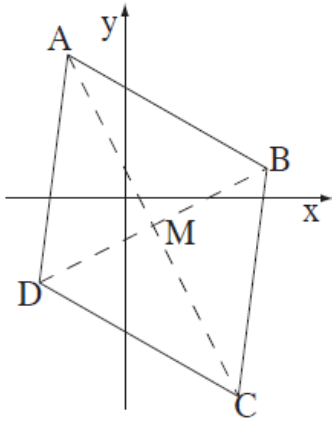


מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"א 2011

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

במעוין ABCD נתונים הקודקודים: $A(-2,5)$, $B(5,1)$ (ראה ציור).



אחד מאלכסוני המעוין מונח על הישר $y = -2x + 1$

- (א) איזה מבין האלכסונים – AC או BD מונח על הישר הנתון?
- (ב) מצא את משוואת האלכסון השני של המעוין.
- (ג) אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M (ראה ציור). מצא את שיעורי הנקודה M.
- (ד) מצא את שיעורי הנקודה D.
- (ה) חשב את שטח המשולש AMB.

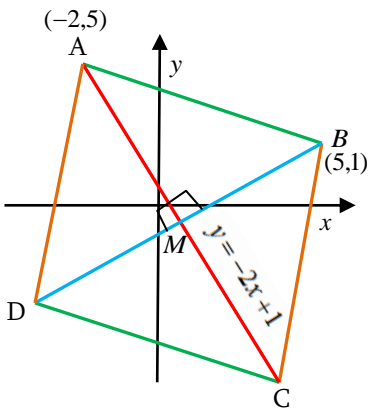
פתרון:

(א) איזה מבין האלכסונים – AC או BD מונח על הישר הנתון?

תשובה: הישר $y_{AC} = -2x + 1$ מונח על האלכסון AC

השיפוע שלילי וחותך ב + את ציר ה - y בחלק החיובי

(ב) מצא את משוואת האלכסון השני של המעוין.



שיפוע BD

$$m_{AC} = -2 \quad m_{BD} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת BD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(5,1) \quad m = \frac{1}{2}$$

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 5)$$

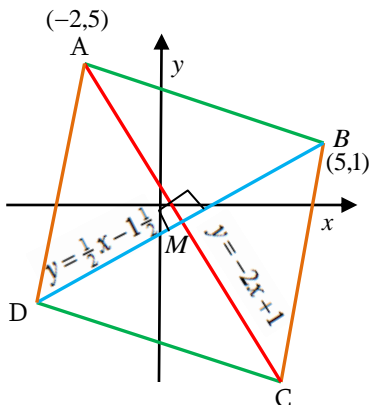
$$y = \frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2} + 1$$

$$y_{BD} = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$$

תשובה: $y_{BD} = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$

(ג) אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M (ראה ציור)

מצא את שיעורי הנקודה M.



