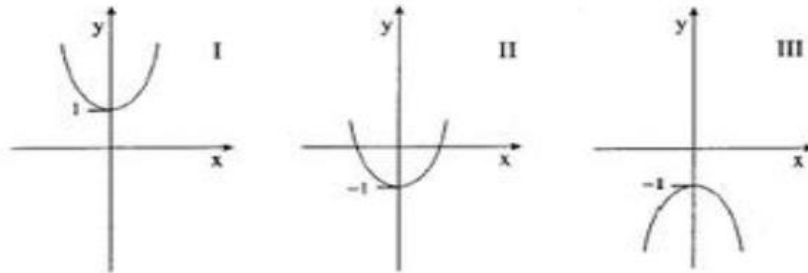
שאלה מספר 3.



בציור שלפניך מתואר הגרף של הפונקציה $g(x)$

נתון גם $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

א. מבין הגרפים I, II, III שלפניך, קבע איזה גרף מתאים לפונקציה $f(x)$. נמק את קביעתך והסבר מדוע פסלת כל אחד מהגרפים האחרים.



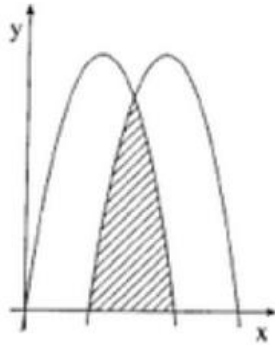
ב. מבין המשוואות (1) ו- (4) שלפניך איזו משוואה מתאימה לפונקציה $f(x)$? נמק

(1) $y = -x^2 - 1$ (2) $y = -x^2 + 1$ (3) $y = x^2 - 1$ (4) $y = x^2 + 1$

תשובה סופית:

(א) גרף א' (ב) משוואה (1)

שאלה מספר 4.



$$f(x) = -x^2 + 7x$$

$$g(x) = -x^2 + 13x - 30$$

נתונות שתי הפונקציות
(ראה ציור)

- א. מצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.
 ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

נקודת החיתוך בין הגרפים

$$f(x) = g(x)$$

$$-x^2 + 7x = -x^2 + 13x - 30$$

$$-x^2 + 7x + x^2 - 13x + 30 = 0$$

$$-6x + 30 = 0$$

$$x = 5$$

$$y = -(5)^2 + 7(5)$$

$$y = 10$$

$$(5,10)$$

$g(x)$ חיתוך עם ציר ה- x

$$g(x) = -x^2 + 13x - 30$$

$$y = 0$$

$$0 = -x^2 + 13x - 30$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-13) \pm \sqrt{169 - 4(-1)(-30)}}{2(-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 7}{-2}$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 10$$

$$(3,0) \quad (10,0)$$

$f(x)$ חיתוך עם ציר ה- x

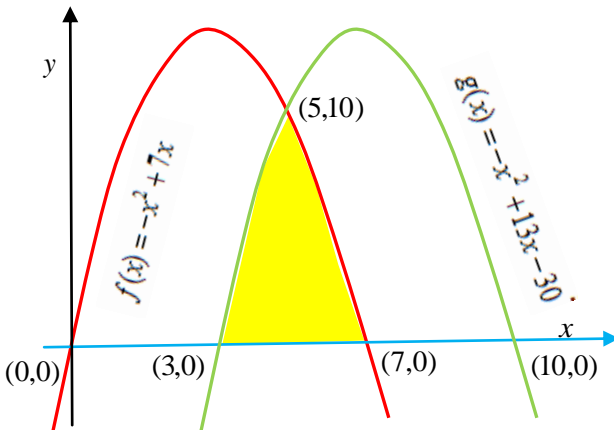
$$f(x) = -x^2 + 7x$$

$$y = 0$$

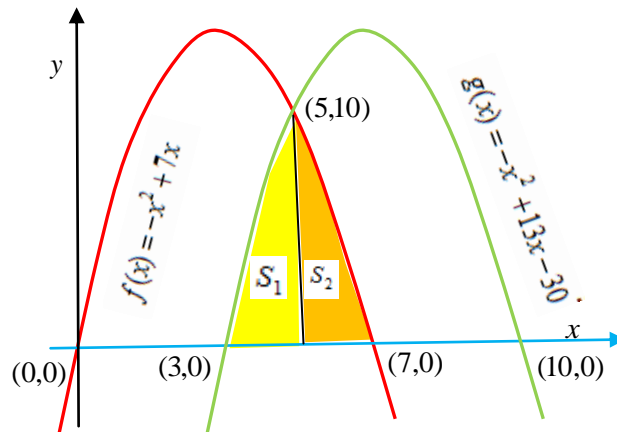
$$0 = x \cdot (-x + 7)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 7$$

$$(0,0) \quad (7,0)$$



(ב). חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות על ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור)



