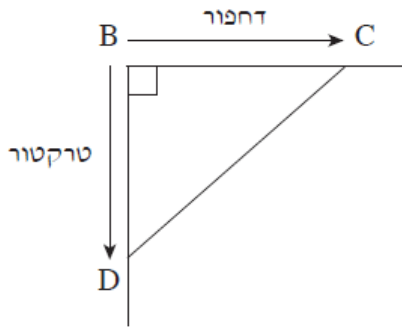


מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ז 2007

שאלה מספר 1



נקודה B היא צומת של שני כבישים המאונכים זה לזה .  
 מנקודה B יצאו בשעה  $8^{00}$  דחפור וטרקטור ,  
 וכל אחד מהם נסע בכביש אחר .

הדחפור נסע במהירות קבועה של 4.5 קמ"ש , ועצר בנקודה C.  
 הטרקטור נסע במהירות קבועה של 3 קמ"ש , ועצר בנקודה D.  
 הנקודות C ו- D נמצאות במרחקים שווים מ- B .  
 זמן הנסיעה של הטרקטור עד עצירתו היה גדול ב- 2 שעות  
 מזמן הנסיעה של הדחפור עד עצירתו .

א. באיזו שעה עצר הדחפור ב- C ?

ב. חשב את המרחק DC שבין הטרקטור לדחפור

( בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית )

פתרון:

טרקטור			דחפור		
דרך	זמן	מהירות	דרך	זמן	מהירות
$S = 3 \cdot (t + 2)$	$t + 2$	3	$S = 4.5 \cdot t$	$t$	4.5

$$S_1 = S_2$$

$$3 \cdot (t + 2) = 4.5 \cdot t$$

$$3t + 6 = 4.5t$$

$$6 = 1.5t$$

$$t = 4$$

תשובה: הדחפור עצר בשעה  $8^{00} + 4 = 12^{00}$

ב. חשב את המרחק DC שבין הטרקטור לדחפור

( בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית )

$$S_1 = S_2$$

$$S = 4.5 \cdot t$$

$$S = 4.5 \cdot 4 = 18$$

$$DC^2 = BC^2 + BD^2$$

$$DC^2 = 18^2 + 18^2$$

$$DC = \sqrt{648}$$

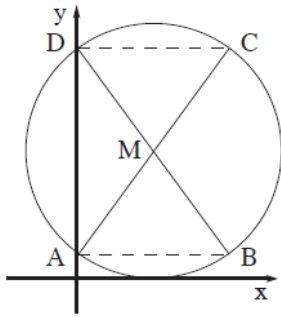
$$DC = 25.45$$

תשובה סופית:

(ב) 24.45

(א) שעה 12 : 00

**שאלה מספר 2**



מעגל שמרכזו M חותך את ציר ה- $y$  בנקודות A ו-D. DB ו-AC הם קטרים במעגל

(ראה ציור)

משוואת AC היא:  $y = \frac{4}{3}x + 1$

משוואת DB היא:  $y = -\frac{4}{3}x + 9$

**א.** מצא את השיעורים של הנקודות A, D, ו-M.

**ב.** מצא את משוואת המעגל.

**ג.** הראה כי המיתרים DC ו-AB מקבילים לציר ה-x.

**ד.** מצא את שטח המשולש DMC.

**פתרון:**

**(א) מצא את השיעורים של הנקודות A, D, ו-M.**

**נקודה M**

$$y_{BD} = y_{AC}$$

$$-\frac{4}{3}x + 9 = \frac{4}{3}x + 1$$

$$9 - 1 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}x$$

$$8 = 2\frac{2}{3}x$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{4}{3}x + 1$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{4}{3}(3) + 1$$

$$y = 5$$

$$M(3,5)$$

**נקודה A**

$$y = \frac{4}{3}x + 1$$

$$x = 0$$

$$y = \frac{4}{3}(0) + 1$$

$$y = 1$$

$$A(0,1)$$

**נקודה D**

$$y = -\frac{4}{3}x + 9$$

$$x = 0$$

$$y = -\frac{4}{3}(0) + 9$$

$$y = 9$$

$$D(0,9)$$

**תשובה:** A(0,1) D(0,9) M(3,5)

**(ב) מצא את משוואת המעגל.**

**משוואת המעגל**

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(3,5)$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = R^2$$

