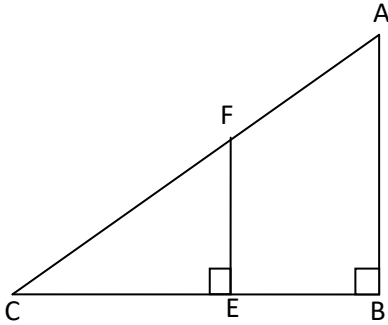


מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תשס"ח 2008

ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה -  $\frac{1}{3}$  נקודות)

שים לב ! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

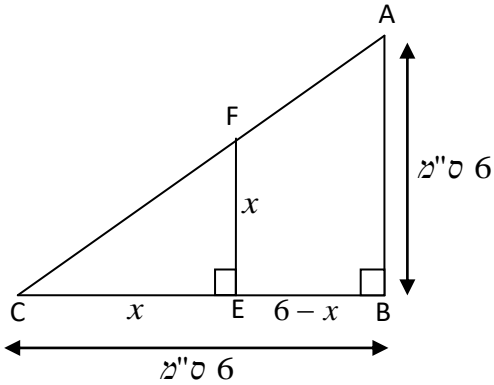


שאלה מספר 1

במשולש ישר זווית ושווה שוקיים ABC הנקודה F נמצאת על היתר AC והנקודה E נמצאת על הניצב BC כך ש- CE מאונך ל FE. (ראה ציור)  
 שטח המשולש FEC הוא 80% משטח הריבוע ABEF.  
 נתון 6 ס"מ = BA = BC נסמן  $EF = EC = x$ .  
 א. מצא את x.  
 ב. מצא את היקף המשולש CFE.

פתרון:

א. מצא את x.



שטח המשולש ABC :  $S_{ABC} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$

שטח המשולש CEF :  $S_{CEF} = \frac{x \cdot x}{2} = 0.5x^2$

שטח המרובע ABEF :  $S_{ABEF} = 18 - 0.5x^2$

שטח המשולש FEC הוא 80% משטח הריבוע ABEF.

$$S_{CEF} = 0.8 \cdot S_{ABEF}$$

$$0.5x^2 = 0.8 \cdot (18 - 0.5x^2)$$

$$0.5x^2 = 14.4 - 0.4x^2$$

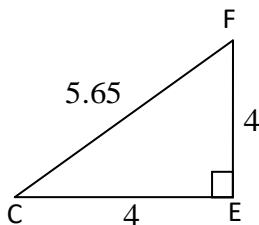
$$0.9x^2 = 14.4$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4$$

תשובה:  $x = 4$

ב. מצא את היקף המשולש CFE.



$$CF^2 = 4^2 + 4^2$$

$$CF = \sqrt{32}$$

$$CF = 5.65$$

$$P_{CEF} = 4 + 4 + 5.65$$

$$P_{CEF} = 13.65$$

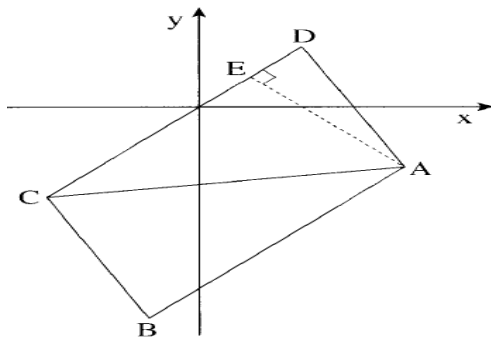
תשובה:  $P_{CEF} = 13.65$

תשובה סופית:

(ב)  $P_{CEF} = 13.65$

(א) 4 ס"מ

שאלה מספר 2.



אחד מקודקודי המקבילית ABCD הוא  $B(-1, -7)$   
הצלע CD מונחת על הישר  $y = x$ .

