

מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ח 2008

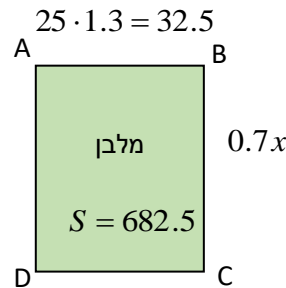
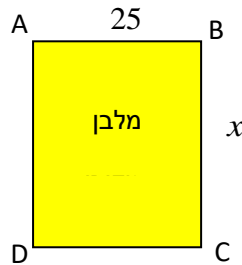
ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה -  $\frac{1}{3}$  נקודות)

שים לב ! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1.

נתון מלבן שאורך הצלע הקצרה שלו היא 25 ס"מ  
 הגדילו את אורך הצלע הקצרה ב 30% ,  
 והקטינו את אורך הצלע הארוכה ב 30%.  
 התקבל מלבן חדש ששטחו 682.5 סמ"ר  
 א. חשב את האורך של הצלע הארוכה של המלבן הנתון.  
 ב. חשב בכמה אחוזים שטח המלבן החדש קטן משטח המלבן הנתון.

פתרון:



$$1 + \frac{30\%}{100\%} = 1.3$$

$$1 - \frac{30\%}{100\%} = 0.7$$

שטח המלבן החדש

א. חשב את האורך של הצלע הארוכה של המלבן הנתון.

$$S = a \cdot b$$

$$682.5 = (32.5) \cdot (0.7x)$$

$$682.5 = 22.75x$$

$$x = 30$$

תשובה:  $x = 30$

ב. חשב בכמה אחוזים שטח המלבן החדש קטן משטח המלבן הנתון.

שטח המלבן המקורי:  $S = a \cdot b = 30 \cdot 25 = 750$   
 שטח המלבן החדש:  $S = 682.5$

ההפרש בין השטחים הוא:  $750 - 682.5 = 67.5$

שטח	אחוזים
67.5	x
750	100%

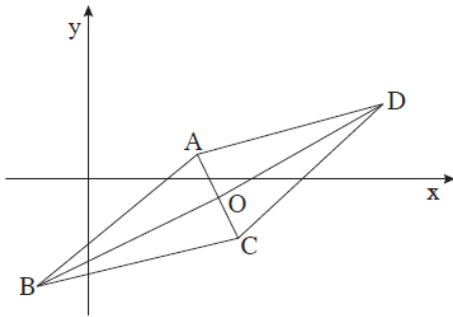
$$x = \frac{67.5 \cdot 100}{750} = 9\%$$

תשובה: קטן ב - 9%

תשובה סופית:

(א) האורך של הצלע הארוכה של המלבן היא 30 ס"מ  
 (ב) שטח המלבן החדש קטן ב - 9% משטח המלבן הנתון.

שאלה מספר 2.



במעוין ABCD שני קדקודים הם :  $A(6,1)$   $B(-3,-6)$

אחד מאלכסוני המעוין מונח על הישר  $y = \frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}$

ראה ציור

א. מצא את משוואת האלכסון השני של המעוין

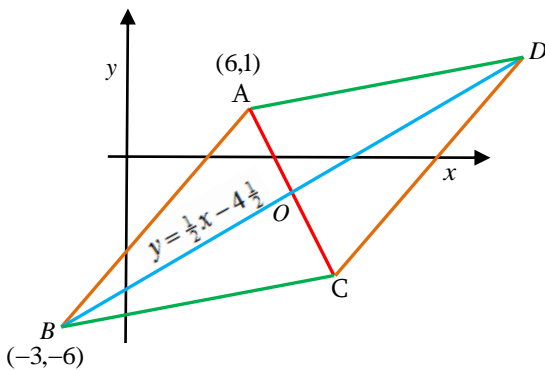
ב. (1) אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה O

מצא את שיעורי הנקודה O.

(2) חשב את שטח המעוין

פתרון:

(א) מצא את משוואת האלכסון השני של המעוין



שיפוע AC

$$m_{BD} = \frac{1}{2} \quad m_{AC} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(6,1) \quad m = -2$$

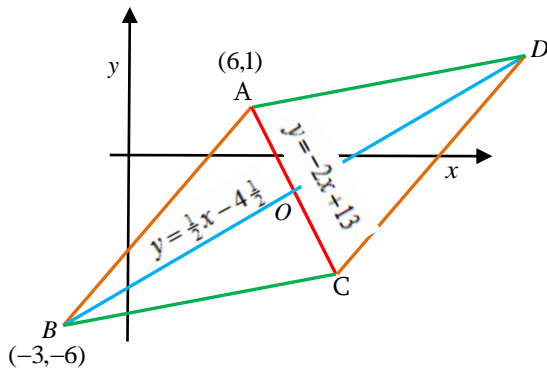
$$y - 1 = -2(x - 6)$$

$$y = -2x + 12 + 1$$

$$y = -2x + 13$$

תשובה:  $y_{AC} = -2x + 13$

(ב) אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה O מצא את שיעורי הנקודה O.