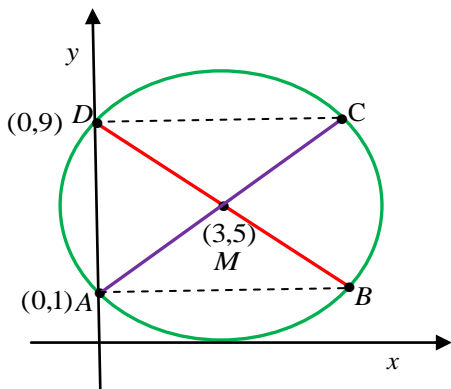
$$A(0,1)$$

$$(0-3)^2 + (1-5)^2 = R^2$$

$$R^2 = 25$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$$

**תשובה:**  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$



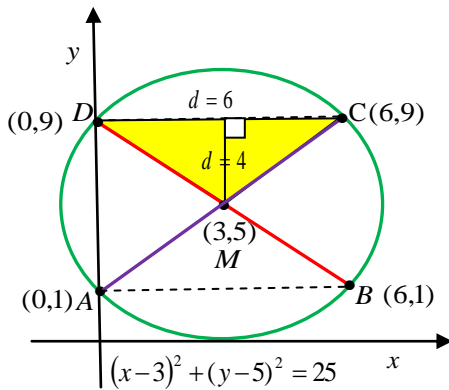
(ג) הראה כי המיתרים DC ו- AB מקבילים לציר ה-x.  
 (1) נחשב את הנקודות B ו C בנוסחה של אמצע הקטע

נקודה D		נקודה C	
D	M	A	M
(0,9)	(3,5)	(0,1)	(3,5)
$x_1, y_1$	$x_M, y_M$	$x_1, y_1$	$x_M, y_M$
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$	$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$3 = \frac{(0) + x_2}{2}$	$5 = \frac{(9) + y_2}{2}$	$3 = \frac{(0) + x_2}{2}$	$5 = \frac{(1) + y_2}{2}$
$6 = (0) + x_2$	$10 = (9) + y_2$	$6 = (0) + x_2$	$10 = (1) + y_2$
$x_2 = 6$	$y_2 = 1$	$x_2 = 6$	$y_2 = 9$
	B(6,1)		C(6,9)

**תשובה:**  $D(0,9)$   $C(6,9)$   $m_{DC} = m_{AB} = 0$  מקבילים לציר ה-x

(2) לנקודות  $A(0,1)$   $B(6,1)$  יש להם אותו  $y = 1$  לכן למיתר AB שיפוע  $0 =$   
 לנקודות  $D(0,9)$   $C(6,9)$  יש להם אותו  $y = 9$  לכן למיתר DC שיפוע  $0 =$   
 לכן המיתרים מקבילים לציר ה-x.

(ד) מצא את שטח המשולש DMC.



$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

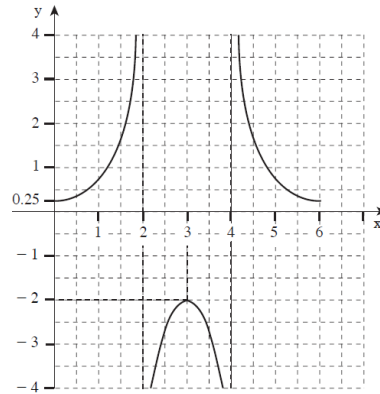
$$S_{DMC} = \frac{6 \cdot 4}{2} \quad S_{DMC} = 12$$

**תשובה:**  $S_{DCM} = 12$

**תשובה סופית:**

- (א)  $A(0,1)$   $D(0,9)$   $M(3,5)$  (ב)  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$   
 (ג)  $D(0,9)$   $C(6,9)$   $m_{DC} = m_{AB} = 0$  מקבילים לציר ה-x (ד)  $S_{DCM} = 12$

**שאלה מספר 3.**



נתון הגרף של הפונקציה  $\frac{1}{f(x)}$

(ראה ציור)

העזר בגרף ומצא:

א. את סוג הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. את השיעורים של נקודת הקיצון של  $f(x)$ .