נקודה M

$$y_{AC} = y_{BD}$$

$$-2x + 1 = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$$

$$-2x - \frac{1}{2}x = -1 - 1\frac{1}{2}$$

$$-2\frac{1}{2}x = -2\frac{1}{2}$$

$$x = 1$$

$$y = -2x + 1$$

$$x = 1$$

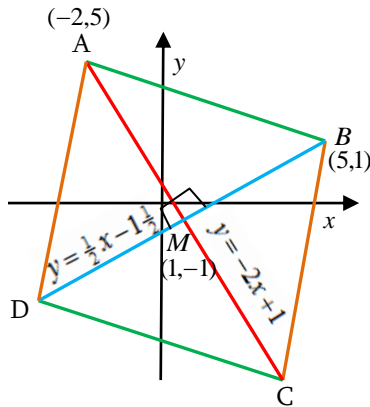
$$y = -2(1) + 1$$

$$y = -1$$

$$M(1, -1)$$

תשובה: $M(1, -1)$

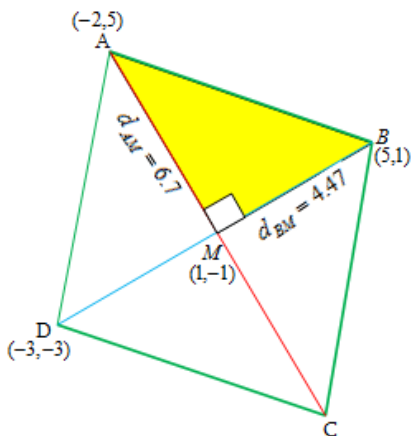
(ד) מצא את שיעורי הנקודה D.



B	M	D
$(5, 1)$	$(1, -1)$	(x_2, y_2)
x_1, y_1	x_M, y_M	
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$1 = \frac{(5) + x_2}{2}$		$-1 = \frac{(1) + y_2}{2}$
$2 = 5 + x_2$		$-2 = 1 + y_2$
$x_2 = -3$		$y_2 = -3$
$D(-3, -3)$		

תשובה: $D(-3, -3)$

(ה) חשב את שטח המשולש AMB.



אורך הקטע BM

$B(5, 1)$ $M(1, -1)$
 (x_1, y_1) (x_2, y_2)
 $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
 $d^2 = (1 - 5)^2 + (-1 - 1)^2$
 $d = \sqrt{20}$
 $d_{BM} = 4.47$

אורך הקטע AM

$A(-2, 5)$ $M(1, -1)$
 (x_1, y_1) (x_2, y_2)
 $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
 $d^2 = (1 + 2)^2 + (-1 - 5)^2$
 $d = \sqrt{45}$
 $d_{AM} = 6.7$

שטח המשולש AMB

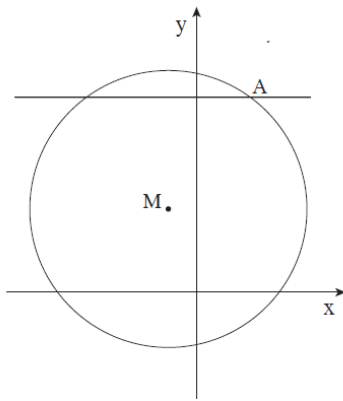
$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{AM \cdot BM}{2}$
 $S_{AMB} = \frac{4.47 \cdot 6.7}{2}$
 $S_{AMB} = 15$

תשובה: $S_{AMB} = 15$

תשובה סופית:

$S_{AMB} = 15$ (ה) $y_{BD} = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$ (ב) $y_{AC} = -2x + 1$ (א)
 $D(-3, -3)$ (ד) $M(1, -1)$ (ג)

שאלה מספר 2



הנקודה M היא מרכז המעגל $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$
 הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישר $y = 7$.

עם המעגל (ראה ציור)

ידוע שהנקודה A נמצאת ברביע הראשון

(א) מצא את השיעורים של הנקודה A.

(ב) מצא את שיפוע הישר MA.

(ג) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

(ד) דרך הנקודה M העבירו אנך לישר $y = 7$

האנך חותך את הישר בנקודה B מצא את שטח המשולש AMB.

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודה A

נקודה A

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$y = 7$$

$$(x+1)^2 + (7-3)^2 = 25$$

$$(x+1)^2 = 25 - 16$$

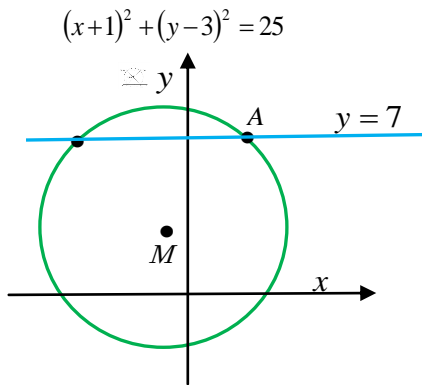
$$x+1 = \pm\sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = \pm 3 - 1$$

$$x_1 = +3 - 1 = 2$$

$$x_{1,2} = -3 - 1 = -4$$

$$A(2,7) \quad (-4,7)$$



תשובה: $A(2,7)$

(ב) מצא את השיפוע MA.

