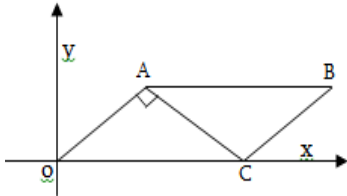


מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשס"ט

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

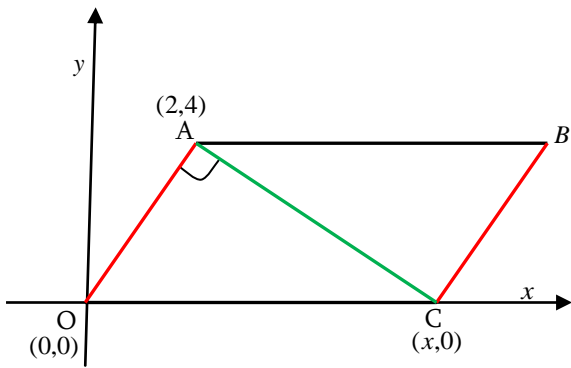


נתונה מקבילית OABC קדקוד O בראשית הצירים וקדקוד C על ציר ה- x (ראה ציור) נתון זווית OAC שווה ל- 90° מעלות שיעורי קדקוד A הם $A(2,4)$

(א) מצא את משוואת הצלע OA
 (ב) מצא את משוואת האלכסון AC.
 (ג) מצא את השיעורים של קדקוד C.
 (2) מצא את השיעורים של הקדקוד B.

פתרון:

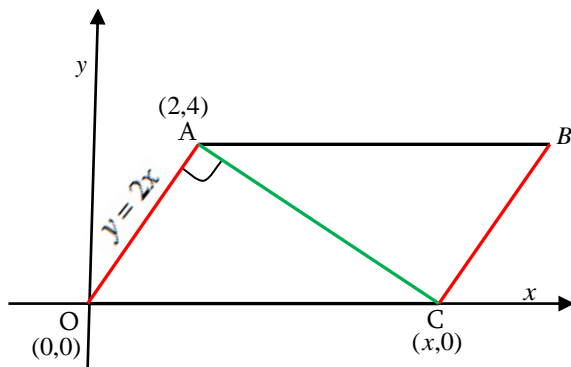
(א) מצא את משוואת הצלע OA



<u>שיפוע AO</u>	<u>משוואת OA</u>
$O(0,0)$ $A(2,4)$	$y - y_1 = m(x - x_1)$
(x_1, y_1) (x_2, y_2)	$(0,0)$ $m = 2$
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y - 0 = 2(x - 0)$
	$y = 2x$
$m_{OA} = \frac{(4) - (0)}{(2) - (0)} = \frac{4}{2} = 2$	

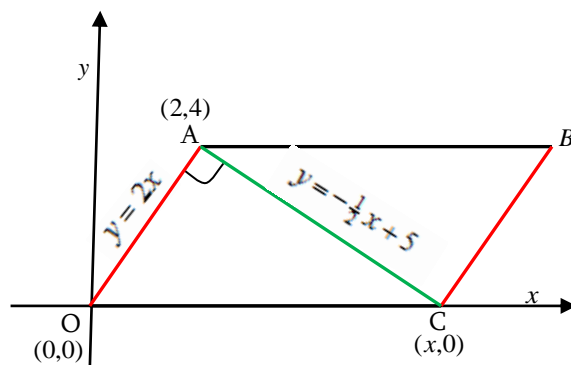
תשובה: $y = 2x$

(ב) מצא את משוואת האלכסון AC.



<u>שיפוע AE</u>	<u>משוואת AE</u>
$m_{OA} = 2$ $m_{AC} = -\frac{1}{2}$	$y - y_1 = m(x - x_1)$
<u>שיפוע הופכי נגדי</u>	$(2,4)$ $m = -\frac{1}{2}$
	$y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 2)$
	$y = -\frac{1}{2}x + 1 + 4$
	$y = -\frac{1}{2}x + 5$
	<u>תשובה:</u> $y = -\frac{1}{2}x + 5$

(ג) מצא את השיעורים של קדקוד C.



