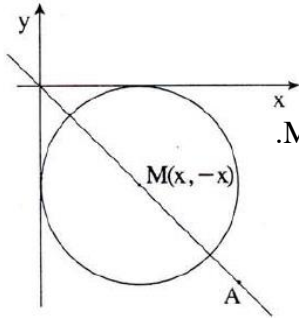


מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תשס"ט

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב ! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1:



הנקודות A ו-M מונחות על הישר $y = -x$ ברביע הרביעי (ראה ציור) שיעור ה-x של הנקודה A הוא 10.

- א. (1) מצא את שיעור ה-y של הנקודה A.
- (2) מצא את המרחק הנקודה A מראשית הצירים.
- ב. מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא $\sqrt{50}$ מצא את שיערי הנקודה M.
- ג. מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-x ולציר ה-y (ראה ציור)
 - (1) מצא את רדיוס המעגל שמרכזו M.
 - (2) רשום את משוואת המעגל.
 - ד. מצא את מרחק הנקודה A מהמרכז M.

פתרון:

(1א) מצא את שיעור ה-y של הנקודה A.

נקודה A

$y = -x$

$x = 10$

$y = -(10)$

$A(10, -10)$

תשובה: $y = -10$

(2א) מצא את המרחק הנקודה A מראשית הצירים.

המרחק הנקודה A מ(0,0)

$A(10, -10)$ $O(0,0)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

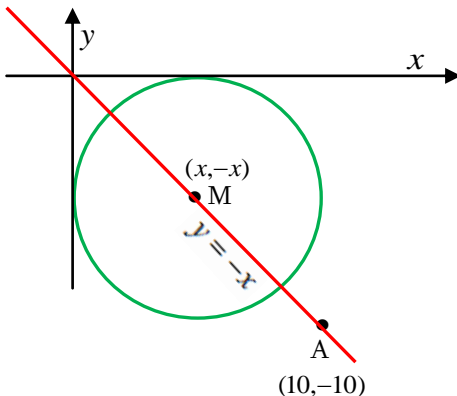
$d^2 = (0 - 10)^2 + (0 + 10)^2$

$d = \sqrt{200} = 14.14$

תשובה: $d = 14.14$

(ב) מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא $\sqrt{50}$

מצא את שיערי הנקודה M.



הנקודה M

$O(0,0)$ $M(x, -x)$ $d = \sqrt{50}$

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$(\sqrt{50})^2 = (0 - x)^2 + (0 + x)^2$

$50 = 2x^2$

$50 = x^2 + x^2$

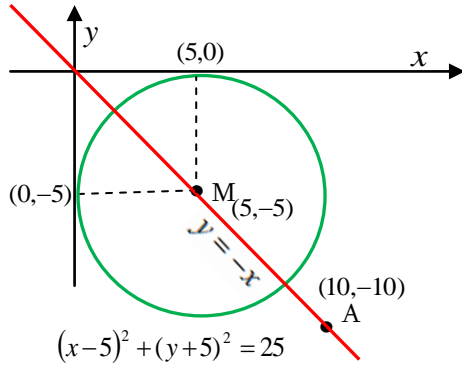
$x = \sqrt{25} = 5$

$M(5, -5)$

תשובה: $M(5, -5)$

(1ג) מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-x ולציר ה-y – מצא את רדיוס המעגל שמרכזו M.

המעגל משיק לציר ה-x משמעות הרדיוס אנך לציר ה-x והנקודה בציר ה-x היא (5,0)
 המעגל משיק לציר ה-y משמעות הרדיוס אנך לציר ה-y והנקודה בציר ה-y היא (0,-5)



מציאת רדיוס המעגל R^2

$(5,0) \quad M(5,-5)$

$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$d^2 = (5 - 5)^2 + (-5 - 0)^2$

$R^2 = d^2 = 25$

$R = 5$

תשובה: $R = 5$

(2ג) רשום את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$M(5,-5) \quad R^2 = 25$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

$(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$

תשובה: $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$

(ד) מצא את מרחק הנקודה A מהמרכז M.