שיפוע MA

$$M(-1,3) \quad A(2,7)$$

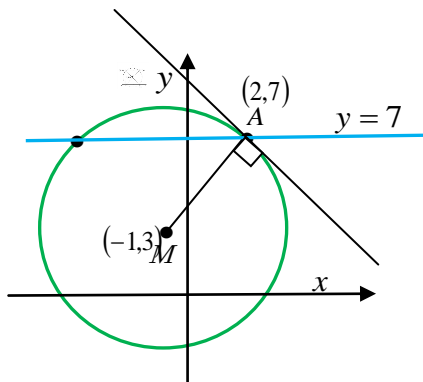
$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{MA} = \frac{7-3}{2+1}$$

$$m_{MA} = \frac{4}{3}$$

תשובה: $m_{MA} = \frac{4}{3}$



משוואת המעגל

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$M(-1,3) \quad R = 5$$

(ג) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.

משוואת משיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,7) \quad m = -\frac{3}{4}$$

$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 1\frac{1}{2} + 7$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$$

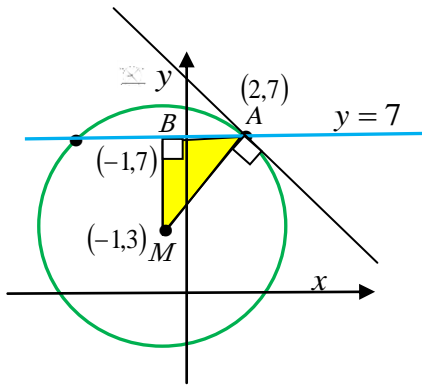
תשובה: $y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$

שיפוע משיק

$$m_{MA} = \frac{4}{3} \quad m_{\text{משיק}} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע הופכי נגדי

(ד) דרך הנקודה M העבירו אנך לישר $y = 7$ האנך חותך את הישר בנקודה B מצא את שטח המשולש AMB.



נקודה B

$$B(-1,7)$$

שיפוע הופכי נגדי

שטח המשולש AMB

$$S = \frac{MB \cdot AB}{2}$$

$$S_{AMB} = \frac{4 \cdot 3}{2} \quad S_{AMB} = 6$$

תשובה: $S_{AMB} = 6$

תשובה סופית:

(א) $A(2,7)$ (ב) $m_{MA} = \frac{4}{3}$ (ג) $y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$ (ד) $S_{AMB} = 6$

שאלה מספר 3

קוסמטיקאית קנתה 60 קופסאות קרם במחיר x שקלים לקופסה אחת.
 הקוסמטיקאית מכרה 30 מהקופסאות באותו מחיר, x שקלים לקופסה.
 25 קופסאות היא מכרה ברווח של 18% .
 5 קופסאות היא מכרה ברווח של 6% .
 הקוסמטיקאית מכרה את כל הקופסאות בסכום כולל של 6480 שקל.
 (א) מצא את המחיר x ששילמה הקוסמטיקאית תמורת קופסת קרם אחת.
 (ב) מה היה הרווח הכולל של הקוסמטיקאית ?

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגריות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - מחיר קופסת קרם

רווח של 6%
 $1 + \frac{6}{100} = 1.06$

רווח של 18%
 $1 + \frac{18}{100} = 1.18$

משוואה	סה"כ	קופסאות קרם		
		כמות	מחיר קופסה	
	$60x$	60	x	קניה
	$30x$	30	x	מכירה א'
	$25 \cdot 1.18x = 29.5x$	25	$1.18x$	מכירה ב'
	$5 \cdot 1.06x = 5.3x$	5	$1.06x$	מכירה ג'
$30x + 20x + 5.3x = 6480$				

(א) מצא את המחיר x ששילמה הקוסמטיקאית תמורת קופסת קרם אחת.

$$30x + 29.5x + 5.3x = 6480$$

$$64.8x = 6480$$

$$x = 100$$

תשובה: 100 ₪ ששילמה הקוסמטיקאית תמורת קופסת קרם אחת.