נקודה C

$$y = -\frac{1}{2}x + 5$$

$$y = 0$$

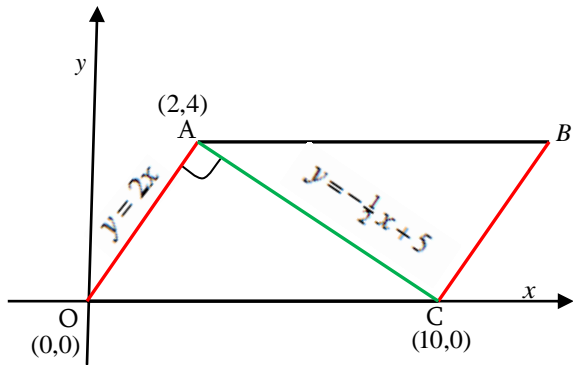
$$0 = -\frac{1}{2}x + 5$$

$$\frac{1}{2}x = 5$$

$$x = 10$$

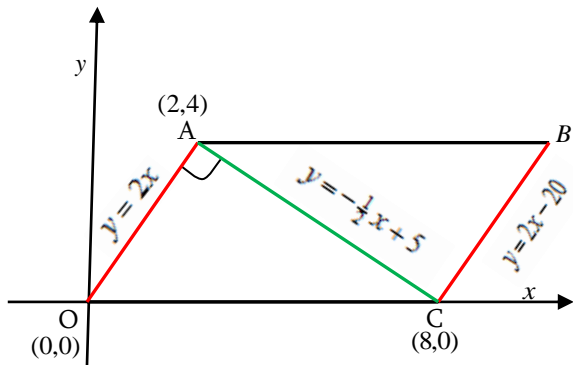
תשובה: $C(10,0)$

(2ג) מצא את השיעורים של הקדקוד B.



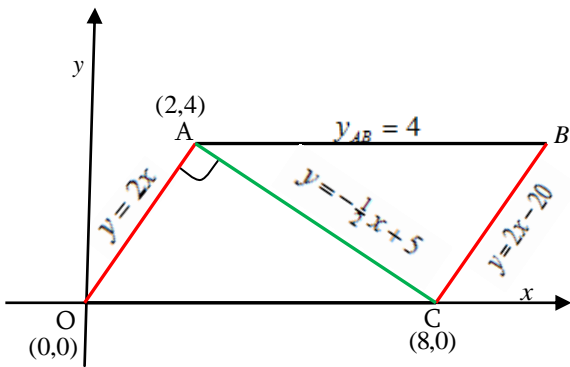
שיפוע BC
 $m_{AO} = 2 \quad m_{BC} = 2$
 קווים מקבילים
 שיפועים זהים

משוואת BC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(10,0) \quad m = 2$
 $y + 0 = 2(x - 10)$
 $y = 2x - 20$



שיפוע AB
 $m_{AB} = 0$
 מקביל לציר x

משוואת AB
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $m_{AB} = 0 \quad A(2,4)$
 $y - 4 = 0(x - 2)$
 $y = 4$



נקודה B

$y_{AB} = y_{BC}$
 $4 = 2x - 20$
 $4 + 20 = 2x$
 $24 = 2x$
 $x = 12$
 $B(12,4)$

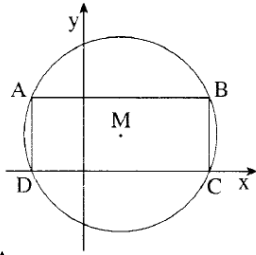
תשובה: $B(12,4)$

תשובה סופית:

(א) $y = 2x$ **(ב)** $y = -\frac{1}{2}x + 5$ **(ג1)** $C(10,0)$ **(ג2)** $B(12,4)$

שאלה מספר 2

נתון מעגל שמשוואתו $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$, ומרכזו M. המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות C ו-D (ראה ציור).
א. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.
ב. במעגל חסום מלבן ABCD (ראה ציור).
ג. מצא את הקדקודים A ו-B.
ד. חשב את היקף המשולש AMD.



פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

הנקודות C ו-D

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$y = 0$$

$$(x-5)^2 + (0-5)^2 = 169$$

$$(x-5)^2 + 25 = 169$$

$$(x-5)^2 = 169 - 25$$

$$x-5 = \pm\sqrt{144}$$

$$x = \pm 12 + 5$$

$$x = +12 + 5 \quad x = -12 + 5$$

$$x_1 = 17 \quad x_2 = -7$$

$$D(-7,0) \quad C(17,0)$$

תשובה: $D(-6,0) \quad C(17,0)$

ב. במעגל חסום מלבן ABCD (ראה ציור) מצא את הקדקודים A ו-B.

