

מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ח 2008

ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות)

שים לב ! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1.

שני סוחרים קנו טלוויזיות .
 מחיר כל אחד מהטלוויזיות הוא 3000 שקל.
 סוחר א' קיבל הנחה של 10% על כל הקנייה, וסוחר ב' קיבל הנחה של 20% על כל הקנייה.
 סוחר ב' קנה 2 טלוויזיות יותר משקנה סוחר א', ושניהם שילמו אותו סכום עבור הקנייה שלהם.
 כמה טלוויזיות קנה כל סוחר ?

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

הנחה של 20% הנחה של 10%

נתונים
 הגדרת המשתנים: x - כמות הטלוויזיות שקנה סוחר א

$$1 - \frac{10}{100} = 0.9 \qquad 1 - \frac{20}{100} = 0.8$$

משוואה	טלוויזיות			
	סה"כ	כמות	מחיר	
$y = 2700x$	$2700x$	x	$3000 \cdot 0.9$	סוחר א'
$y = 2400(x + 2)$	$2400(x + 2)$	$x + 2$	$3000 \cdot 0.8$	סוחר ב'

$$y = y$$

$$\begin{cases} y = 2700x \\ y = 2400(x + 2) \end{cases}$$

$$2700x = 2400(x + 2)$$

$$2700x = 2400x + 4800$$

$$300x = 4800$$

$$x = 16$$

סה"כ הקנייה

$$y = 2700x$$

$$y = 2700(16)$$

$$y = 43,200$$

כמה טלוויזיות קנה כל סוחר ?
תשובה: סוחר א' קנה 16 טלוויזיות,
 סוחר ב' קנה 18 טלוויזיות.

תשובה סופית:

סוחר א' קנה 16 טלוויזיות, סוחר ב' קנה 18 טלוויזיות

שאלה מספר 2.

במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$)

היתר AC מונח על הישר $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

והניצב BC מונח על הישר $y = -\frac{1}{7}x + \frac{8}{7}$

קדקוד B מונח על ציר ה- x (ראה ציור)

א. (1) מצא את שיעורי הקדקוד B

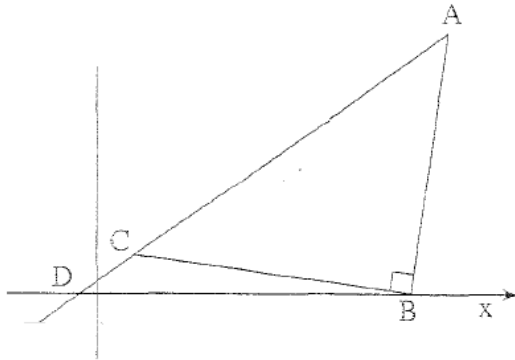
(2) מצא את משוואת הישר שעליו מונח הניצב BA .

ב. הישר שעליו מונח היתר AC

חותך את ציר ה- x בנקודה D

(1) מצא את אורך הקטע BD .

(2) מצא את שטח המשולש ADB



פתרון:

(א) מצא את שיעורי הקדקוד B

נקודה B

$$y = -\frac{1}{7}x + \frac{8}{7}$$

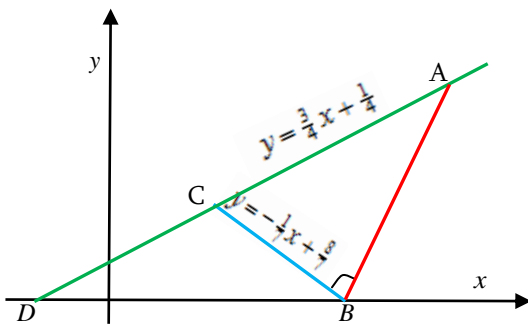
$$y = 0$$

$$0 = -\frac{1}{7}x + \frac{8}{7}$$

$$\frac{1}{7}x = \frac{8}{7}$$

$$x = 8 \quad B(8,0)$$

תשובה: $B(8,0)$



(א) מצא את משוואת הישר שעליו מונח הניצב AB.

