

מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ח 2008

ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה -  $\frac{1}{3}$  נקודות)

שים לב! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1.

סוחר קנה עפרונות ב- 80 שקלים. מחיר הקנייה של כל אחד מהעפרונות היה זהה 4 מהעפרונות שקנה הסוחר נשברו, ולא נמכרו. הסוחר מכר כל אחד מהעפרונות שלא נשברו במחיר הגדול ב- 75% ממחיר הקנייה של העיפרון. בסך הכול הרוויח הסוחר 46 שקלים.

א. מצא כמה עפרונות קנה הסוחר  
 ב. מצא את מחיר הקנייה של כל עיפרון.

פתרון

**הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016**  
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,  
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

גדול ב - 75%

הגדרת המשתנים: x - כמות העפרונות y - מחיר עפרון

$$1 + \frac{75}{100} = 1.75$$

משוואה	עפרונות			קניה
	סה"כ	כמות	מחיר	
$x \cdot y = 80$	80	x	y	קניה
$(1.75y) \cdot (x - 4) = 126$	$80 + 46 = 126$	$x - 4$	$1.75y$	מכירה

**א. מצא כמה עפרונות קנה הסוחר**

$$\begin{aligned} x \cdot y &= 80 & 1.75y \cdot (x - 4) &= 126 \\ y &= 2 & 1.75xy - 7y &= 126 \\ x &= \frac{80}{2} = 40 & 1.75 \cdot 80 - 7 \cdot y &= 126 \\ & & 140 - 7y &= 126 \\ & & 7y &= 140 - 126 \\ & & 7y &= 14 \\ & & y &= 2 \end{aligned}$$

תשובה: הסוחר קנה 40 עפרונות

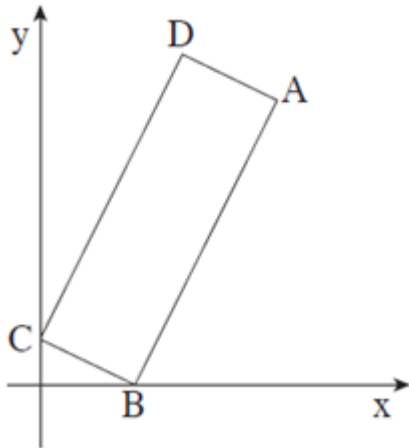
**ב. מצא את מחיר הקנייה של כל עיפרון.**

תשובה: מחיר הקנייה 2 ש"ח לכל עיפרון

תשובה סופית:

(א) הסוחר קנה 40 עפרונות (ב) מחיר הקנייה 2 ש"ח לכל עיפרון

שאלה מספר 2.



קדקוד C של המלבן ABCD מונח על ציר ה- y  
 וקדקוד B של המלבן מונח על ציר ה- x  
 (ראה ציור)  
 שיעור ה- x של קדקוד A הוא 10.  
 ומשוואת הצלע AB היא  $y = 2x - 8$   
**א.** מצא את השיפוע של הצלע BC  
**ב.** מצא את שיעורי הקדקודים A, B, C.  
**ג.** AC הוא קוטר במעגל  
 (1) מצא את משוואת המעגל  
 (2) מצא את נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- x.

פתרון:

**א. מצא את השיפוע של הצלע BC**

משוואת BC

שיפוע BC

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad m_{AB} = 2 \quad m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

$$(4,0) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y + 0 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \quad m_{AB} = 2 \quad m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

**תשובה:**

**ב. מצא את שיעורי הקדקודים A, B, C.**

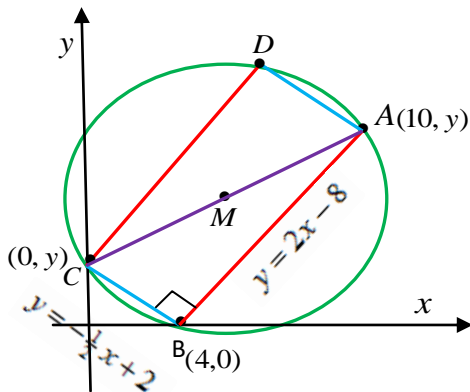
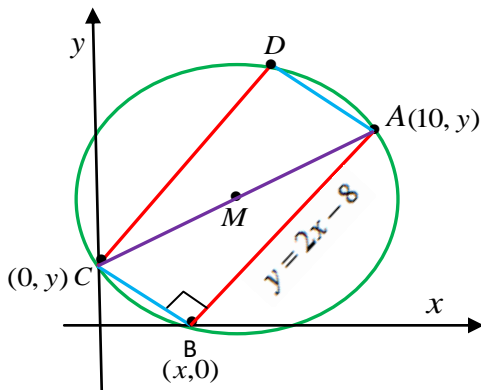
נקודה C