נקודה O

$$y_{AC} = y_{BD}$$

$$-2x + 13 = \frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x - 2x = -13 - 4\frac{1}{2}$$

$$-2\frac{1}{2}x = -17\frac{1}{2}$$

$$x = 7$$

$$y = -2x + 13$$

$$x = 7$$

$$y = -2(7) + 13$$

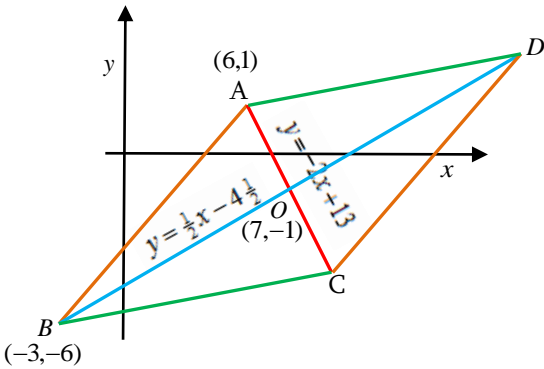
$$y = -1$$

$$O(7,-1)$$

תשובה:  $O(7,-1)$

**(2) חשב את שטח המעוין**

נחשב שטח המעוין ע"י כך שנחשב שטח משולש אחד ונכפיל ב-4 משולשים.



**אורך הקטע BO**

$$B(-3,-6) \quad O(7,-1)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (7 + 3)^2 + (-1 + 6)^2$$

$$d_{BO} = \sqrt{125}$$

$$d_{BO} = 11.18$$

**אורך הקטע AO**

$$A(6,1) \quad O(7,-1)$$

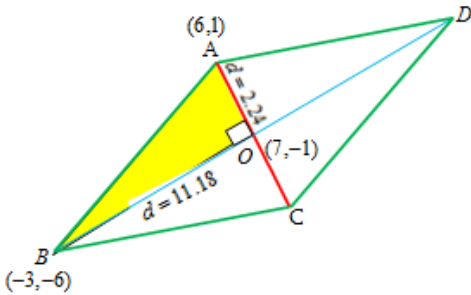
$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (7 - 6)^2 + (-1 - 1)^2$$

$$d_{AO} = \sqrt{5}$$

$$d_{AO} = 2.24$$



**שטח משולש AOB**

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{AO \cdot BO}{2}$$

$$S_{AOB} = \frac{11.18 \cdot 2.24}{2}$$

$$S_{AOB} = 12.52$$

**שטח המעוין**

$$S_{ABCD} = 4 \cdot S_{AOB}$$

$$S_{ABCD} = 4 \cdot 12.52 = 50$$

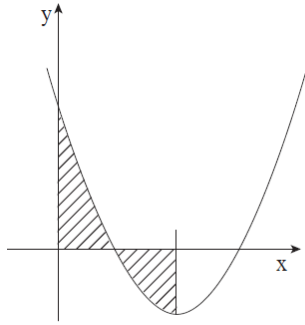
**תשובה:**  $S_{ABCD} = 50$

**תשובה סופית:**

$S_{ABCD} = 50$  (ב)  $O(7,-1)$  (ב)  $y_{AC} = -2x + 13$  (א)

שאלה מספר 3.

נתון הגרף של הפונקציה  $y = x^2 - 4x + a$  הוא פרמטר  $a$  (ראה ציור)



א. (1) מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודת המינימום של הפונקציה.

(2) נתון כי בנקודת המינימום של הפונקציה  $y = -1$

מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו אנך לציר ה- $x$

(ראה ציור) הצב בפונקציה את הערך של  $a$  שמצאת,

ומצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה

על ידי הצירים ועל ידי האנך (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

א. (1) מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודת המינימום של הפונקציה.