שיפוע AB

$$m_{CB} = -\frac{1}{7} \quad m_{AB} = 7$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AB

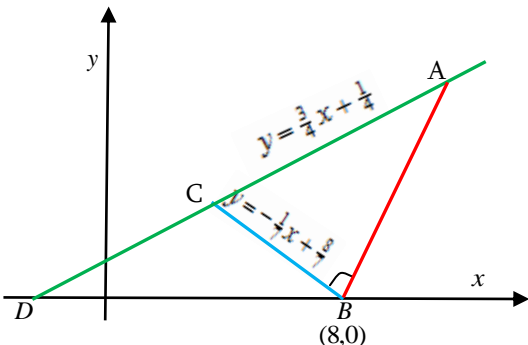
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(8,0) \quad m = 7$$

$$y + 0 = 7(x - 8)$$

$$y = 7x - 56$$

תשובה: $y_{BA} = 7x - 56$



(ב) הישר שעליו מונח היתר AC חותך את ציר ה- x בנקודה D מצא את אורך הקטע BD.

נקודה D

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$-\frac{3}{4}x = \frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

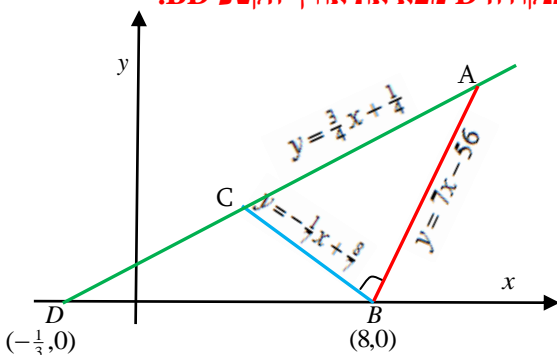
$$D(-\frac{1}{3}, 0)$$

אורך הקטע BD

$$D(-3,0) \quad B(8,0)$$

$$d = \frac{1}{3} + 8 = 8\frac{1}{3}$$

תשובה: $BD = 8\frac{1}{3}$

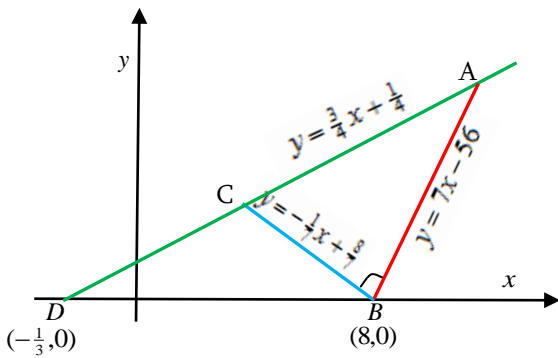


(2) מצא את שטח המשולש ADB.

נחשב את נקודה A

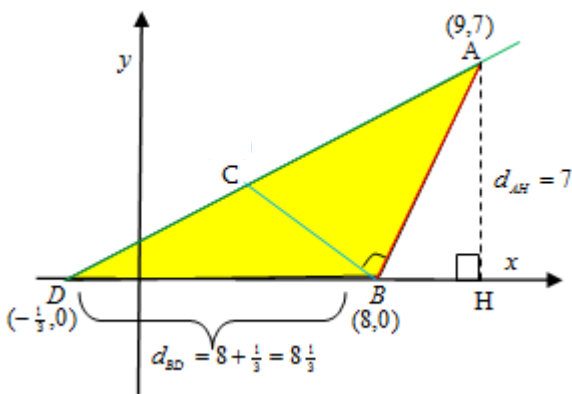
נקודה A

$$\begin{aligned}
 y_{AC} &= y_{AB} & y &= 7x - 56 \\
 \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} &= 7x - 56 & x &= 9 \\
 56 + \frac{1}{4} &= 7x - \frac{3}{4}x & y &= 7(9) - 56 \\
 56\frac{1}{4} &= 6\frac{1}{4}x & y &= 7 \\
 x &= 9 & A &= (9,7)
 \end{aligned}$$



נחשב את שטח המשולש ADB

הגובה במשולש הוא גובה חיצוני היורד מנקודה A והוא 7



$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{AH \cdot BD}{2}$$

$$S_{ADB} = \frac{8\frac{1}{3} \cdot 7}{2}$$

$$S_{ADB} = 29\frac{1}{6}$$

תשובה: $S_{ADB} = 29\frac{1}{6}$

תשובה סופית:

$S_{ADB} = 29\frac{1}{6}$ (2ב) $BD = 8\frac{1}{3}$ (1ב) $y_{BA} = 7x - 56$ (2א) $B(8,0)$ (1א)

שאלה מספר 3.

נתונה הפונקציה $f(x) = (ax-1)(4-x^2)$ (a הוא פרמטר)
 א. ישר, המקביל לציר ה-x, משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$ מצא את ערך הפרמטר a.