נקודה A

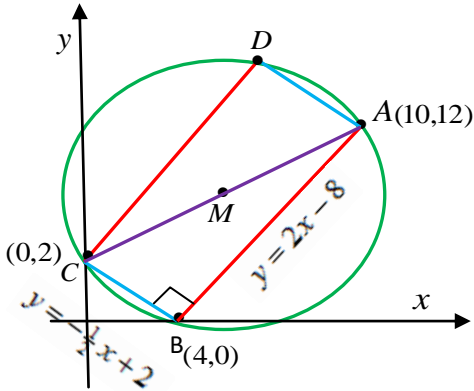
נקודה B

$y = -\frac{1}{2}x + 2$	$y = 2x - 8$	$y = 2x - 8$
$x = 0$	$x = 10$	$y = 0$
$y = -\frac{1}{2}(0) + 2$	$y = 2(10) - 8$	$0 = 2x - 8$
$y = 2$	$y = 12$	$8 = 2x$
$C(0,2)$	$A(10,12)$	$x = 4$
		$B(4,0)$

**תשובה:**  $A(10,12) \quad C(0,2) \quad B(4,0)$



ג. AC הוא קוטר במעגל (1) מצא את משוואת המעגל



משוואת המעגל

$$\begin{aligned} (x-a)^2 + (y-b)^2 &= R^2 \\ M(5,7) \\ (x-5)^2 + (y-7)^2 &= R^2 \\ A(0,2) \\ (0-5)^2 + (2-7)^2 &= R^2 \\ R^2 &= 50 \\ (x-5)^2 + (y-7)^2 &= 50 \end{aligned}$$

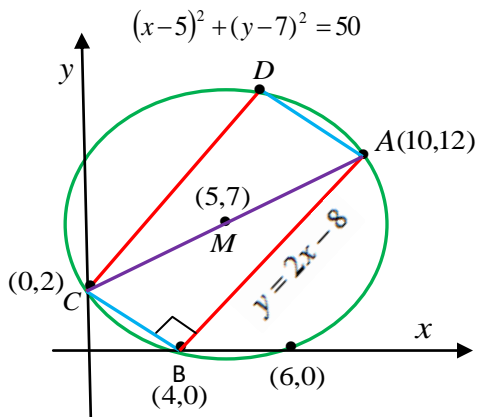
מרכז המעגל

C	M	A
(0,2)	$(x_M, y_M)$	(10,12)
$x_1, y_1$		$x_2, y_2$
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$x_M = \frac{(0) + (10)}{2}$		$y_M = \frac{(2) + (12)}{2}$
$x_M = 5$		$y_M = 7$
	M(5,7)	

תשובה:  $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$

ג2) מצא את נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה-x.

חיתוך עם ציר ה-x



$$\begin{aligned} (x-5)^2 + (y-7)^2 &= 50 \\ y &= 0 \\ (x-5)^2 + (0-7)^2 &= 50 \\ (x-5)^2 &= 50 - 49 \\ x-5 &= \pm\sqrt{1} \\ x &= \pm 1 + 5 \\ x_1 &= 6 \quad x_2 = 4 \\ (6,0) \quad (4,0) \end{aligned}$$

תשובה: (4,0) (6,0)

תשובה סופית:

$m_{AB} = 2 \quad m_{BC} = -\frac{1}{2}$  (א)

A(10,12) C(0,2) B(4,0) (ב)

(4,0) (6,0) (ג1)  $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$  (ג2)

**שאלה מספר 3.**

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x}$

a הוא פרמטר (ראה ציור)

לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה  $x = 3$

א. חשב את ערך הפרמטר a.

הצב את הערך של  $a = 36$ , וענה על סעיף ב'.

ב. ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A

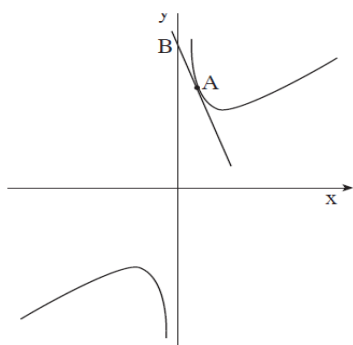
חותך את ציר ה-y בנקודה B,

כמתואר בציור שיפוע המשיק הוא -2.5

מצא את מרחק הנקודה B מראשית הצירים.

