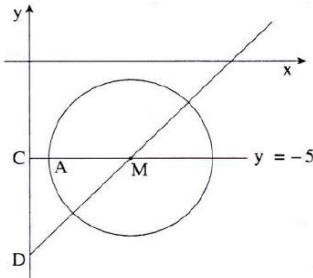


מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשס"ט

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב ! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

1. הנקודה M נמצאת על הישר שמשוואתו $y = x - 10$ וגם על הישר שמשוואתו $y = -5$ (ראה ציור)



א. מצא את השיעורים של הנקודה M הנקודה M היא מרכז המעגל.

ב. הנקודה A (1, -5) נמצאת על מעגל זה. (ראה ציור)
 ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.
 (2) רשום את משוואת המעגל.

ג. הישר $y = -5$ חותך את ציר ה- y בנקודה C והישר $y = x - 10$ חותך את ציר ה- y בנקודה D (ראה ציור) מצא את שטח המשולש DCM

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודה M הנקודה M היא מרכז המעגל.
 הנקודה A(1,-5) נמצאת על מעגל זה. (ראה ציור)

נקודה M

$$y = x - 10$$

$$y = -5$$

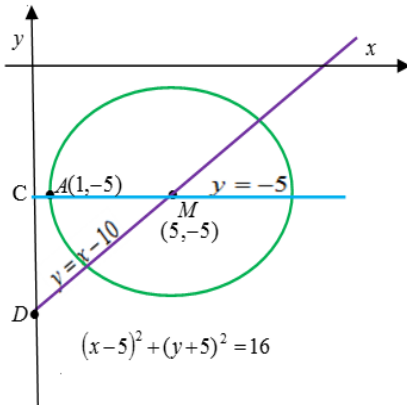
$$-5 = x - 10$$

$$x = 5$$

$$M(5, -5)$$

תשובה: $M(5, -5)$

(ב) מצא את רדיוס המעגל.



מציאת רדיוס המעגל R^2

$$A(1, -5) \quad M(5, -5)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (5 - 1)^2 + (-5 + 5)^2$$

$$R^2 = d^2 = 16$$

$$R = 4$$

תשובה: $R = 4$

משוואת המעגל

$$M(5, -5) \quad R^2 = 16$$

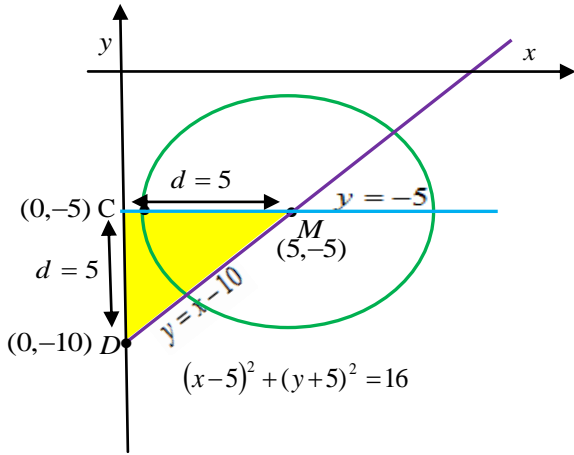
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 16$$

(ב) רשום את משוואת המעגל

תשובה: $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 16$

(ג) הישר $y = -5$ תותך את ציר ה- y בנקודה C והישר $y = x - 10$ תותך את ציר ה- y בנקודה D (ראה ציור) מצא את שטח המשולש DMC



נקודה D

$$y = x - 10$$

$$x = 0$$

$$y = (0) - 10$$

$$y = -10$$

$$D(0, -10)$$

נקודה C

$$y = -5$$

$$x = 0$$

$$C(0, -5)$$

מצא את שטח המשולש DMC

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{DMC} = \frac{5 \cdot 5}{2} \quad S_{DMC} = 12.5$$

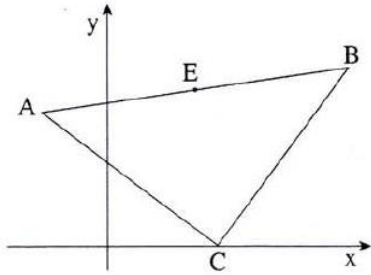
תשובה: $S_{DMC} = 12.5$

תשובה סופית:

(א) $M(5, -5)$ (ב) $R = 4$ (ג) $S = 12.5$ (ד) $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 16$