האלכסון AC מונח על הישר  $y = \frac{1}{7}x - \frac{18}{7}$

- א. מצא את שיעורי הקדקוד C.  
 ב. (1) מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.  
 (2) מצא את שיעורי הקדקוד A.  
 ג. מקדקוד A הורידו אנך לצלע CD, החותך אותה בנקודה E (ראה ציור)  
 מצא את שיעורי הנקודה E.

**פתרון:**

**(א) מצא את שיעורי הקדקוד C.**

נקודה C

$$y_{CD} = y_{AC}$$

$$1x = \frac{1}{7}x - \frac{18}{7}$$

$$1x - \frac{1}{7}x = -\frac{18}{7}$$

$$\frac{6}{7}x = -\frac{18}{7}$$

$$x = -3$$

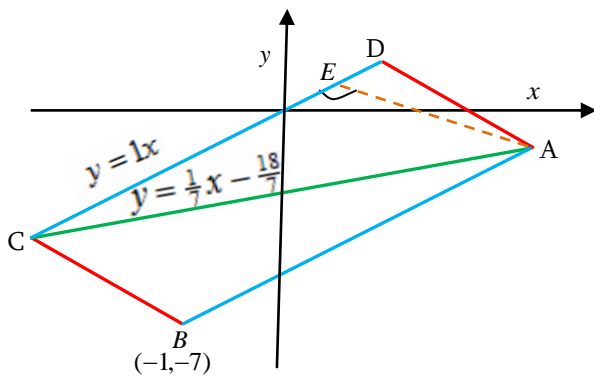
$$y = 1x$$

$$y = 1(-3)$$

$$y = -3$$

$$C(-3, -3)$$

**תשובה:**  $C(-3, -3)$



**(ב1) מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.**

שיפוע AB

$$m_{CD} = 1 \quad m_{AB} = 1$$

קווים מקבילים

שיפועים זהים

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

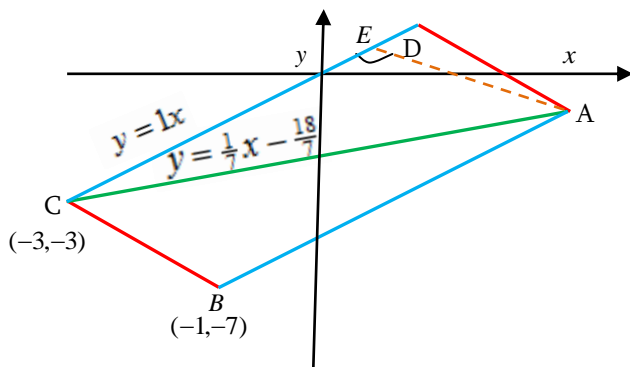
$$(-1, -7) \quad m = 1$$

$$y + 7 = 1(x + 1)$$

$$y = 1x + 1 - 7$$

$$y = 1x - 6$$

**תשובה:**  $y_{AB} = 1x - 6$



**(ב2) מצא את שיעורי הקדקוד A.**

נקודה A

$$y_{AC} = y_{AB}$$

$$\frac{1}{7}x - \frac{18}{7} = 1x - 6$$

$$\frac{1}{7}x - 1x = -6 + \frac{18}{7}$$

$$-\frac{6}{7}x = -3\frac{3}{7}$$

$$x = 4$$

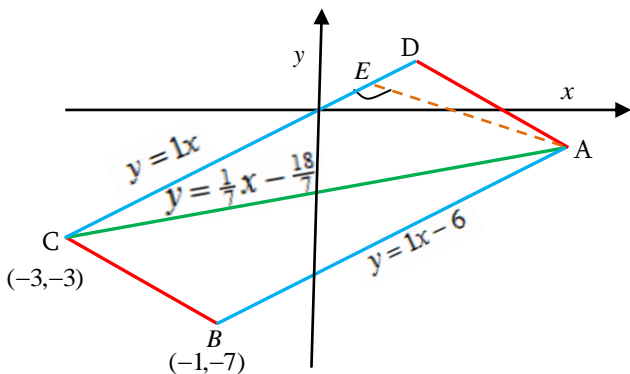
$$y = 1x - 6$$

$$y = 1(4) - 6$$