המרחק הנקודה A ל M

$A(10,-10) \quad M(5,-5)$

$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$d^2 = (5 - 10)^2 + (-5 + 10)^2$

$d = \sqrt{50} = 7.071$

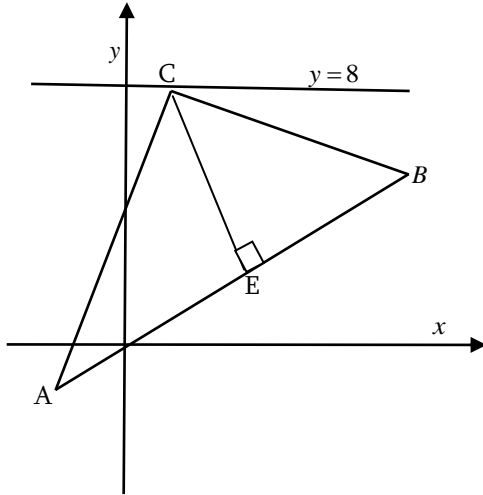
תשובה: $d = \sqrt{50}$

תשובה סופית:

$R = 5$ (1ג) $M(5,-5)$ (ב) $d = 14.14$ (2א) $y = -10$ (1א)

$d = \sqrt{50}$ (ד) $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$ (2ג)

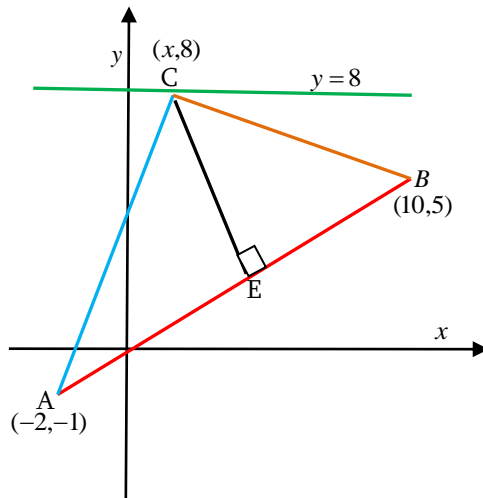
שאלה מספר 2



- נתונות הנקודות $B(10,5)$ $A(-2,-1)$
 הנקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור)
 (א) מצא את השיעורים של הנקודה E.
 (ב) מצא את משוואת האנג'ל AB העובר דרך הנקודה E.
 (ג) הראה כי זווית $ACB = 90^\circ$.
 מצא את שיעורי הנקודה C.
 היתר $y = 8$ חותך את האנג'ל בנקודה C (ראה ציור)

פתרון:

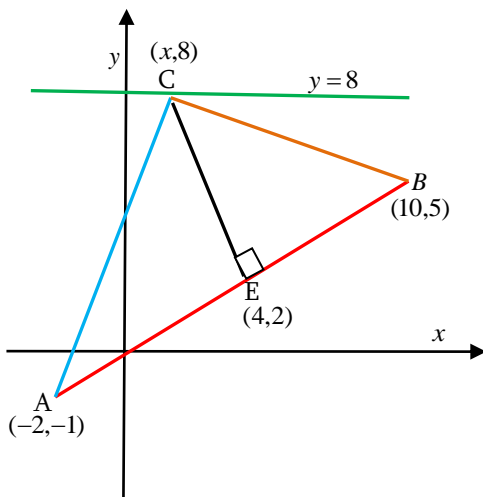
(1א) מצא את השיעורים של הנקודה E.
הנקודה E היא אמצע הקטע AB



| | | |
|-------------------------------|--------------|------------------------------|
| A | E | B |
| $(-2, -1)$ | (x_M, y_M) | $(10, 5)$ |
| x_1, y_1 | | x_2, y_2 |
| $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$ | | $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$ |
| $x_M = \frac{(-2) + (10)}{2}$ | | $y_M = \frac{(-1) + (5)}{2}$ |
| $x_M = 4$ | | $y_M = 2$ |
| | $E(4,2)$ | |

תשובה: $E(4,2)$

(2א) מצא את משוואת האנג'ל AB העובר דרך הנקודה E.
משמעות יש לחשב את משוואת הצלע CE



שיפוע AB

| | |
|--|--------------|
| $A(-2, -1)$ | $B(10, 5)$ |
| (x_1, y_1) | (x_2, y_2) |
| $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ | |
| $m_{AB} = \frac{(5) - (-1)}{10 - (-2)} = \frac{6}{12}$ | |
| $m_{AB} = \frac{1}{2}$ | |