הנקודות C ו-B

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$x = 17$$

$$(17-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$(12)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$(y-5)^2 = 169 - 144$$

$$y-5 = \pm\sqrt{25}$$

$$y = \pm 5 + 5$$

$$y = +5 + 5 \quad y = -5 + 5$$

$$y_1 = 10 \quad y_2 = 0$$

$$B(17,10) \quad C(17,0)$$

הנקודות D ו-A

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$x = -7$$

$$(-7-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$(-12)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$(y-5)^2 = 169 - 144$$

$$y-5 = \pm\sqrt{25}$$

$$y = \pm 5 + 5$$

$$y = +5 + 5 \quad y = -5 + 5$$

$$y_1 = 10 \quad y_2 = 0$$

$$A(-7,10) \quad C(-7,0) \quad B(17,10) \quad A(-6,10)$$

תשובה:

היקף המשולש AMD

$$MD = R = \sqrt{169} = 13$$

$$MA = R = \sqrt{169} = 13$$

$$AD = 24$$

$$P = 13 + 13 + 24 = 50$$

ג. חשב את היקף המשולש AMD.

תשובה: $P = 50$

תשובה סופית:

א. $D(-6,0) \quad C(17,0)$ **ב.** $A(-6,10) \quad B(17,10)$ **ג.** 50

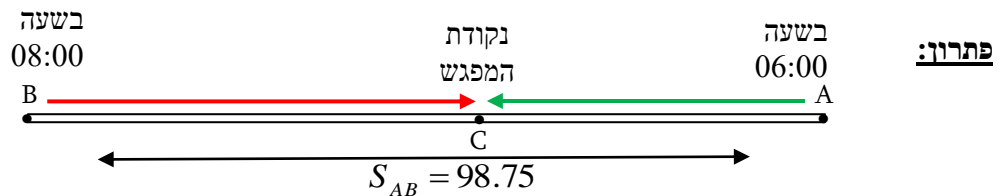
פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת: <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 3

בשעה 6^{00} בבוקר יצא רוכב אופניים ראשון מעיר A לעיר B, והוא רכב במהירות של 10 קמ"ש. בשעה 8^{00} בבוקר יצא רוכב אופניים שני מעיר B לעיר A. והוא רכב במהירות הגדולה פי 1.25 מהמהירות של הרוכב הראשון.

המרחק בין עיר A לעיר B הוא 98.75 ק"מ (מהירויות הרוכבים היו קבועות).
 כעבור כמה שעות מרגע היציאה של רוכב האופניים הראשון, ייפגשו שני הרוכבים?



רוכב מעיר B			רוכב מעיר A		
דרך	זמן	מהירות	דרך	זמן	מהירות
$S = t \cdot v$	t	v	$S = t \cdot v$	t	v
המתנה	2		$S = 80 \cdot t$	t	10
$S = 12.5 \cdot (t - 2)$	$t - 2$	$10 \cdot 1.25 = 12.5$			

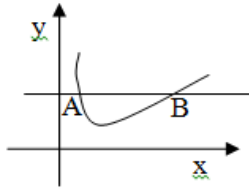
כעבור כמה שעות מרגע היציאה של רוכב האופניים הראשון, ייפגשו שני הרוכבים?

$$\begin{aligned}
 S_1 + S_2 &= 98.75 \\
 10t + 12.5(t - 2) &= 98.75 \\
 10t + 12.5t - 25 &= 98.75 \\
 22.5t &= 123.75 \\
 t &= 5.5
 \end{aligned}$$

תשובה: כעבור 5.5 שעות מרגע היציאה של רוכב האופניים מעיר A, ייפגשו שני הרוכבים או בשעה 11.30

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה $y = 2x + \frac{1}{x}$ בתחום $x > 0$



הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה A ונקודה B (ראה ציור) (א.) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .

(ב.) מעבירים לגרף הפונקציה משיק בנקודה A ומשיק בנקודה B מצא את המשוואות של שני המשיקים.

(ג.) שני המשיקים נפגשים בנקודה P מצא את שיעורי הנקודה P.

פתרון:

(א.) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .

נקודות A, B

$$y = y$$

$$f(x) = 2x + \frac{1}{x}$$

$$y = 3$$

$$3 = 2x + \frac{1}{x}$$

$$3x = 2x^2 + 1$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{9 - 4(2)(1)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = 0.5 \quad x_2 = 1$$

$$A(0.5, 3) \quad B(1, 3)$$

תשובה: $A(0.5, 3) \quad B(1, 3)$

(ב.) מצא את המשוואות של שני המשיקים.