ב. הצב בפונקציה הנתונה $f(x) = (ax-1)(4-x^2)$ את הערך של $a = 2$ ומצא:

- (1) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
 - (2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.
 - (3) את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

פתרון:

א. ישר, המקביל לציר ה-x, משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$ מצא את ערך הפרמטר a.

פונקציה
 $y=?$

$$f(x) = (ax-1)(4-x^2)$$

$$f(x) = 4ax - ax^3 - 4 + x^2$$

נגזרת ראשונה
 $m=0$

$$f'(x) = 4a - 3ax^2 + 2x$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$x = 1$$

$$0 = 4a - 3a(-1)^2 + 2(-1)$$

$$0 = 4a - 3a - 2$$

$$a = 2$$

תשובה: $a = 2$

(ב). מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

חיתוך עם ציר ה-x
 $y=0$

$$f(x) = (2x-1)(4-x^2)$$

$$y = 0$$

$$0 = (2x-1)(4-x^2)$$

$$0 = (2x-1) \quad (4-x^2) = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \quad x_2 = +2 \quad x_3 = -2$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad (2, 0) \quad (-2, 0)$$

חיתוך עם ציר ה-y
 $x=0$

$$f(x) = (2x-1)(4-x^2)$$

$$x = 0$$

$$y = (2(0)-1)(4-(0)^2) = -4$$

$$(0, -4)$$

נקודות החיתוך עם הצירים

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad (2, 0) \quad (-2, 0) \quad (0, -4)$$

תשובה

(ב3). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

פונקציה

$y=?$

$f(x) = (2x-1)(4-x^2)$

$f(x) = 8x - 2x^3 - 4 + x^2$

$f(x) = -2x^3 + x^2 + 8x - 4$

$f(-1) = -2(-1)^3 + (-1)^2 + 8(-1) - 4 = -9$

$(-1, -9)$

$f(1\frac{1}{3}) = -2(1\frac{1}{3})^3 + (1\frac{1}{3})^2 + 8(1\frac{1}{3}) - 4 = 3\frac{19}{27}$

$(1\frac{1}{3}, 3\frac{19}{27})$

נגזרת ראשונה

$m=0$

$f'(x) = -6x^2 + 2x + 8$

$f'(x) = m = 0$

$0 = -6x^2 + 2x + 8$

$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4 - 4(-6)(8)}}{2 \cdot (-6)}$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 14}{-12}$

$x_1 = -1 \quad x_2 = +1\frac{1}{3}$

נגזרת שנייה

max/min

$f''(x) = -12x + 2$

$f''(-1) = -12(-1) + 2 = +14 \cup \text{min}$

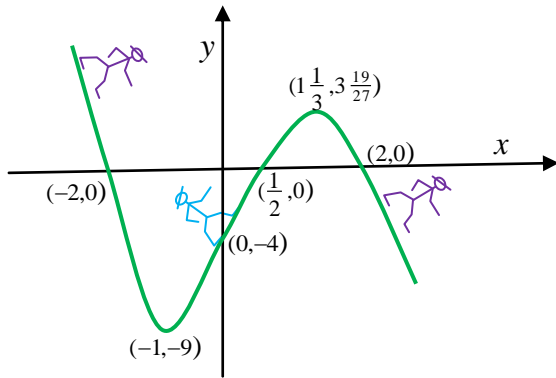
$f''(1\frac{1}{3}) = -12(1\frac{1}{3}) + 2 = -14 \cap \text{max}$

תשובה

נקודת הקיצון

$(1\frac{1}{3}, 3\frac{19}{27}) \cap \text{max}$

$(-1, -9) \cup \text{min}$



(ג). שרטט את הפונקציה במערכת צירים, ומצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

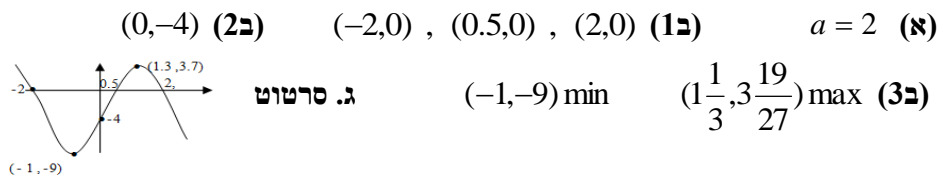
תשובה: הפונקציה יורדת $-\infty < x < -1$

וגם ב- $1\frac{1}{3} < x < +\infty$

הפונקציה עולה $-1 < x < 1\frac{1}{3}$

x	ירידה	x	עלייה	x	ירידה	x
$-\infty$	$< x <$	-1	$< x <$	$1\frac{1}{3}$	$< x <$	$+\infty$
$(-1, -9) \cup \text{min} \quad (1\frac{1}{3}, 3\frac{19}{27}) \cap \text{max}$						