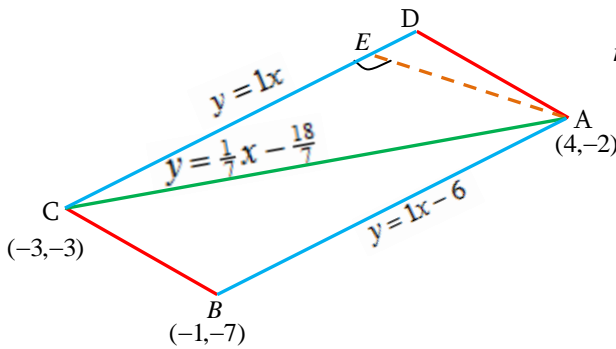
$$y = -2$$

$$A(4, -2)$$

**תשובה:**  $A(4, -2)$



(ג) מקדקוד A הורידו אנך לצלע CD, החותך אותה בנקודה E (ראה ציור) מצא את שיעורי הנקודה E.



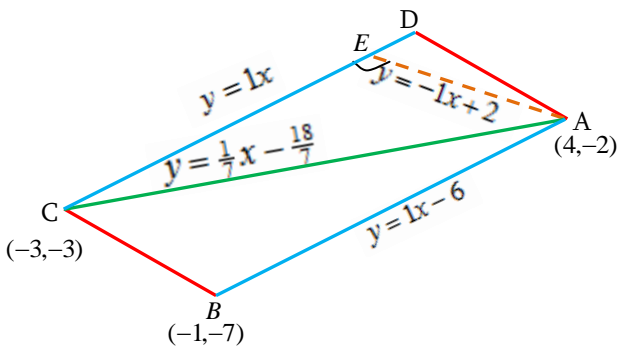
שיפוע AE

$m_{CD} = 1 \quad m_{AE} = -1$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AE

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ (4, -2) \quad m &= -1 \\ y + 2 &= -1(x - 4) \\ y &= -1x + 4 - 2 \\ y &= -1x + 2 \end{aligned}$$



נקודה E

$$\begin{aligned} y_{AE} &= y_{CD} & y &= 1x \\ -1x + 2 &= 1x & x &= 1 \\ 2 &= 1x + 1x & y &= 1(1) \\ 2 &= 2x & y &= 1 \\ x &= 1 & E &= (1, 1) \end{aligned}$$

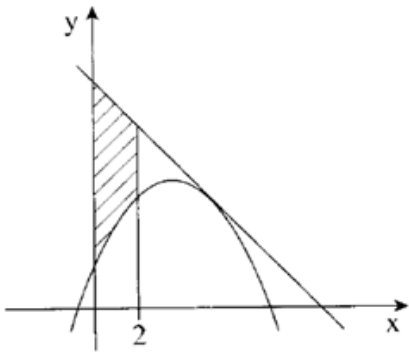
תשובה: E(1,1)

תשובה סופית:

E(1,1) (ג)    A(4,-2) (ב)     $y_{AB} = x - 6$  (א)    C(-3,-3) (א)

**שאלה מספר 3.**

נתון הגרף של הפונקציה  $y = -x^2 + ax + a + 1$  הוא פרמטר מעבירים משיק שבה  $x = 5$  (ראה ציור) שיפוע המשיק הוא  $-4$ .  
 א. חשב את ערך הפרמטר  $a$ .  
 ב. מצא את הערך של  $a$  שחישבת בסעיף א:  
 ג. מצא את משוואת המשיק.  
 ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק, על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $x = 2$  (השטח המקווקו בציור)



**פתרון:**

- א. מצא את הפרמטר  $a$ .
- ב. מצא את משוואת המשיק.