נגזרת ראשונה

$$x = 0.5 \quad m = ?$$

$$f'(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(0.5) = 2 - \frac{1}{(0.5)^2}$$

$$m = -2$$

$$x = 1 \quad m = ?$$

$$f'(1) = 2 - \frac{1}{(1)^2}$$

$$m = 1$$

משוואת משיק (ישר)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1, 3) \quad m = 1$$

$$y - 3 = 1(x - 1)$$

$$y = 1x - 1 + 3$$

$$y = 1x + 2$$

משוואת משיק (ישר)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0.5, 3) \quad m = -2$$

$$(y - 3) = -2(x - 0.5)$$

$$y = -2x + 1 + 3$$

$$y = -2x + 4$$

תשובה: $y = -2x + 4 \quad y = 1x + 2$

(ג.) שני המשיקים נפגשים בנקודה P מצא את שיעורי הנקודה

$$y = 1x + 2$$

$$y = -2x + 4$$

$$-2x + 4 = 1x + 2$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$y = 1\left(\frac{2}{3}\right) + 2$$

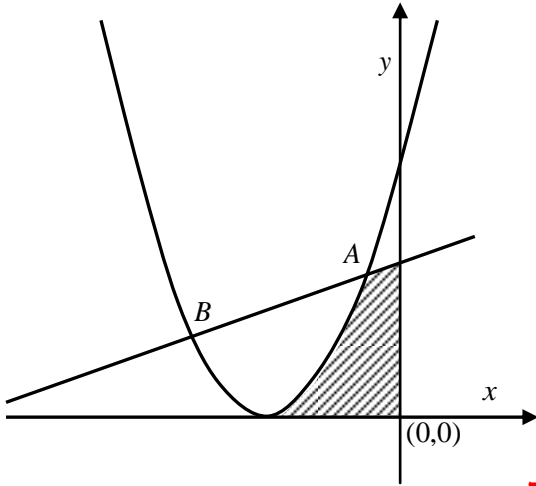
$$y = 2\frac{2}{3}$$

$$P\left(\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}\right)$$

תשובה: $P\left(\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}\right)$

תשובה סופית: א. $A(0.5, 3) \quad B(1, 3)$.(ב.) $y = -2x + 4 \quad y = 1x + 2$.(ג.) $P\left(\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}\right)$

שאלה מספר 5



בציור מוצגת הפרבולה $f(x) = (x + 3)^2$ ומוצג הישר $y = x + 5$

הפרבולה והישר נפגשים בנקודות A ו-B (A מימין ל-B).
(א) מצא את שיעור ה-x של נקודת המינימום של הפרבולה.
(ב) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי הישר, על ידי ציר ה-y ועל ידי ציר ה-x (השטח המקווקו בציור)

A

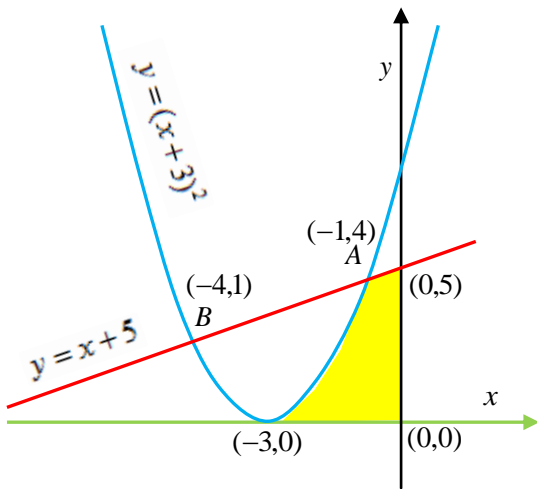
פתרון:

(א) מצא את שיעור ה-x של נקודת המינימום של הפרבולה.

פונקציה
 $y = ?$
 $f(x) = (x + 3)^2$
 $f(x) = x^2 + 6x + 9$
 $f(-3) = (-3)^2 + 6(-3) + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$
 $(-3, 0)$

נגזרת ראשונה
 $m = 0$
 $f'(x) = 2x + 6$
 $f'(x) = 0$
 $0 = 2x + 6$
 $-2x = 6$
 $x = -3$