(ב) מה היה הרווח הכולל של הקוסמטיקאית ?

סה"כ מחיר קניה

$$60x$$

$$60 \cdot 100 = 6000$$

רווח = קניה - מכירה

$$6480 - 6000 = 480$$

תשובה: 480 ₪ הרווח הכולל של הקוסמטיקאית

תשובה סופית:

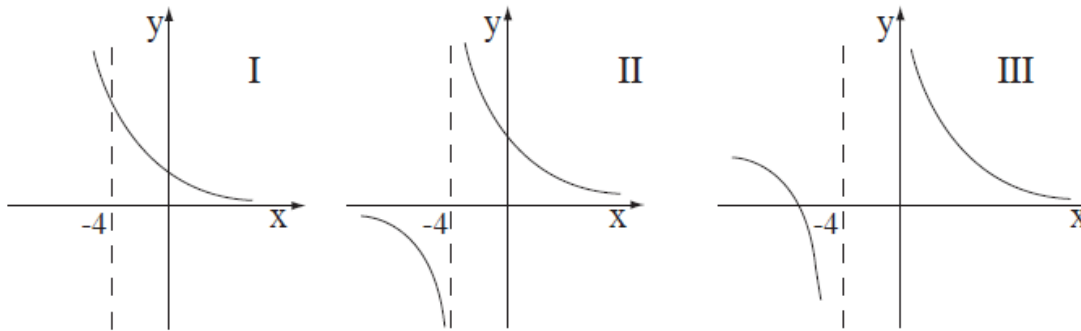
(א) המחיר 100 ₪ (ב) 480 ₪

שאלה מספר 4.

נתונה הפונקציה היא $f(x) = \frac{1}{3x+12}$

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (ב.1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
 (2) האם לגרף הפונקציה יש נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? אם כן מצא אותה, אם לא – נמק.
 (ג) הראה כי הפונקציה יורדת בכל תחום שהיא מוגדרת בו.
 (ד) לפניך שלושה גרפים I, II, III

איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של הפונקציה הנתונה $f(x)$? נמק



פתרון:

(א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

$3x + 12 \neq 0$
 תשובה: תחום הגדרה $x \neq -4$
 האסימפטוטה $x = -4$

(ב.1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

חיתוך עם ציר y

$x=0$
 $f(x) = \frac{1}{3x+12}$
 $y = \frac{1}{3(0)+12}$ תשובה: $(0, \frac{1}{12})$
 $y = \frac{1}{12} \quad (0, \frac{1}{12})$

(2) האם לגרף הפונקציה יש נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? אם כן מצא אותה, אם לא – נמק.

חיתוך עם ציר x

$y=0$
 $f(x) = \frac{1}{3x+12}$ תשובה: $0 \neq 1$ לא קיים חיתוך עם ציר ה- y
 $0 = \frac{1}{3x+12}$
 $0 \neq 1$

(ג). הראה כי הפונקציה יורדת בכל תחום שהיא מוגדרת בו.