שיפוע CE

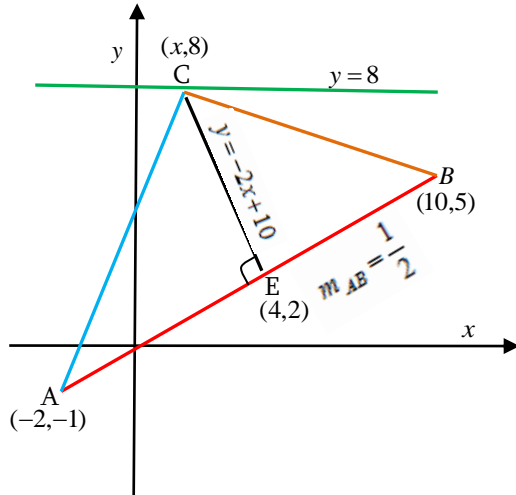
$m_{AB} = \frac{1}{2}$ $m_{CE} = -2$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת CE

$y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(4, 2) \quad m = -2$
 $y - 2 = -2(x - 4)$
 $y = -2x + 8 + 2$
 $y = -2x + 10$

(ב) הישר $y = 8$ חותך את האנך בנקודה C (ראה ציור)
מצא את שיעורי הנקודה C.



נקודה C

$$y = -2x + 10$$

$$y = 8$$

$$8 = -2x + 10$$

$$2x = 10 - 8$$

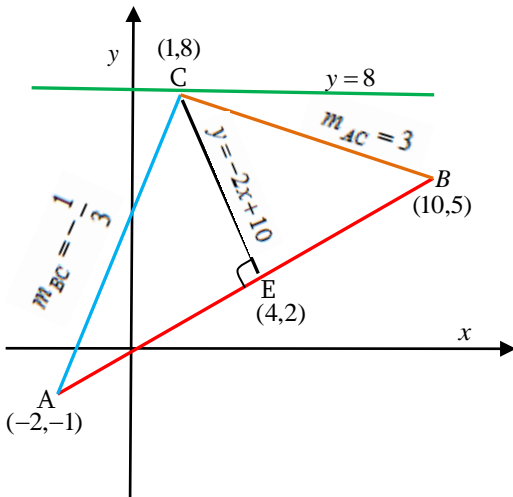
$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$C(1, 8)$$

תשובה: C(1,8)

(ג) הראה כי זווית $\angle ACB = 90^\circ$



שיפוע AC

$$A(-2, -1) \quad C(1, 8)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AC} = \frac{(8) - (-1)}{(1) - (-2)} = \frac{9}{3}$$

$$m_{AC} = 3$$

שיפוע BC

$$B(10, 5) \quad C(1, 8)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{(8) - (5)}{(1) - (10)} = \frac{3}{-9}$$

$$m_{BC} = -\frac{1}{3}$$

$$m_{AC} = 3 \quad m_{BC} = -\frac{1}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי
לכן הזווית $\angle ACB = 90^\circ$

תשובה:

תשובה סופית:

$$m_{AC} = 3 \quad m_{CB} = -\frac{1}{3} \quad (ג) \quad C(1, 8) \quad (ב) \quad y_{CE} = -2x + 10 \quad (א) \quad E(4, 2)$$

שאלה מספר 3:

שמעון קנה שקיות במבה בסך של 60 שקלים.
 ראובן קנה 6 שקיות במבה יותר משקנה שמעון. הוא קיבל הנחה של 5% על כל שקית במבה, ושילם בסך הכול 74.1 שקלים.
 א. כמה שקיות במבה קנה שמעון.
 ב. מהו המחיר של שקית במבה (לפני ההנחה) ?

פתרון

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ , שקלים, ק"ג , % , וכו'....).

נתונים

הנחה של - 5%

הגדרת המשתנים: x - מחיר שקית במבה y - כמות שקיות

$$1 - \frac{5}{100} = 0.95$$

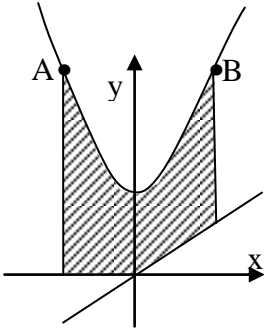
| משוואה | סה"כ | שקיות במבה | | |
|------------------------------|------|------------|-------|-------|
| | | מחיר | כמות | |
| $x \cdot y = 60$ | 60 | x | y | שמעון |
| $0.95x \cdot (y + 6) = 74.1$ | 74.1 | 0.95x | y + 6 | ראובן |

| | | |
|--------------------|-------------------------------|--------------------|
| $x \cdot y = 60$ | $0.95x \cdot (y + 6) = 74.1$ | $y = \frac{60}{x}$ |
| | $0.95xy + 5.7x = 74.1$ | $x = 3$ |
| $y = \frac{60}{x}$ | $0.95 \cdot 60 + 5.7x = 74.1$ | $y = \frac{60}{3}$ |
| | $57 + 5.7x = 74.1$ | $y = 20$ |
| | $5.7x = 17.1$ | |
| | $x = 3$ | |

תשובה סופית :

(א). 20 שקיות במבה קנה שמעון **(ב):** 3 שו מחיר שקית לפני הנחה.