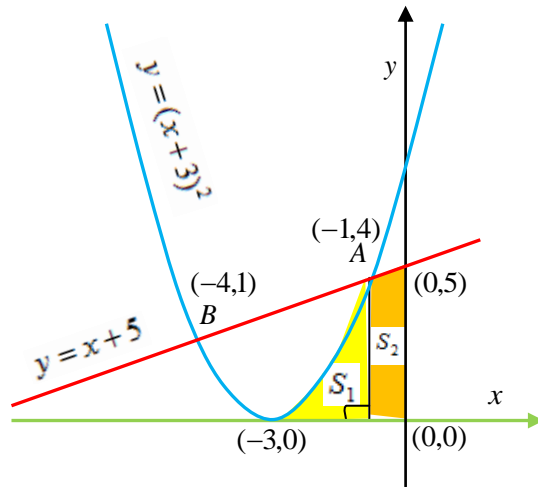
נגזרת שנייה
 Max/min
 $f''(x) = +2 \cup \text{min}$
נקודת הקיצון
 $(-3, 0) \cup \text{min}$



נקודות AB
 $f(x) = y$
 $x^2 + 6x + 9 = x + 5$
 $x^2 + 6x + 9 - x - 5 = 0$
 $x^2 + 5x + 4 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(1)(4)}}{2(1)}$
 $x_{1,2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$
 $x_A = -1 \quad x_B = -4$

נקודות AB
 $y = x + 5$
 $x = -1$
 $y = (-1) + 5 = 4$
 $A(-1, 4)$
 $x = -4$
 $y = (-4) + 5 = 1$
 $B(-4, 1)$

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי הישר, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בצירור)



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$f(x) = x^2 + 6x + 9$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -3$	$y = 0$	$x = -1$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x + 5$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -1$	$y = 0$	$x = 0$

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} (x^2 + 6x + 9) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} (x^2 + 6x + 9 - 0) dx$$

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} (x^2 + 6x + 9) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 9x \right]_{-3}^{-1}$$

$$S_1 = \left[\frac{(-1)^3}{3} + \frac{6(-1)^2}{2} + 9(-1) \right] - \left[\frac{(-3)^3}{3} + \frac{6(-3)^2}{2} + 9(-3) \right]$$

$$S_1 = \left[-\frac{1}{3} \right] - \left[-9 \right]$$

$$S_1 = \left[2\frac{2}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[2\frac{2}{3} \right] + \left[4\frac{1}{2} \right] = 7\frac{1}{6}$$

$$S_2 = \int_{-1}^0 (x + 5) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_{-1}^0 (x + 5 - 0) dx$$

$$S_2 = \int_{-1}^0 (x + 5) dx$$

$$S_2 = \left[-\frac{x^2}{2} + 5x \right]_{-1}^0$$

$$S_2 = \left[\frac{(0)^2}{2} + 5(0) \right] - \left[\frac{(-1)^2}{2} + 5(-1) \right]$$

$$S_2 = \left[0 \right] - \left[-4\frac{1}{2} \right]$$

$$S_2 = \left[4\frac{1}{2} \right]$$

תשובה סופית:

$$S_T = \left[2\frac{2}{3} \right] + \left[4\frac{1}{2} \right] = 7\frac{1}{6} \quad \text{(ב)} \quad \text{(א)} \quad (-3, 0)$$

שאלה מספר 6:

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 8(x-1)^3$
א. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
ב. נתון כי ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$ הוא 3 מצא את $f(x)$.

פתרון:

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נגזרת ראשונה

$$x = ? \quad m = 0$$

$$f'(x) = 8(x-1)^3$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = 8(x-1)^3$$

$$x = 1$$

0	1	2	x
-	0	+	y'
↘	Min	↗	מסקנה

$f'(x) = 8(x-1)^3$	$f'(x) = 8(x-1)^3$	$f'(x) = 8(x-1)^3$
$x = 0$	$x = 0$	$x = 2$
$f'(x) = 8(0-1)^3$	$f'(x) = 8(0-1)^3$	$f'(x) = 8(2-1)^3$
$f'(x) = -8$	$f'(x) = -8$	$f'(x) = +8$

תשובה: $x = 1 \cup \min$

ב. נתון כי ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$ הוא 3 מצא את $f(x)$.

פונקציה קדומה

$$f(x) = \int f'(x) dx + c$$

$$f(x) = \int 8(x-1)^3 dx + c$$

$$f(x) = \frac{8(x-1)^4}{4} + c$$

$$f(x) = 2(x-1)^4 + c$$

$$x = 1 \quad y = 3$$

$$3 = 2(1-1)^4 + c$$

$$c = 3$$

$$f(x) = 2(x-1)^4 + 3$$

תשובה: $f(x) = 2(x-1)^4 + 3$

תשובה: (א) $\min(1,3)$ (ב) $f(x) = 2(x-1)^4 + 3$

בהצלחה