**משוואת המשיק**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(5,12) \quad m = 4$$

$$y - 12 = -4(x - 5)$$

$$y = -4x + 20 + 12$$

$$y = -4x + 32$$

**תשובה:**  $a = 6$

**נגזרת ראשונה**

$$m = -4$$

$$f'(x) = -2x + a$$

$$m = 4$$

$$x = 5$$

$$-4 = -2(5) + a$$

$$-4 = -10 + a$$

$$a = 6$$

$$f'(x) = -2x + 6$$

**פונקציה**

$$x = 5 \quad y = ?$$

$$y = -x^2 + ax + a + 1$$

$$y = -x^2 + 6x + 6 + 1$$

$$y = -x^2 + 6x + 7$$

$$y = -(5)^2 + 6(5) + 7$$

$$y = 12$$

$x$ קטן/שמאל	<b>פונקציה עליונה</b> $y = -4x + 32$	$x$ גדול/ימין
$x = 0$	<b>פונקציה תחתונה</b> $f(x) = -x^2 + 6x + 7$	$x = 2$

$$S_T = \int_0^2 (-4x + 32) - 1 \cdot (-x^2 + 6x + 7) dx$$

$$S_T = \int_0^2 (-4x + 32 + x^2 - 6x - 7) dx$$

$$S_T = \int_0^2 (x^2 - 10x + 25) dx$$

$$S_T = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{10x^2}{2} + 25x \right]_0^2 = \left[ \frac{x^3}{3} - 5x^2 + 25x \right]_0^2$$

$$S_T = \left[ \frac{(2)^3}{3} - 5(2)^2 + 25(2) \right] - \left[ \frac{(0)^3}{3} - 5(0)^2 + 25(0) \right]$$

$$S_T = \left[ 32\frac{2}{3} \right] - [0]$$

$$S_T = 32\frac{2}{3}$$

**תשובה סופית:**

$S = 32\frac{2}{3}$  (ג)       $y_{\text{משיק}} = -4x + 32$  (ב)       $a = 6$  (א)

**שאלה מספר 4.**

נתונה הפונקציה  $y = \frac{2}{x} + \frac{2}{4-x}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה-y.
- ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- ד. הראה כי לפונקציה אין נקודת חיתוך לא עם ציר ה-y ולא עם ציר ה-x.

**פתרון:**

(א.) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה ?

**תשובה:** תחום ההגדרה הוא :  $x \neq 0$   
 $x \neq 4$   
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה-y.

**תשובה:** האסימפטוטה :  $x = 0$   $x = 4$   
 ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

**פונקציה**  
**y=?**  
 $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{2}{4-x}$   
 $f(2) = \frac{2}{(2)} + \frac{2}{4-(2)}$   
 $y = 2$   
 (2,2)

**נגזרת ראשונה**  
 $f'(x) = -\frac{2 \cdot 1}{x^2} - \frac{2 \cdot (-1)}{(4-x)^2}$   
 $f'(x) = \frac{-2}{x^2} + \frac{2}{(4-x)^2}$   
 $f'(x) = \frac{-2(4-x)^2 + 2 \cdot x^2}{x^2(4-x)^2}$   
 $f'(x) = \frac{-2(16-8x+x^2) + 2x^2}{x^2(4-x)^2}$   
 $f'(x) = \frac{-32+16x-2x^2+2x^2}{x^2(4-x)^2}$   
 $f'(x) = \frac{-32+16x}{x^2(4-x)^2}$   
 $f'(x) = m = 0$   
 $0 = \frac{-32+16x}{x^2(4-x)^2}$   
 $0 = -32+16x$   
 $32 = 16x$   
 $x = 2$

**נגזרת שנייה**  
**max/min**  
 $f''(x) = 16 = +16 \cup \min$

**נקודות הקיצון:**  
 $(2,2) \cup \min$

ד. הראה כי לפונקציה אין נקודת חיתוך לא עם ציר ה-y ולא עם ציר ה-x.