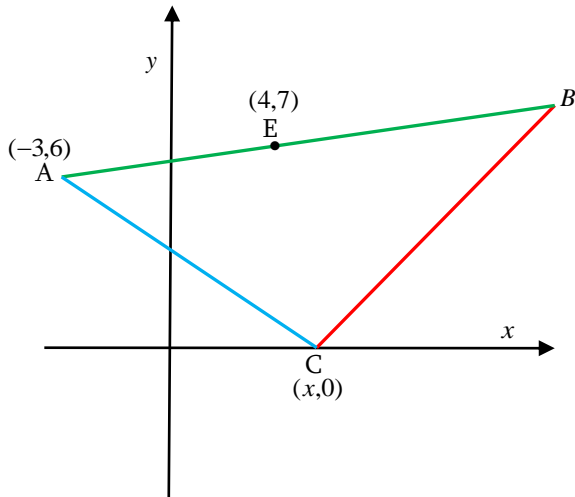
שאלה מספר 2

2. במשולש ABC שיעורי הקודקוד A הם $(-3, 6)$. הנקודה E $(4, 7)$ היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).
א. מצא את שיעורי הקודקוד B.
 שיעורי הקודקוד C הם $(x, 0)$, $x < 11$, אורך הצלע BC הוא 10.
ב. מצא את שיעור ה- x של קודקוד C.
ג. הוכח כי הצלע AC מאונכת לצלע BC.



פתרון

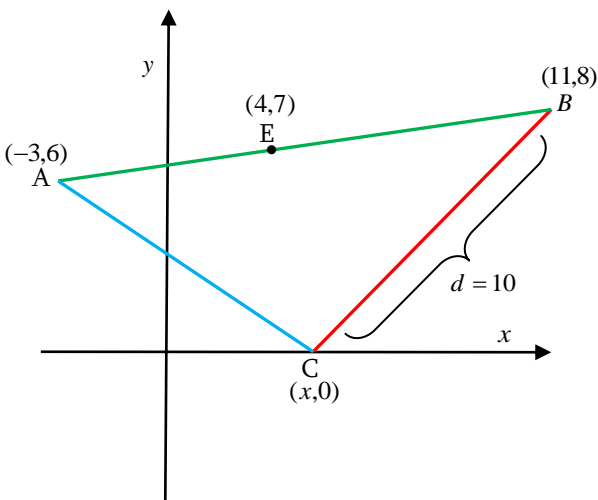
- (א) מצא את שיעורי הקודקוד B.**
 הנקודה $E(4,7)$ היא אמצע הצלע AB



A	E	B
$(-3, 6)$	$(4, 7)$	(x_2, y_2)
x_1, y_1	x_M, y_M	
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$4 = \frac{(-3) + x_2}{2}$		$7 = \frac{6 + y_2}{2}$
$8 = -3 + x_2$		$14 = 6 + y_2$
$x_2 = 11$		$y_2 = 8$
B(11,8)		

תשובה: B(11,8)

- שיעורי הקודקוד C הם $(x, 0)$, $x < 11$, אורך הצלע BC הוא 10.
(ב) מצא את שיעור ה- x של קודקוד C.



$$B(11,8) \quad C(x,0) \quad d = 10$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$10^2 = (x - 11)^2 + (0 - 8)^2$$

$$100 = (x - 11)^2 + 64$$

$$100 - 64 = (11 - x)^2$$

$$36 = (11 - x)^2$$

$$\pm \sqrt{36} = 11 - x$$

$$+6 = 11 - x_1 \quad -6 = 11 - x_2$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = 17$$

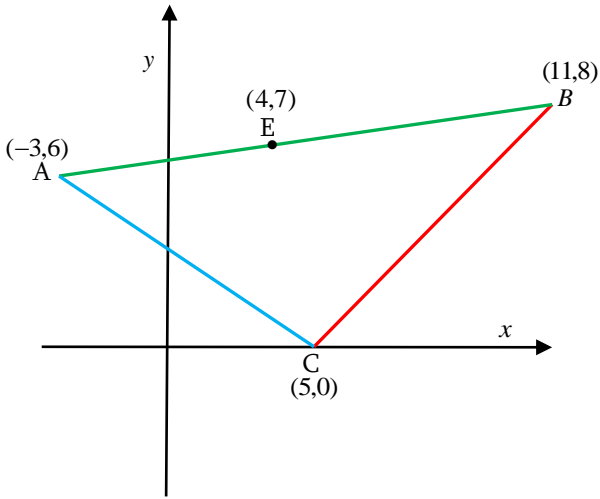
$$x_2 = 17 \neq x < 11$$

$$x_1 = 5 = x < 11$$

$$C(5,0)$$

תשובה: C(5,0)

(ג) הוכח כי הצלע AC מאונכת לצלע BC.