שאלה מספר 4:

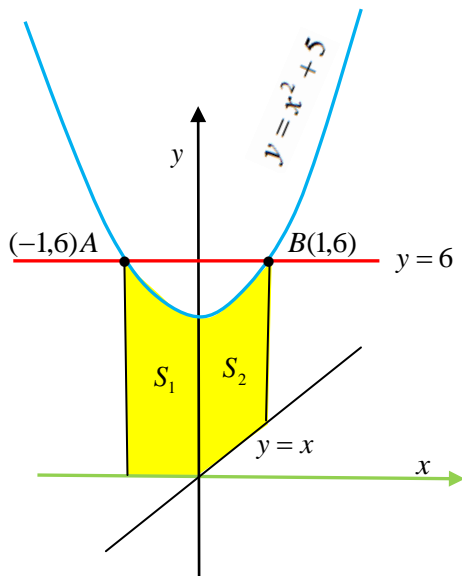


נתונה פרבולה שמשוואתה $y = x^2 + 5$ (ראה ציור)
 הישר $y = 6$ חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B.
 א. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות A ו-B.
 ב. העבירו ישר שמשוואתו $y = x$, ודרך הנקודות A ו-B.
 העבירו ישרים המקבילים לציר ה- y (ראה ציור)
 מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי הישר $y = x$
 על ידי המקבילים לציר ה- y ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

פתרון:

(א.) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות A ו-B.

נקודה החיתוך בין הישר לפונקציה



$$f(x) = x^2 + 5$$

$$y = 6$$

$$6 = x^2 + 5$$

$$1 = x^2$$

$$x = \pm\sqrt{1}$$

$$x_1 = +1 \quad x_2 = -1$$

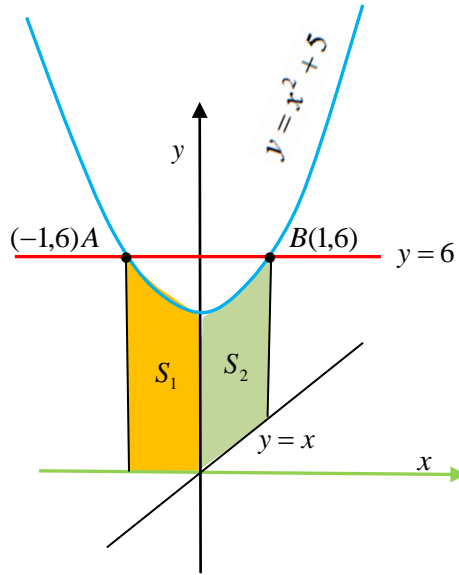
$$A(-1,6) \quad B(1,6)$$

(ב) . העבירו ישר שמשוואתו $y = x$, ודרך הנקודות A ו-B .

העבירו ישרים המקבילים לציר ה- y (ראה ציור)

מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה, על ידי הישר $y = x$

על ידי המקבילים לציר ה- y ועל ידי ציר ה- x (השטח המקוקו בציור).



| | | |
|----------|----------------|-----------|
| x | פונקציה עליונה | x |
| קטן/שמאל | $y = x^2 + 5$ | גדול/ימין |
| | פונקציה תחתונה | |
| $x = -1$ | $y = 0$ | $x = 0$ |

| | | |
|----------|----------------|-----------|
| x | פונקציה עליונה | x |
| קטן/שמאל | $y = x^2 + 5$ | גדול/ימין |
| | פונקציה תחתונה | |
| $x = 0$ | $y = x$ | $x = 1$ |

$$S_1 = \int_{-1}^0 (x^2 + 5) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (x^2 + 5) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} + 5x \right]_{-1}^0$$

$$S_1 = \left[\frac{(0)^3}{3} + 5(0) \right] - \left[\frac{(-1)^3}{3} + 5(-1) \right]$$