**פתרון:**

א. **חשב את ערך הפרמטר a.**



$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

**פונקציה**  
**y=?**

$$f(x) = 2x + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x}$$

$$f(x) = 2x + \frac{a}{2x}$$

**נגזרת ראשונה**

$$m=0$$

$$f'(x) = 2 - \frac{a \cdot 1}{2x^2}$$

$$f'(x) = 2 - \frac{a}{2x^2}$$

$$f'(x) = 0 \quad x = 3$$

$$0 = 2 - \frac{a}{2(3)^2}$$

**תשובה:**  $a = 36$

$$0 = 2 - \frac{a}{18}$$

$$2 = \frac{a}{18}$$

$$a = 36$$

ב. **ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A חותך את ציר ה-y בנקודה B, כמתואר בציור שיפוע המשיק הוא -2.5 – מצא את מרחק הנקודה B מראשית הצירים.**

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

**פונקציה**  
**y=?**

$$f(x) = 2x + \frac{36}{2x}$$

$$x = 2$$

$$f(2) = 2(2) + \frac{36}{2(2)} = 13$$

$$(2,13)$$

**נגזרת ראשונה**

$$m=-2.5$$

$$f'(x) = 2 - \frac{36 \cdot 1}{2x^2}$$

$$-2.5 = 2 - \frac{36}{2x^2}$$

$$\frac{36}{2x^2} = 4.5$$

$$36 = 9x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

**משוואת המשיק**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,13) \quad m = -2.5$$

$$y - 13 = -2.5(x - 2)$$

$$y = -2.5x + 5 + 13$$

$$y = -2.5x + 18$$

**תשובה:** 18

**חיתוך עם ציר y**

$$y = -2.5x + 18$$

$$x = 0$$

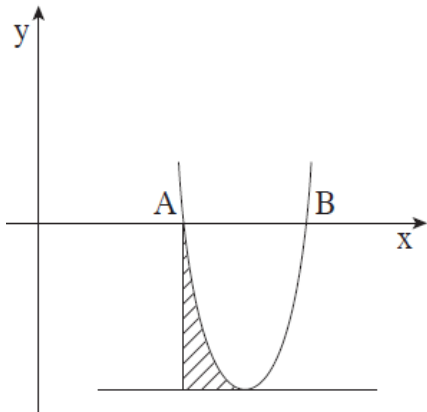
$$y = -2.5(0) + 18$$

$$y = 18$$

**תשובה סופית:**

18 (ב)  $a = 36$  (א)

**שאלה מספר 4.**

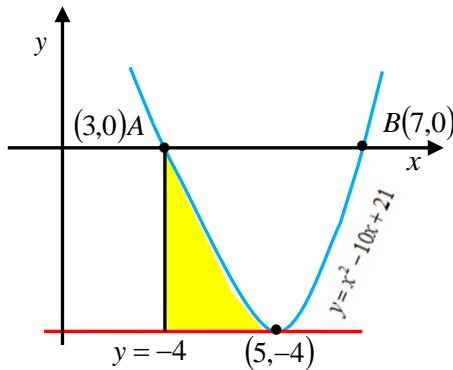


הפרבולה  $y = x^2 - 10x + 21$  חותכת את ציר ה- $x$  בנקודות A, ו-B. בנקודה A העבירו אנך לציר ה- $x$  ובנקודת המינימום של הפרבולה העבירו משיק לפרבולה (ראה ציור)

- (א) מצא את שיעורי הנקודות A ו B
- (ב) מצא את משוואת המשיק
- (ג) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המקווקו).

**פתרון**

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו B



**נקודות BA**

$$y = x^2 - 10x + 21$$

$$x = 0$$

$$0 = x^2 - 10x + 21$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{100 - 4(1)(21)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 4}{2}$$

A(3,0) B(7,0)

(ב) מצא את משוואת המשיק

**נקודת המינימום**

$$y = x^2 - 10x + 21$$

$$x = 5$$

$$y = (5)^2 - 10(5) + 21$$

$$y = -4$$

(5,-4)

**משוואת משיק**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(5, -4) \quad m = 0$$

$$y + 4 = 0(x - 5)$$

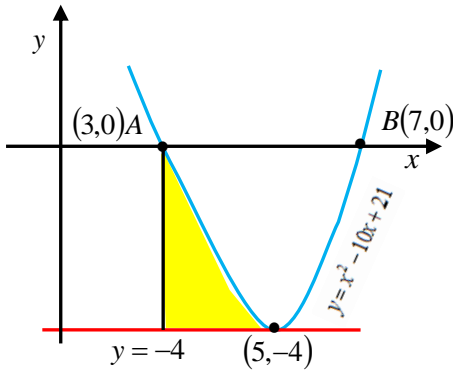
$$y = -4$$

$$0 = 2x - 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

(ג). מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי המשיק ועל ידי האנך ( השטח המקווקו ).