שיפוע AC

$$A(-3,6) \quad C(5,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AC} = \frac{(0) - (6)}{(5) - (-3)} = \frac{-6}{8}$$

$$m_{AC} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע BC

$$B(11,8) \quad C(5,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{(0) - (8)}{(5) - (11)} = \frac{-8}{-6} = \frac{8}{6}$$

$$m_{BC} = \frac{4}{3}$$

$$m_{AC} = -\frac{3}{4} \quad m_{BC} = \frac{4}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי

הצלע AC מאונכת לצלע BC

תשובה: הוכחה $m_{BC} = \frac{4}{3}$ הופכי נגדי ל- $m_{AC} = -\frac{3}{4}$ הצלע AC מאונכת לצלע BC

תשובה סופית:

(א) $B(11,8)$ (ב) $C(5,0)$ (ג) הוכחה $m_{BC} = \frac{4}{3}$ הופכי נגדי ל- $m_{AC} = -\frac{3}{4}$

שאלה מספר 3

סוחר קנה שני סוגי קפה : סוג זול וסוג יקר.
 בחודש הראשון קנה x ק"ג קפה מהסוג הזול, ושילם עבורם 1200 שקל,
 ומהסוג היקר של הקפה קנה $2x$ ק"ג ושילם עבורם 3600 שקל.
(א) מהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג הזול, ומהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג היקר ?
 (כל מחיר מובע באמצעות x)

(ב) בחודש השני קנה הסוחר 10 ק"ג קפה מהסוג הזול ו- 20 ק"ג קפה מהסוג היקר,
 ושילם בסך הכול 4000. כמה ק"ג קפה מהסוג הזול קנה הסוחר בחודש הראשון.

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגריות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

הגדרת המשתנים: x - מחיר ק"ג קפה הזול

משוואה	קפה			
	סה"כ	כמות	מחיר	
$\frac{1200}{x}$	1200		x	סוג הזול
$\frac{3600}{2x} = \frac{1800}{x}$	3600		$2x$	סוג היקר

תשובה: מחיר ק"ג קפה מהסוג הזול הוא $\frac{1200}{x}$ מחיר ק"ג קפה מהסוג היקר הוא $\frac{1800}{x}$

סעיף ב'

משוואה	סוג יקר		פעולה	סוג זול		
	כמות	מחיר לק"ג		כמות	מחיר לק"ג	
$10 \cdot \frac{1,200}{x} + 20 \cdot \frac{1800}{x} = 4,000$	20	$\frac{1800}{x}$	+	10	$\frac{1200}{x}$	חודש שני

$$10 \cdot \frac{1200}{x} + 20 \cdot \frac{1800}{x} = 4000$$

$$\frac{12000}{x} + \frac{36000}{x} = 4000 / x$$

$$12000 + 36000 = 4000 \cdot x$$

$$48000 = 4000 \cdot x$$

$$x = 12$$

תשובה: 12 ק"ג קפה

תשובה סופית:

(א) מחיר ק"ג קפה מהסוג הזול הוא $\frac{1200}{x}$ מחיר ק"ג קפה מהסוג היקר הוא $\frac{1800}{x}$

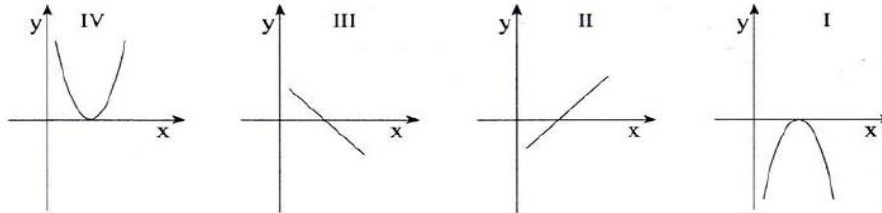
(ב) 12 ק"ג קפה מהסוג הזול קנה הסוחר בחודש הראשון

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

שאלה מספר 4.

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

- (א) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
 (ב) אחד מארבעת הגרפים 1, 2, 3, 4 שלפניך מתאים לנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה הנתונה קבע איזה גרף מתאים לנגזרת $f'(x)$. נמק.



פתרון:

(א) מצא את נקודות קיצון מקומיות.