פונקציה
 $y=?$
 $f(x) = \frac{1}{3x+12}$

נגזרת ראשונה
 $m=?$
 $f'(x) = -\frac{1 \cdot 3}{(3x-12)^2}$

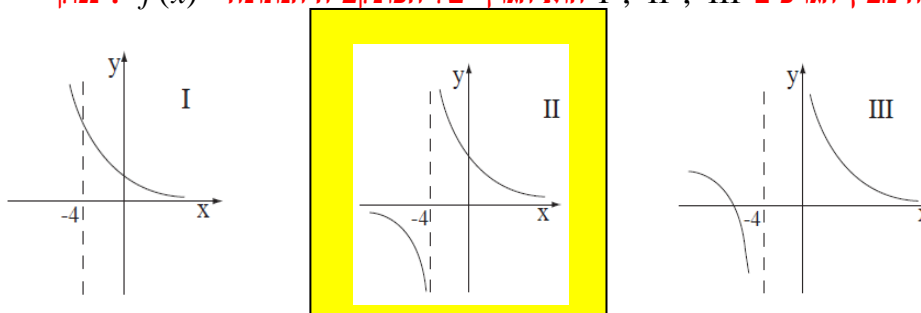
x	ירידה	x	ירידה	x
		$x \neq -4$		
$-\infty$	$< x <$	-4	$< x <$	$+\infty$

נגזרת ראשונה
 $m=?$
 $f'(x) = -\frac{1 \cdot 3}{(3x-12)^2}$
 $x = -5$
 $f(x = -5) = -\frac{3}{[3(-5)+12]^2}$
 $f'(x) = -\frac{1}{3} \downarrow$

נגזרת ראשונה
 $m=?$
 $f'(x) = -\frac{1 \cdot 3}{(3x-12)^2}$
 $x = 1$
 $f(x = 1) = -\frac{3}{[3(1)+12]^2}$
 $f'(x) = -\frac{1}{75} \downarrow$

(ד). לפניך שלושה גרפים I, II, III

איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של הפונקציה הנתונה $f(x)$? נמק



תשובה: הגרף המתאים הוא גרף מספר 2

הגרף חותך את ציר ה y וקיימת ירידה משני צדדי האסימפטוטה של $x = -4$

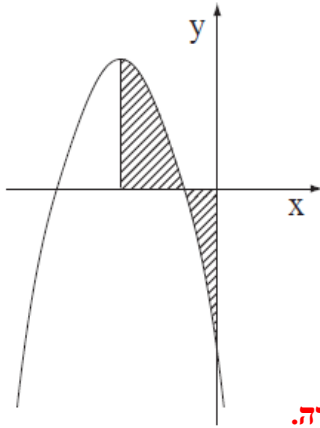
תשובה סופית:

(א) $x \neq -4$ (ב) $(0, \frac{1}{12})$ (ג) 2 לא (ד) הוכחה

(ד) הגרף המתאים הוא גרף מספר 2

הגרף חותך את ציר ה y וקיימת ירידה משני צדדי האסימפטוטה של $x = -4$

שאלה מספר 5



נתונה הפונקציה $y = -x^2 - 6x - 5$ (ראה ציור)
(א) מצא את שיעורי ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה.
(ב) דרך נקודת המקסימום של הפונקציה העבירו אנך לצייר ה- x (ראה ציור)
 חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה על ידי הצירים ועל ידי האנך (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א) מצא את שיעורי ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה.