תשובה סופית:

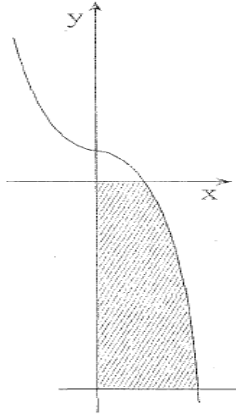


(א) a = 2 **(ב1)** (-2, 0), (0.5, 0), (2, 0) **(ב2)** (0, -4)

ג. סרטוט

(ב3) $(1\frac{1}{3}, 3\frac{19}{27}) \text{max}$ $(-1, -9) \text{min}$

שאלה מספר 4.



נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 1$

ונתון הישר $y = -7$

א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה

(1) עם ציר ה- x .

(2) עם הישר $y = -7$

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי הישר $y = -7$, ועל ידי הצירים

(השטח המקוקן בציר)

פתרון:

(א). מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה

(1) עם ציר ה- x .

$$f(x) = -x^3 + 1$$

$$y = 0$$

$$0 = -x^3 + 1$$

$$x^3 = 1$$

$$x = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$(1,0)$$

(2) עם הישר $y = -7$

$$f(x) = -x^3 + 1$$

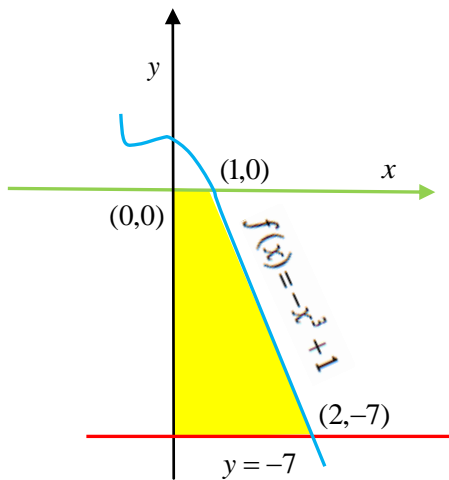
$$y = -7$$

$$-7 = -x^3 + 1$$

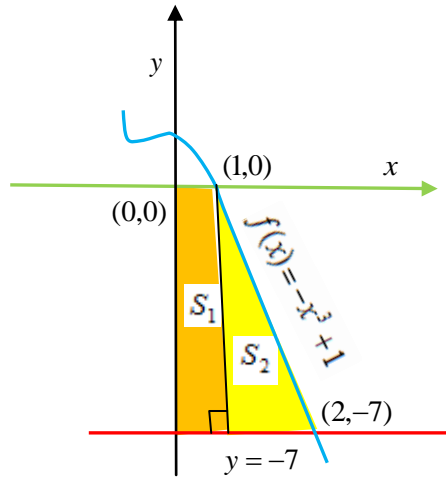
$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$(2,-7)$$



(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $y = -7$, על ידי הצירים (השטח המקווקו בצירור)



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 0$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = -7$	$x = 1$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^3 + 1$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 1$	$y = -7$	$x = 2$

$$S_1 = \int_0^1 (0) - (-7) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (0+7) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (7) dx$$

$$S_1 = \left[7x \right]_0^1$$

$$S_1 = [7 \cdot (1)] - [3(0)]$$

$$S_1 = [7] - [0]$$

$$S_1 = [7]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = [7] + \left[4 \frac{1}{4} \right] = 11 \frac{1}{4}$$

$$S_2 = \int_1^2 (-x^3 + 1) - (-7) dx$$

$$S_2 = \int_1^2 (-x^3 + 1 + 7) dx$$

$$S_2 = \int_1^2 (-x^3 + 8) dx$$

$$S_2 = \left[-\frac{x^4}{4} + 8x \right]_1^2$$

$$S_2 = \left[-\frac{(2)^4}{4} + 8(2) \right] - \left[-\frac{(1)^4}{4} + 8(1) \right]$$

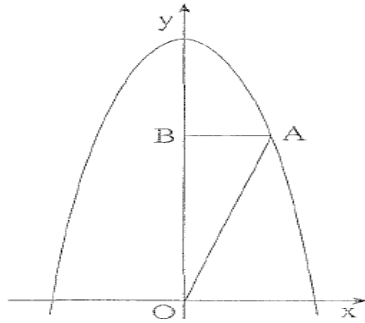
$$S_2 = [12] - \left[7 \frac{3}{4} \right]$$

$$S_2 = \left[4 \frac{1}{4} \right]$$

תשובה סופית:

$$S = 7 + 4 \frac{1}{4} = 11 \frac{1}{4} \quad (\text{ב}) \quad (2,-7) \quad (\text{א}) \quad (1,0) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 5.