ג. את נקודת החיתוך של הגרף של  $f(x)$

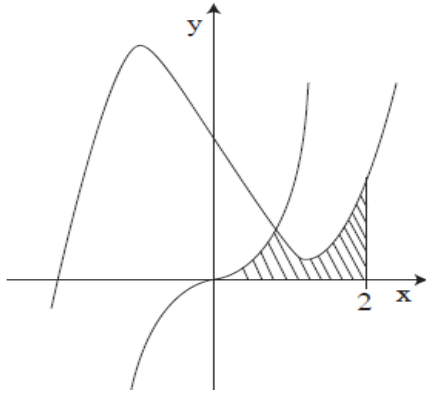
עם ציר ה- $x$ , ועם ציר ה- $y$ .

(ידוע כי הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .)

**תשובה סופית:**

(א) min (ב)  $(3, -0.5)$  (ג)  $(4, 0)(2, 0)(0, 4)$

**שאלה מספר 4.**



נתונים הגרפים של שתי הפונקציות :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^3$$

(ראה ציור)

**א.** מצא את נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

**ב.** חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים

של שתי הפונקציות על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישר  $x = 2$  ( השטח המקווקו בציור )

**פתרון:**

**(א).** מצא את נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

**נקודת החיתוך**

$$f(x) = g(x)$$

$$0.5x^3 - 3x + 3 = 0.5x^3$$

$$0.5x^3 - 3x + 3 - 0.5x^3 = 0$$

$$-3x + 3 =$$

$$x = 1$$

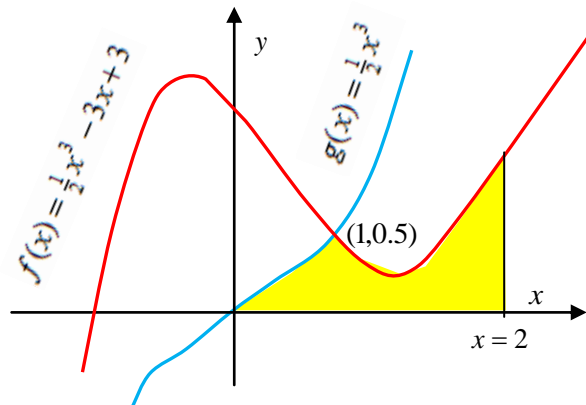
**נקודת החיתוך**

$$y = 0.5x^3$$

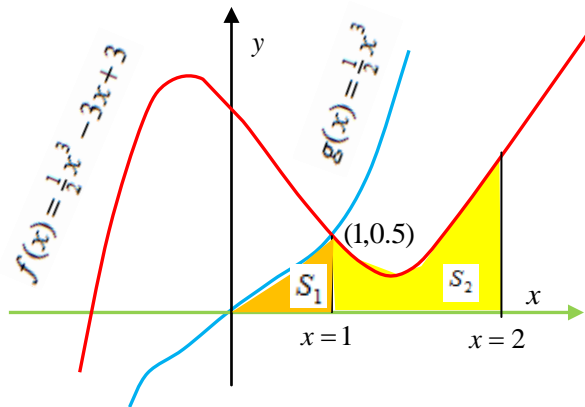
$$y = 0.5(1)^3$$

$$y = 0.5$$

$$(1, 0.5)$$



(ב) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 2$  (השטח המקווקו בצירור)