פונקציה
 $y=?$
 $f(x) = -\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$
 $f(3) = -\frac{(1)^2}{2} + (1) - \frac{1}{2} = 0$
 (1,0)

נגזרת ראשונה
 $m=0$
 $f'(x) = -x+1$
 $f'(x) = 0$
 $0 = -x+1$
 $x=1$

נגזרת שנייה
 max/min
 $f''(x) = -1 \cap \text{max}$

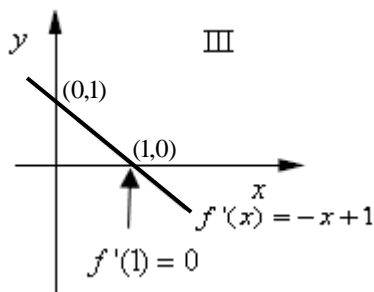
נקודת הקיצון
 $(1,0) \cap \text{max}$

- (ב) אחד מארבעת הגרפים 1, 2, 3, 4 שלפניך מתאים לנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה הנתונה קבע איזה גרף מתאים לנגזרת $f'(x)$. נמק.

תשובה: הגרף שמתאר זאת הוא גרף מספר 3

הסבר: פונקציית הנגזרת היא $f'(x) = -1x + 1$

הפונקציה מתארת גרף של ישר עם שיפוע שלילי $m = -1$

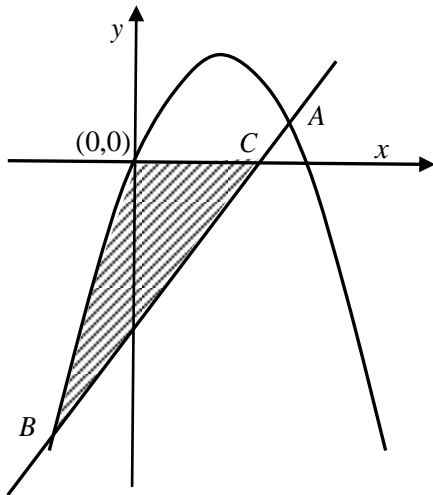


חיתוך עם ציר x	חיתוך עם ציר y
$y=0$	$x=0$
$f'(x) = -x+1$	$f'(x) = -x+1$
$y = 0$	$x = 0$
$0 = -x+1$	$y = -(0)+1$
$x = 1$	$y = 1$
$(1,0)$	$(0,1)$

תשובה סופית:

- (א) $(1,0) \cap \text{max}$ (ב) גרף מספר 3

שאלה מספר 5



בציור שלפניך מוצגת פרבולה $f(x) = -x^2 + 6x$ ומוצג הישר $y = 4x - 8$.

הישר והפרבולה נחתכים בנקודות A ו B

(א) מצא את שיעור ה- x של הנקודה B.

(2) הישר חותך את ציר ה- x בנקודה C

מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.

(ב) מצא את השטח המקוקו בציור (השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי הישר ועל ידי ציר ה- x).

פתרון:

(1א) מצא את שיעור ה- x של הנקודה B.

נקודות AB

$$\begin{aligned} f(x) &= y \\ -x^2 + 6x &= 4x - 8 \\ -x^2 + 6x - 4x + 8 &= 0 \\ -x^2 + 2x + 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4 - 4(-1)(8)}}{2(-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{-2}$$

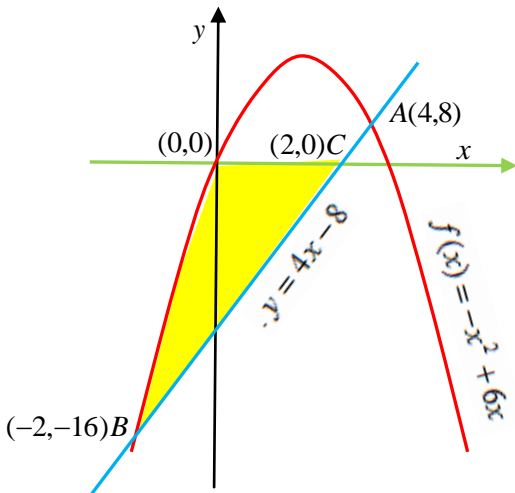
$$x_A = 4 \quad x_B = -2$$

נקודות AB

$$\begin{aligned} y &= 4x - 8 \\ x &= -2 \\ y &= 4(-2) - 8 = -16 \\ B &(-2, -16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 4(4) - 8 = 8 \\ A &(4, 8) \end{aligned}$$

תשובה: $B(-2, -16)$



(א2) הישר חותך את ציר ה- x בנקודה C

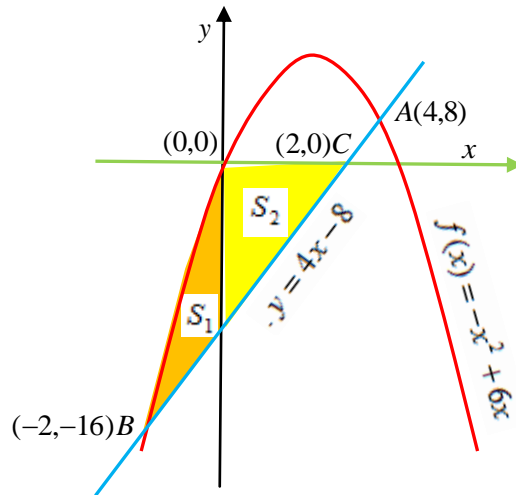
מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.