פונקציה

$$y = x^2 - 4x + a$$

$$y = -1$$

$$(2, -1)$$

נגזרת ראשונה

$$m=0$$

$$y = 2x - 4$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 2x - 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

נגזרת שנייה

$$\text{Max/min}$$

$$f''(x) = 2 \cup \text{min}$$

נקודת הקיצון

$$(2, -1) \cap \text{max}$$

(2) נתון כי בנקודת המינימום של הפונקציה  $y = -1$  מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

פונקציה

$$y = x^2 - 4x + a$$

$$(2, -1)$$

$$-1 = (2)^2 - 4(2) + a$$

$$-1 = 4 - 8 + a$$

$$a = 3$$

פונקציה

$$y = x^2 - 4x + 3$$

נקודות AB

$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$y = 0$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{16 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_A = 1 \quad x_B = 3$$

$x$ קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^2 - 4x + 3$	$x$ גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה $y = 0$	$x = 1$

$x$ קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = 0$	$x$ גדול/ימין
$x = 1$	פונקציה תחתונה $y = x^2 - 4x + 3$	$x = 2$

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx$$

$$S_1 = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 3x \right]_0^1$$

$$S_1 = \left[ \frac{(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 3(1) \right] - \left[ \frac{(0)^3}{3} - \frac{4(0)^2}{2} + 3(0) \right]$$

$$S_1 = \left[ 1\frac{1}{3} \right] - [0]$$

$$S_1 = \left[ 1\frac{1}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[ 1\frac{1}{3} \right] + \left[ \frac{2}{3} \right] = 2$$

$$S_2 = \int_1^2 (0) - (x^2 - 4x + 3) dx$$

$$S_2 = \int_1^2 (-x^2 + 4x - 3) dx$$

$$S_2 = \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} - 3x \right]_1^2$$

$$S_2 = \left[ -\frac{(2)^3}{3} + \frac{4(2)^2}{2} - 3(2) \right] - \left[ -\frac{(1)^3}{3} + \frac{4(1)^2}{2} - 3(1) \right]$$

$$S_2 = \left[ -\frac{2}{3} \right] - \left[ -1\frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = \left[ \frac{2}{3} \right]$$

**תשובה סופית:**

$$S_T = \left[ 1\frac{1}{3} \right] + \left[ \frac{2}{3} \right] = 2 \quad (\text{ב}) \quad a = 3 \quad (\text{א}) \quad x = 2 \quad (\text{א})$$

**שאלה מספר 4.**

נתונה הפונקציה  $y = \frac{18}{x^2 - 4}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה-y.
- ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

**פתרון**

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

פונקציה  
 $y = \frac{18}{x^2 - 4}$

$x^2 - 4 \neq 0$

$x \neq \pm\sqrt{4}$

$x \neq \pm 2$

**תשובה:**  $x \neq \pm 2$

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה-y.

**תשובה:**  $x = \pm 2$

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

בנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$y'(-1) = -36 \cdot (-1) > 0, \quad y'(1) = -36 \cdot (1) < 0$

-2	-1	0	1	2	x
	+	x=0	-		y'
	↘	Max	↙		מסקנה

$x = 0$  עוברים מעליה לירידה ולכן מקסימום.

תשובה:  $(0, -4.5)$  מקסימום.

**תשובה:**  $(0, -4.5) \cap \max$

פונקציה

$y = \frac{18}{x^2 - 4}$

$x = 0$

$y = \frac{18}{(0)^2 - 4}$

$y = -4.5$

$(0, -4.5)$

נגזרת ראשונה

$m=?$

$y' = -\frac{18 \cdot 2x}{(x^2 - 4)^2}$

$y' = -\frac{36 \cdot x}{(x^2 - 4)^2}$

$y' = m = 0$

$0 = -\frac{36 \cdot x}{(x^2 - 4)^2}$

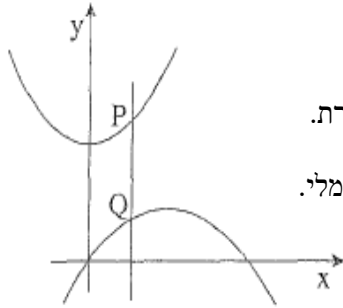
$0 = -36x$

$x = 0$

**תשובה סופית:**

(א)  $x \neq \pm 2$  (ב)  $x = 2 \quad x = -2$  (ג)  $\max (0, -4.5)$

**שאלה מספר 5.**



נתונים הגרפים של שתי הפרבולות:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x, \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 7$$

הנקודה P נמצאת על פרבולה אחת והנקודה Q נמצאת על הפרבולה האחרת.  
 הקטע PQ מקביל לציר ה-y (ראה ציור)  
 א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P כדי שאורך הקטע PQ יהיה מינימלי.  
 ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע PQ.

**פתרון:**

1. **משפט המטרה:** האורך המינימלי של הקטע PQ.