$x$	פונקציה עליונה	$x$
קטן/שמאל	$g(x) = 0.5x^3$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$y = 0$	

$x$	פונקציה עליונה	$x$
קטן/שמאל	$g(x) = 0.5x^3 - 3x + 3$	גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה	$x = 2$
	$y = 0$	

$$S_1 = \int_0^1 (0.5x^3) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (0.5x^3) dx$$

$$S_1 = \left[ \frac{0.5x^4}{4} \right]_0^1$$

$$S_1 = \left[ \frac{0.5(1)^4}{4} \right] - \left[ \frac{0.5(0)^4}{4} \right]$$

$$S_1 = \left[ \frac{1}{8} \right] - [0]$$

$$S_1 = \left[ \frac{1}{8} \right]$$

$$S_2 = \int_1^2 (0.5x^3 - 3x + 3) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_1^2 (0.5x^3 - 3x + 3) dx$$

$$S_2 = \left[ \frac{0.5x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 3x \right]_1^2$$

$$S_2 = \left[ \frac{0.5(2)^4}{4} - \frac{3(2)^2}{2} + 3(2) \right] - \left[ \frac{0.5(1)^4}{4} - \frac{3(1)^2}{2} + 3(1) \right]$$

$$S_2 = [2] - \left[ 1\frac{5}{8} \right]$$

$$S_2 = \left[ \frac{3}{8} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[ \frac{1}{8} \right] + \left[ \frac{3}{8} \right] = \frac{1}{2}$$

**תשובה סופית:**

$S = 0.375 + 0.125 = 0.5$  (ב)

(א) (1,0.5)

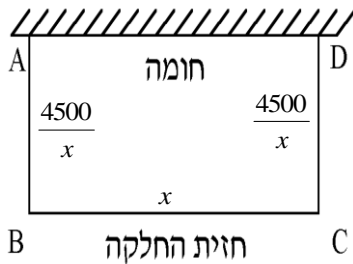
**שאלה מספר 5.**



חלקת אדמה מלבנית ABCD, ששטחה 4500 מ"ר, צמודה בצדה האחד לחומה (ראה ציור). מגדרים את חזית החלקה, BC ואת צדיה AB ו-CD. מחיר ההתקנה של גדר בחזית החלקה (הקטע BC) הוא 16 שקלים למטר, ומחיר ההתקנה של גדר בצדדים (הקטעים AB ו-CD) הוא 10 שקלים למטר. מה צריך להיות האורך של חזית החלקה, כדי שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי?

**1. משפט המטרה:** האורך של חזית החלקה, כדי שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי

**2. נוסחת המטרה:**  $p = 16 \cdot (BC) + 10 \cdot (AB + DC) \Rightarrow \min$



**3. נוסחת עזר:** אורך הדופן DC, AB      אורך החזית

$BC = x$

$S = BC \cdot AB$

$4500 = x \cdot AB$

$AB = \frac{4500}{x}$

**4. פונקציית המטרה**  $p = 16 \cdot (BC) + 10 \cdot (AB + DC) \Rightarrow \min$

$P = 16x + 10 \cdot (2 \cdot \frac{4500}{x})$

$P = 16x + \frac{90,000}{x}$

$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$   
 $f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$

**הפונקציה**  
 $P = 16x + \frac{90,000}{x}$   
 $x = 75$   
 $P = 16(75) + \frac{90,000}{75}$   
 $P = 2400$

**נגזרת ראשונה**  
 $P' = 16 - \frac{90,000}{x^2}$   
 $P' = 0$   
 $0 = 16 - \frac{90,000}{x^2}$   
 $16 = \frac{90,000}{x^2}$   
 $16x^2 = 90,000$   
 $x^2 = 5625$   
 $x = \pm\sqrt{5625}$   
 $x_1 = 75 \quad x_2 = -75$