נתונה הפרבולה $y = -x^2 + 12$.
 ישר המקביל לציר ה- x חותך את הפרבולה
 בנקודות A ואת ציר ה- y הנקודה B (ראה ציור).
 נסמן את ראשית הצירים ב- O .
א. מה צריך להיות אורך הקטע AB,
 כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?
ב. מהו השטח המקסימלי של משולש AOB?

פתרון:

1. משפט המטרה: שטח המשולש AOB יהיה מקסימלי

2. נוסחת המטרה: $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

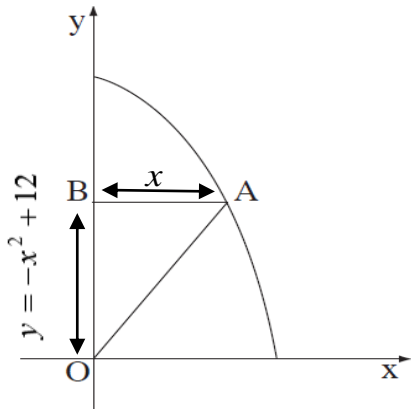
3. נוסחת עזר: $y = -x^2 + 12$

4. פונקציית המטרה $S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

$$p = \frac{(x) \cdot (-x^2 + 12)}{2}$$

$$p = \frac{-1x^3 + 12x}{2} = \frac{-1x^3}{2} + \frac{12x}{2}$$

$$p = -0.5x^3 + 6x$$



הפונקציה

$$P = -0.5x^3 + 6x$$

$$x = 2$$

$$P = -0.5(2)^3 + 6(2)$$

$$P = 8$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -1.5x^2 + 6$$

$$P' = 0$$

$$0 = -1.5x^2 + 6$$

$$1.5x^2 = 6$$

$$x^2 = 4 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -3x$$

$$P''(2) = -3(2) = -6 \cap \max$$

$$P''(-2) = -3(-2) = +6 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \max$$

$$y_A = 8$$

$$p = 8$$

$$x = 2$$

$$y_A = -x^2 + 12 = -(2)^2 + 12 = 8$$

$$A(2,8)$$

תשובה סופית:

$S = 8 \max$ (ב) $AB = 2 \max$ (א)

שאלה 6: מיועדת רק לתלמידים שאושר להם מבחן מותאם (מדבקה סגולה)

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = ax - 3$ a הוא פרמטר שיפוע גרף הפונקציה בנקודה שבה $(3, -1)$ הוא 9.
א. מצא את ערך פרמטר a .
ב. מצא את $f(4)$.

פתרון:

א. מצא את הפרמטר a .

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} m &= 2 \\ f'(x) &= ax - 3 \\ m &= 9 \\ x &= 3 \\ 9 &= a(3) - 3 \\ 12 &= 3a \\ a &= 4 \\ f'(x) &= 4x - 3 \end{aligned}$$

תשובה: $a = 2$

(ב) מצא את הפונקציה $f(x)$.

פונקציה

$$\begin{aligned} x = 3 \quad y = -1 \\ f(x) &= \int (4x - 3)dx + C \\ f(x) &= \frac{4x^2}{2} - 3x + C \\ f(x) &= 2x^2 - 3x + c \\ -1 &= 2(3)^2 - 3(3) + C \\ -1 &= 18 - 9 + C \\ -10 &= C \\ f(x) &= 2x^2 - 3x - 10 \end{aligned}$$

אינטגרציה

⇐

נגזרת ראשונה

$$f'(x) = 2x + 3$$

תשובה: $f(x) = 2x^2 - 3x - 10$

ב. מצא את $f(4)$

פונקציה

$$\begin{aligned} x = 4 \quad y = ? \\ f(x) &= 2x^2 - 3x - 10 \\ y &= 2(4)^2 - 3(4) - 10 \\ y &= 32 - 12 - 10 \\ y &= 10 \\ f(4) &= 10 \end{aligned}$$

תשובה: $f(4) = 10$

תשובה סופית:

(א) $A = 4$ **(ב)** $f(x) = 2x^2 - 3x - 10$ $f(4) = 10$