2. **נוסחת המטרה:**  $p = y_p - y_q \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:**  $y_p = \frac{1}{2}x^2 + 7$      $y_q = -\frac{1}{4}x^2 + 3x$

4. **פונקציית המטרה**  $p = y_p - y_q \Rightarrow \min$

$$p = [0.5x^2 + 7] - [-0.25x^2 + 3x]$$

$$p = 0.5x^2 + 7 + 0.25x^2 - 3x$$

$$p = 0.75x^2 - 3x + 7$$

**הפונקציה**

$$p = 0.75x^2 - 3x + 7$$

$$x = 2$$

$$p = 0.75(2)^2 - 3(2) + 7$$

$$p = 4$$

**נגזרת ראשונה**

$$p' = 1.5x - 3$$

$$p' = 0$$

$$0 = 1.5x - 3$$

$$1.5x = 3$$

$$x = 2$$

**נגזרת שנייה**

**Max/min**

$$p''(x) = +1.5 > \min$$

$$x = 2$$

$$y_p = 0.5x^2 + 7 = 0.5(2)^2 + 7 = 9$$

$$y_q = -0.25x^2 + 3x = -0.25(2)^2 + 3(2) = 5$$

**נקודה p**

$$p(2,9)$$

**ריכוז התשובות**

$$x = 2 \quad \min$$

$$y_p = 9$$

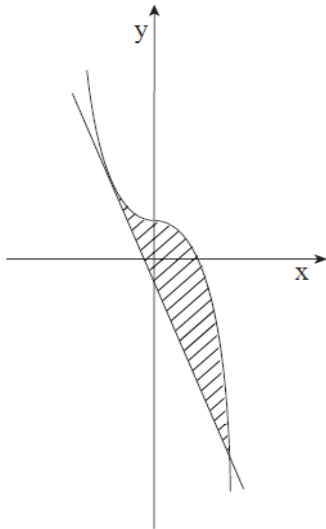
$$y_q = 5$$

$$p = 4$$

**תשובה סופית:**

**(א)**  $P(2,9) \min$     **(ב)**  $PQ = 4 \min$

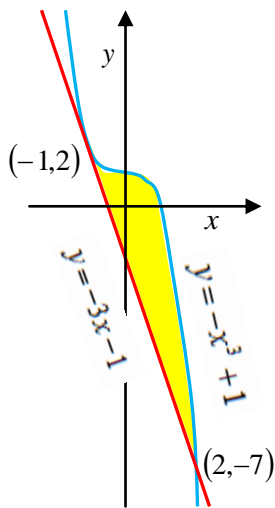
שאלה מספר 6 : מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם ( מדבקה סגולה )



- ישר משיק לגרף הפונקציה  $y = -x^3 + 1$   
 העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -1$   
 (א) מצא את משוואת המשיק  
 (ב) המשיק חותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת שבה  $x = 2$   
 מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  
 ועל ידי המשיק השטח המקווקו בציר

**פתרון**

(א) מצא את משוואת המשיק



**פונקציה**

**נגזרת/שיפוע**

$$y = -x^3 + 1$$

$$y' = -3x^2$$

$$x = -1$$

$$x = -1$$

$$y = -(-1)^3 + 1$$

$$m = -3(-1)^2$$

$$y = 2$$

$$m = -3$$

$$(-1, 2)$$

**משוואת משיק**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(-1, 2) \quad m = -3$$

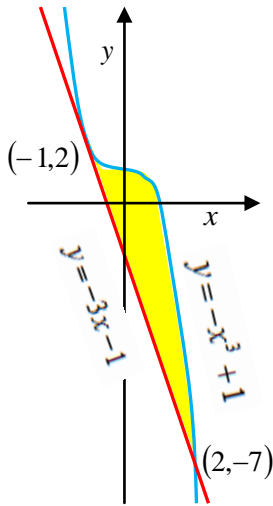
$$y - 2 = -3(x + 1)$$

$$y = -3x - 3 + 2$$

$$y = -3x - 1$$



(ב). חשב את השטח המוגבל על-ידי הפרבולה ועל-ידי הישר MB (השטח המקווקו בצירור).



$x$	פונקציה עליונה	$x$
קטן/שמאל	$y = -x^3 + 1$	גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה	$x = 2$
	$y = -3x - 1$	

$$S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} (פונקציה עליונה) - 1 \cdot (פונקציה תחתונה) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^2 (-x^3 + 1) - 1(-3x - 1) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^2 (-x^3 + 1 + 3x + 1) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^2 (-x^3 + 3x + 2) dx$$

$$S_T = \left[ -\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^2$$

$$S_T = \left[ -\frac{(2)^4}{4} + \frac{3(2)^2}{2} + 2(2) \right] - \left[ -\frac{(-1)^4}{4} + \frac{3(-1)^2}{2} + 3(-1) \right]$$

$$S_T = [6] - \left[ -\frac{3}{4} \right]$$

$$S_T = 6\frac{3}{4}$$

**תשובה סופית:**

$S = 6\frac{3}{4}$  (ב)       $y = -3x - 1$  (א)