**נגזרת שנייה**  
**Max/min**  
 $P''(x) = +\frac{180,000}{x^3}$   
 $P''(+75) = +\frac{180,000}{(+75)^3} = +\frac{32}{75} \cup \min$   
 $P''(-75) = +\frac{180,000}{(-75)^3} = -\frac{32}{75} \cup \max$

**תשובה סופית:**

**(א)** אורך החזית  $BC = 75$

**תשובה סופית:**

**(א)**  $BC = 75$

שאלה 6 : מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם (מדבקה סגולה)

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - 1 + \frac{16}{x}$

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה
- (ב) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- (ג) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה
- (ד) באילו תחומים הפונקציה עולה ובאלו תחומים היא יורדת .

**פתרון:**

(א) רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

**תשובה:** תחום הגדרה =  $x \neq 0$  האסימפטוטה  $x = 0$

(ב) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

**פונקציה**  
**y=?**

$$f(x) = x^2 - 1 + \frac{16}{x}$$

$$f(2) = (2)^2 - 1 + \frac{16}{(2)} = 11$$

(2,11)

**נגזרת ראשונה**  
**m=0**

$$f'(x) = 2x - \frac{16 \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$\frac{16}{x^2} = 2x$$

$$2x^3 = 16 / : 2$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$x = 2$$

**נגזרת שנייה**  
**max/min**

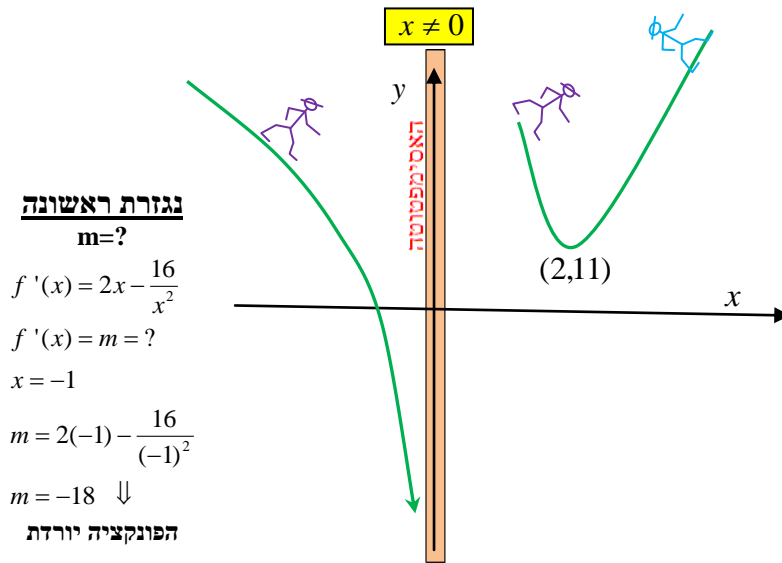
$$f''(x) = 2 + \frac{16 \cdot 2}{x^3} = 2 + \frac{32}{x^3}$$

$$f''(2) = 2 + \frac{16}{(2)^3} = 4 \cup \text{min}$$

**נקודת הקיצון:**  
**(2,11)  $\cup$  min**



(ג) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה



(ד) באילו תחומים הפונקציה עולה ובאלו תחומים היא יורדת.

x	ירידה	x	ירידה	עלייה	x
$-\infty$	$< x <$	0	$< x <$	2	$< x <$
					$+\infty$

**תשובה: תחום עלייה:**  $2 < x < +\infty$   
**תחום ירידה:**  $-\infty < x < 0$  ואו  $0 < x < 2$

**תשובה סופית:**

- (א)  $x \neq 0$  (ב)  $\min(2,11)$  (ג) שרטוט (ד) תחום ירידה  $-\infty < x < 0$  ואו  $0 < x < 2$  תחום עלייה  $2 < x < +\infty$

**תשובה סופית:**

- (א)  $\min(2,11)$  (ב) עליה  $2 < x$  ירידה  $0 < x < 2$  או  $x < 0$