$$S_1 = [0] - \left[-\frac{1}{3} - 5 \right]$$

$$S_1 = [0] - \left[-5\frac{1}{3} \right]$$

$$S_1 = 5\frac{1}{3}$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[5\frac{1}{3} \right] + \left[4\frac{5}{6} \right] = 10\frac{1}{6}$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 + 5) - (x) dx$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 + 5 - x) dx$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 - x + 5) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x \right]_0^1$$

$$S_2 = \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{(1)^2}{2} + 5(1) \right] - \left[\frac{(0)^3}{3} - \frac{(0)^2}{2} + 5(0) \right]$$

$$S_2 = [9] - [0]$$

$$S_2 = \left[4\frac{5}{6} \right]$$

תשובה: א. $B(1,6)$ **ב.** $A(-1,6)$ $S = 10\frac{1}{6}$

שאלה מספר 5

נתונה הפונקציה $y = 4x - \frac{16}{x}$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. בנקודות שמצאת בסעיף א, העבירו משיקים לגרף הפונקציה.
 - (1) הראה כי המשיקים מקבילים זה לזה.
 - (2) מצא את המשוואות של שני המשיקים.
- ג. הראה כי הפונקציה עולה עבור $x \geq 0$.

פתרון:

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

חיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

$$\begin{aligned}
 y &= 4x - \frac{16}{x} & 16 &= 4x^2 \\
 y &= 0 & x^2 &= 4 \\
 0 &= 4x - \frac{16}{x} \quad | \cdot x & x &= \pm\sqrt{4} \\
 0 &= 4x^2 - 16 & x_1 &= 2 \quad x_2 = -2 \\
 & & (2,0) & \quad (-2,0)
 \end{aligned}$$

ב. בנקודות שמצאת בסעיף א, העבירו משיקים לגרף הפונקציה. (1) הראה כי המשיקים מקבילים זה לזה.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{a}{b \cdot x^n} \\
 f'(x) &= -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}
 \end{aligned}$$

פונקציה

$$y = 4x - \frac{16}{x}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned}
 y' &= 4 + \frac{16}{x^2} \\
 x &= 2 \\
 m &= 4 + \frac{16}{(2)^2} = 8 \\
 m &= 8
 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned}
 y' &= 4 + \frac{16}{x^2} \\
 x &= -2 \\
 m &= 4 + \frac{16}{(-2)^2} = 8 \\
 m &= 8
 \end{aligned}$$

שיפועים זהים קווים מקבילים

(2) מצא את המשוואות של שני המשיקים.

משוואת משיק

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 (2,0) \quad m &= 8 \\
 (y - 0) &= 8(x - 2) \\
 y &= 8x - 16 + 0 \\
 y &= 8x - 16
 \end{aligned}$$

משוואת משיק

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 (-2,0) \quad m &= 8 \\
 (y - 0) &= 8(x + 2) \\
 y &= 8x + 16 + 0 \\
 y &= 8x + 16
 \end{aligned}$$

ג. הראה כי הפונקציה עולה עבור $x \geq 0$.

בסעיף ב' ניתן לראות שכל מספר שנציב בנגזרת הראשונה נקבל שיפוע חיובי לכן הפונקציה עולה

תשובה סופית:

(א). (2,0) (-2,0) (ב1). $m_1 = 8 \quad m_2 = 8$
 (ב2) $y = 8x + 16 \quad y = 8x - 16$ (ג). הנגזרת חיובית עבור $x \geq 0$

שאלה מספר 6.

הסכום של שני מספרים הוא 10.

- (א) מצא מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי.
 (ב) מצא את סכום הריבועים המינימלי של שני המספרים.

פתרון:

נסמן מספר אחד - x ומספר שני - y

נתונים

הסכום של שני מספרים הוא 10

$$x + y = 10$$

$$x, y = 10 - x$$

פונקציית המטרה

סכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי

$$p = x^2 + y^2 \Rightarrow \max$$

$$p = x^2 + (10 - x)^2$$

$$p = x^2 + 100 - 20x + x^2$$

$$p = 2x^2 - 20x + 100$$

הפונקציה

$$p = 2x^2 - 20x + 100$$

$$x = 5$$

$$p = 2(5)^2 - 20(5) + 100$$

$$p = 50$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 4x - 20$$

$$p' = 0$$

$$0 = 4x - 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

נגזרת שנייה

$$p'' = +4 \cup \min$$

המספר הראשון: $x = 5$

המספר השני :

$$y = 10 - x$$

$$x = 10$$

$$y = 10 - (5)$$

$$y = 5$$

תשובה סופית:

(א) . 5,5 (ב) 50