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$f(x) = -x^2 + 13x - 30$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 3$	$y = 0$	$x = 5$

$$S_1 = \int_3^5 (-x^2 + 13x - 30) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_3^5 (-x^2 + 13x - 30) dx$$

$$S_1 = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{13x^2}{2} - 30x \right]_3^5$$

$$S_1 = \left[-\frac{(5)^3}{3} + \frac{13(5)^2}{2} - 30(5) \right] - \left[-\frac{(3)^3}{3} + \frac{13(3)^2}{2} - 30(3) \right]$$

$$S_1 = \left[-29\frac{1}{6} \right] - \left[-40\frac{1}{2} \right]$$

$$S_1 = \left[11\frac{1}{3} \right]$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$f(x) = -x^2 + 7x$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 5$	$y = 0$	$x = 7$

$$S_2 = \int_5^7 (-x^2 + 7x) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_5^7 (-x^2 + 7x) dx$$

$$S_2 = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} \right]_5^7$$

$$S_2 = \left[-\frac{(7)^3}{3} + \frac{7(7)^2}{2} \right] - \left[-\frac{(5)^3}{3} + \frac{7(5)^2}{2} \right]$$

$$S_2 = \left[56\frac{1}{6} \right] - \left[45\frac{5}{6} \right]$$

$$S_2 = \left[11\frac{1}{3} \right]$$

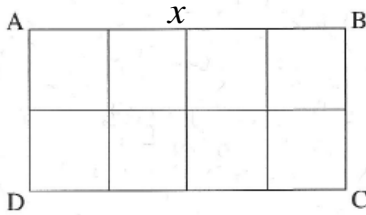
$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[11\frac{1}{3} \right] + \left[11\frac{1}{3} \right] = 22\frac{2}{3}$$

תשובה סופית:

$$S = 11\frac{1}{3} + 11\frac{1}{3} = 22\frac{2}{3} \quad (\text{ב}) \quad (5,10) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 5.



בית מלאכה מייצר סורגים ממוטות ברזל הסורג מורכב מ- 5 מוטות מאונכים שאורכם זהה, ומ- 3 מוטות אופקיים שאורכם זהה (ראה ציור) למסגרת החיצונית של הסורג יש צורת מלבן ABCD, ששטחו 15 מ"ר.

(א) סמן ב $AB = x$ **הבע** באמצעות x את: (1) אורך המוט BC.

(2) סכום האורכים של כל מוטות הברזל הדרושים לייצור הסורג. המוטות שמהם הרשת עשויה יהיה מינימלי

(ב) מצא מה צריך להיות הערך של x כדי שסכום האורכים של מוטות הברזל יהיה מינימלי

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום אורכי מוטות העץ שמהם עשוי השלד יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 3x + 5y \Rightarrow \min$

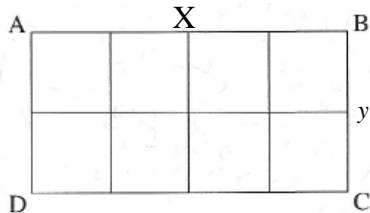
3. **נוסחת עזר:** $S = a \cdot b \Rightarrow x \cdot y = 15$

$$y = \frac{15}{x}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = 3x + 5y \Rightarrow \min$

$$p = 3x + 5 \cdot \left(\frac{15}{x}\right)$$

$$p = 3x + \frac{75}{x}$$



הפונקציה

$$P = 3x + \frac{75}{x}$$

$$x = 5$$

$$P = 3(5) + \frac{75}{(5)}$$

$$P = 30$$

ריכוז התשובות

$$x = 5 \quad \min$$

$$y = 3$$

$$p = 30$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 3 - \frac{75}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = 3 - \frac{75}{x^2}$$

$$3 = \frac{75}{x^2}$$

$$3x^2 = 75$$

$$x^2 = 25$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{25}$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +\frac{75 \cdot 2}{x^3} = +\frac{150}{x^3}$$

$$p''(+5) = +\frac{150}{(+5)^3} = +1.2 \cup \min$$

$$p''(-5) = +\frac{150}{(-5)^3} = -1.2 \cap \max$$

צלעות הסורג

מוט מאונך: $x = 5$

$$y = \frac{15}{x}$$

$$y = \frac{15}{5}$$

$$y = 3$$

מוט מאונך: $y = 3$

תשובה סופית:

$x = 5 \Rightarrow \min$ (ב) $p = 3x + \frac{75}{x} \Rightarrow \min$ (2א) $AB = x$ $BC = \frac{15}{x}$ (1א)