נקודות C

$$\begin{aligned} y &= 4x - 8 \\ y &= 0 \\ 0 &= 4x - 8 \\ 8 &= 4x \\ x_C &= 2 \\ C &(2, 0) \end{aligned}$$

תשובה: $C(2, 0)$

(ב) מצא את השטח המקוקו בציר (השטח המוגבל ע"י הפרבולה, ע"י הישר וע"י ציר ה- x).



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$f(x) = -x^2 + 6x$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -2$	$y = 4x - 8$	$x = 0$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 0$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = 4x - 8$	$x = 2$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (-x^2 + 6x) - (4x - 8) dx$$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (-x^2 + 6x - 4x + 8) dx$$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (-x^2 + 2x + 8) dx$$

$$S_1 = \left[-\frac{1x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 8x \right]_{-2}^0$$

$$S_1 = \left[-\frac{1(0)^3}{3} + \frac{2(0)^2}{2} + 8(0) \right] - \left[-\frac{1(-2)^3}{3} + \frac{2(-2)^2}{2} + 8(-2) \right]$$

$$S_1 = [0] - \left[-9\frac{1}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[9\frac{1}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[9\frac{1}{3} \right] + [8] = 17\frac{1}{3}$$

$$S_2 = \int_0^2 (0) - (4x - 8) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (0 - 4x + 8) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (-4x + 8) dx$$

$$S_2 = \left[-\frac{4x^2}{2} + 8x \right]_0^2$$

$$S_2 = \left[-\frac{4(2)^2}{2} + 8(2) \right] - \left[-\frac{4(0)^2}{2} + 8(0) \right]$$

$$S_2 = [8] - [0]$$

$$S_2 = [8]$$

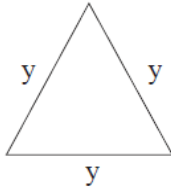
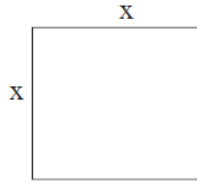
תשובה סופית:

$$S_T = \left[9\frac{1}{3} \right] + [8] = 17\frac{1}{3} \text{ .(ב)}$$

C(2,0) (2א)

B(-2,-16) (1א)

שאלה מספר 6

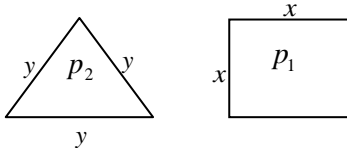


בציורים שלפניך מוצגים ריבוע שצלעו x ומשולש שווה צלעות שצלעו y מכפלת צלע הריבוע בצלע המשולש היא 12

- (א) (1). בטא את y באמצעות x .
- (2). בטא באמצעות x את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש.
- (ב) מצא עבור איזה ערך של x הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש (שהבעת בתת סעיף א (2) הוא מינימלי.
- (ג) חשב את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש המינימלי

פתרון:

1. **משפט המטרה:** הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש הוא מינימלי.



2. **נוסחת המטרה:** $p = p_1 + p_2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $x \cdot y = 3 \quad y = \frac{3}{x}$

4. **פונקציית המטרה**
 $p = p_1 + p_2$
 $p = 4x + 3y$

$p = 4(x) + 3(\frac{12}{x})$

$p = 4x + \frac{36}{x}$

$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$
 $f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$

הפונקציה

$p = 4x + \frac{36}{x}$

$x = 3$

$p = 4(3) + \frac{36}{(3)}$

$p = 24$

נגזרת ראשונה

$p' = 4 - \frac{36}{x^2}$

$p' = 0$

$0 = 4 - \frac{36}{x^2}$

$4 = \frac{36}{x^2}$

$4x^2 = 36$

$x^2 = 9 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$

$x_1 = +3 \quad x_2 = -3$

נגזרת שנייה

Max/min

$p''(x) = +\frac{36 \cdot 2}{x^3} = \frac{72}{x^3}$

$p''(+3) = \frac{72}{(+3)^3} = +2\frac{2}{3} \cup \min$

$p''(-3) = \frac{72}{(-3)^3} = -2\frac{2}{3} \cap \max$

תשובה סופית:

$P = 24 \quad \min \quad (ג) \quad x = 3 \quad \min \quad (ב) \quad P = \frac{36}{x} + 4x \quad (2א) \quad y = \frac{12}{x} \quad (1א)$