**פונקציה**  
**x=0**  
 $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{2}{4-x}$   
 $x \neq 0$

**פונקציה**  
**y=0**  
 $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{2}{4-x}$   
 $0 = \frac{2}{x} + \frac{2}{4-x}$   
 $0 = 2(4-x) + 2x$   
 $0 = 8 - 2x + 2x$   
 $0 \neq 8$

**תשובה סופית:**

(א)  $x \neq 0$   $x \neq 4$  (ב)  $x = 4$  (ג)  $(2,2) \min$  (ד) הוכחה  $8=0$

**שאלה מספר 5.**

מבין כל שני מספרים  $x$  ו-  $y$  המקיימים  $2x + y = 50$   
 (א) מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי  
 (ב) מהו סכום ריבועיהם מינימלי.

**פתרון:**

1. **משפט המטרה:** שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי

2. **נוסחת המטרה:**  $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:**  $2x + y = 50 \Rightarrow y = 50 - 2x$

4. **פונקציית המטרה**  $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

$p = x^2 + (50 - 2x)^2$

$p = x^2 + 2500 - 200x + 4x^2$

$p = 5x^2 - 200x + 2500$

**הפונקציה**

$p = 5x^2 - 200x + 2500$

$x = 20$

$p = 5(20)^2 - 200(20) + 2500$

$p = 500$

**נגזרת ראשונה**

$p' = 10x - 200$

$p' = 0$

$0 = 10x - 200$

$10x = 200$

$x = 20$

**נגזרת שנייה**

**Max/min**

$P''(x) = +10 \cup \min$

**המספר השני** :  $y = 50 - 2x$

$x = 20$

$y = 50 - 2(20)$

$y = 10$

**המספר הראשון:**  $x = 20$

**ריכוז התשובות**

$x = 20$  min

$y = 10$

$p = 500$

**תשובה סופית:**

$p = 500$  min (א)  $x = 20$   $y = 10$  (ב)

**שאלה 6 :** מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם ( מדבקה סגולה )

הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  היא  $f'(x) = ax + 4$  והוא פרמטר  $a$  משוואת הישר, המשיק לפונקציה בנקודה שבה  $x = -1$ , היא  $y = 2x - 3$ .

**א.** מצא את הפרמטר  $a$ .  
**ב.** מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

**פתרון:**

**א.** מצא את הפרמטר  $a$ .

**משוואת המשיק**

$$\begin{aligned} x &= -1 \quad y = ? \\ y &= 2x - 3 \\ x &= -1 \\ y &= 2(-1) - 3 \\ y &= -5 \\ (-1, -5) \end{aligned}$$

**נגזרת ראשונה**

$$\begin{aligned} m &= 2 \\ f'(x) &= ax + 4 \\ m &= 2 \\ x &= -1 \\ 2 &= a(-1) + 4 \\ -2 &= -1a \\ a &= 2 \\ f'(x) &= 2x + 4 \end{aligned}$$

**תשובה:**  $a = 2$

**(ב) מצא את הפונקציה  $f(x)$ .**

**פונקציה**

$$\begin{aligned} x &= -1 \quad y = -5 \\ f(x) &= \int (2x + 4)dx + C \\ f(x) &= \frac{2x^2}{2} + 4x + C \\ f(x) &= 1x^2 + 4x + c \\ -5 &= (-1)^2 + 4(-1) + C \\ -5 &= 1 - 4 + C \\ -2 &= C \\ f(x) &= x^2 + 4x - 2 \end{aligned}$$

**אינטגרציה**

←

**נגזרת ראשונה**

$$\begin{aligned} m &= 0 \\ f'(x) &= 2x + 4 \end{aligned}$$

**תשובה:**  $f(x) = x^2 + 4x - 2$

**תשובה סופית:**

**(א)**  $A = 2$       **(ב)**  $y = x^2 + 4x - 2$