פונקציה

$y=?$

$f(x) = -x^2 - 6x - 5$

$f(-3) = -(-3)^2 - 6(-3) - 5 = 4$

$(-3,4)$

נגזרת ראשונה

$m=0$

$f'(x) = -2x - 6$

$f'(x) = 0$

$0 = -2x - 6$

$2x = -6$

$x = -3$

נגזרת שנייה

Max/min

$f''(x) = -2 \cap \max$

נקודת הקיצון
 $(-3,4) \cap \max$

תשובה: $(-3,4)$

חיתוך עם ציר ה- x

$f(x) = -x^2 - 6x - 5$

$y = 0$

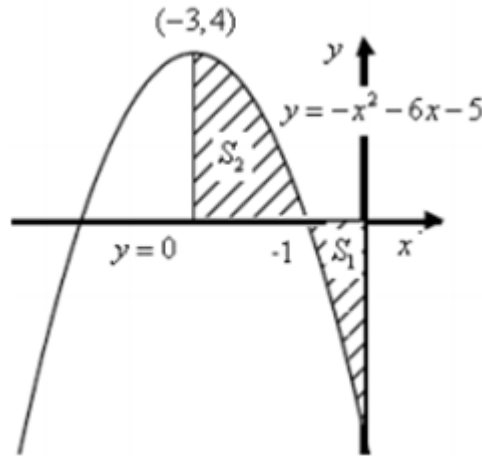
$0 = -x^2 - 6x - 5$

$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36 - 4(-1)(-5)}}{2(-1)}$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{-2}$

$x_1 = -5 \quad x_2 = -1$

$(-5,0) \quad (-1,0)$



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^2 - 6x - 5$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -3$	$y = 0$	$x = -1$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 0$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -1$	$y = -x^2 - 6x - 5$	$x = 0$

$$S_2 = \int_{-3}^{-1} (-x^2 - 6x - 5) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_{-3}^{-1} (-x^2 - 6x - 5) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{-x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} - 5x \right]_{-3}^{-1}$$

$$S_2 = \left[-\frac{(-1)^3}{3} - \frac{6(-1)^2}{2} - 5(-1) \right] - \left[-\frac{(-3)^3}{3} - \frac{6(-3)^2}{2} - 5(-3) \right]$$

$$S_2 = \left[\frac{1}{3} - 3 + 5 \right] - [9 - 27 + 15]$$

$$S_2 = \left[2\frac{1}{3} \right] - [-3] = 5\frac{1}{3}$$

$$S_2 = 5\frac{1}{3}$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = 2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} = 7\frac{2}{3}$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (0) - (-x^2 - 6x - 5) dx$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 (x^2 + 6x + 5) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 5x \right]_{-1}^0$$

$$S_1 = \left[\frac{(0)^3}{3} + \frac{6(0)^2}{2} + 5(0) \right] - \left[\frac{(-1)^3}{3} + \frac{6(-1)^2}{2} + 5(-1) \right]$$

$$S_1 = [0] - \left[-\frac{1}{3} + 3 - 5 \right] = \frac{1}{3}$$

$$S_1 = [0] - \left[-2\frac{1}{3} \right] = 2\frac{1}{3}$$

$$S_1 = 2\frac{1}{3}$$

תשובה סופית:

$$S_T = 2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} = 7\frac{2}{3} \text{ (ב)}$$

(-3,4) (א)

שאלה מספר 6.

(א) מבין כל המספרים החיוביים x ו- y המקיימים $y(x+2) = 9$.

מצא את שני המספרים שעבורם הסכום $x + y$ הוא מינימלי

(ב) מצא את הערך המינימלי של הסכום $x + y$

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שעבורם הסכום $x + y$ הוא מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = x + y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y \cdot (x+2) = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{x+2}$

4. **פונקציית המטרה** $p = x + y$

$$p = x + \frac{9}{x+2}$$

הפונקציה

$$p = x + \frac{9}{x+2}$$

$$x = 1$$

$$p = (1) + \frac{9}{(1)+2}$$

$$p = 4$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 1 - \frac{9 \cdot 1}{(x+2)^2}$$

$$p' = \frac{(x+2)^2 - 9}{(x+2)^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = \frac{x^2 + 4x + 4 - 9}{(x+2)^2}$$

$$0 = x^2 + 4x - 5$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 1$$

נגזרת שנייה

Max/min

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$f'(x) = 2x + 4$$

$$f''(1) = 2(1) + 4 = +6 \cup \min$$

$$f''(-5) = 2(-5) + 4 = -6 \cap \max$$

המספר הראשון: $x = 1$: **המספר השני**

$$x = 1$$

$$y = \frac{9}{(1)+2}$$

$$y = 3$$

תשובה סופית:

(א) $x = 1 \quad y = 3$ (ב) 4