$x$	פונקציה עליונה	$x$
קטן/שמאל	$y = x^2 - 10x + 21$	גדול/ימין
$x = 3$	פונקציה תחתונה	$x = 5$
	$y = -4$	

$$S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} ( \text{פונקציה עליונה} ) - 1 \cdot ( \text{פונקציה תחתונה} ) dx$$

$$S_T = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21) - 1(-4) dx$$

$$S_T = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21 + 4) dx$$

$$S_T = \int_3^5 (x^2 - 10x + 25) dx$$

$$S_T = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{10x^2}{2} + 25x \right]_3^5$$

$$S_T = \left[ \frac{(5)^3}{3} - \frac{10(5)^2}{2} + 25(5) \right] - \left[ \frac{(3)^3}{3} - \frac{10(3)^2}{2} + 25(3) \right]$$

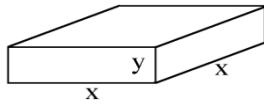
$$S_T = \left[ 41\frac{2}{3} \right] - [39]$$

$$S_T = 2\frac{2}{3}$$

**תשובה סופית:**

$S = 2\frac{2}{3}$  (ב)  $y = -4$  (5,-4) min (ב)  $A(3,0)$   $B(7,0)$  (א)

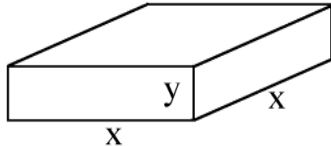
שאלה מספר 5.



בונים תיבה. גובה y ס"מ, ובסיסה ריבוע, שאורך צלעו x ס"מ  
 היקף של הפאה הצדדית שווה ל 18 ס"מ  
 (א) הבע באמצעות x את גובה התיבה y  
 (ב) מה צריך להיות האורך של צלע הבסיס כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?

פתרון:

1. משפט המטרה: שנפח התיבה יהיה מקסימלי



2. נוסחת המטרה:  $p = x \cdot x \cdot y \Rightarrow \max$

3. נוסחת עזר:  $2x + 2y = 18$

$$y = \frac{18}{2} - \frac{2x}{2}$$

$$y = 9 - x$$

4. פונקציית המטרה  $p = x \cdot x \cdot (9 - x)$

$$p = x^2 \cdot (9 - x)$$

$$p = 9x^2 - x^3$$

הפונקציה

$$P = 9x^2 - x^3$$

$$x = 6$$

$$P = 9(6)^2 - (6)^3$$

$$P = 108$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 18x - 3x^2$$

$$P' = 0$$

$$0 = 18x - 3x^2$$

$$0 = x \cdot (18 - 3x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 6$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = 18 - 6(x)$$

$$P''(0) = 18 - 6(0) = +18 \cup \min$$

$$P''(6) = 18 - 6(6) = -18 \cap \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 6 \quad \max$$

$$y = 9 - 6 = 3$$

$$p = 108$$

תשובה סופית:

$$p = 108 \quad (ג) \quad x = 6 \quad \max \quad (ב) \quad y = 9 - x \quad (א)$$

**שאלה 6 :** מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם (מדבקה סגולה)

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה
- ב. העבירו ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 0.5$ . מצא את משוואת המשיק
- ג. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים

**פתרון:**

- א. **מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה**  
**תשובה:** תחום ההגדרה : לשורש ריבועי מוגדר למספרים חיוביים בלבד  $x \geq 0$ .  
 תחום ההגדרה : לאחד חלקי איקס הוא  $x \neq 0$   
 לכן תחום ההגדרה הוא:  $x > 0$

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

$$f(x) = a\sqrt{bx}$$

$$f'(x) = \frac{a \cdot 1 \cdot b}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

- ב. **העבירו ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 0.5$ . מצא את משוואת המשיק**

**פונקציה**  
 $x=1 \quad y=?$   
 $f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$   
 $f(0.5) = \frac{1}{(0.5)} + 3\sqrt{2(0.5)}$   
 $y = 5$   
 $(0.5, 5)$

**נגזרת ראשונה**  
 $x=1 \quad m=?$   
 $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2x}}$   
 $f'(0.5) = -\frac{1}{(0.5)^2} + \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2(0.5)}} =$   
 $m = -1$

**משוואת משיק (ישר)**  
 $y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $(0.5, 5) \quad m = -1$   
 $(y - 5) = -1(x - 0.5)$   
 $y = -1x + 0.5 + 5$   
 $y = -1x + 5.5$

- ג. **מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים**

**חיתוך עם ציר y**  
 $y = -1x + 5.5$   
 $x = 0$   
 $y = -1(0) + 5.5$   
 $(0, 5.5)$

**חיתוך עם ציר x**  
 $y = -1x + 5.5$   
 $y = 0$   
 $0 = -1x + 5.5$   
 $(5.5, 0)$

**תשובה סופית:**

(א)  $x > 0$  (ב)  $y = -1x + 5.5$  (ג)  $(0, 5.5)$   $(5.5, 0)$