

מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תשע"א 2011.

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות)
שים לב ! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

מחיר ארוחה במסעדה הוא 80 שקלים לכל סועד.
 בעל המסעדה התחייב לחברת טיולים כי אם יגיעו יותר מ- 30 סועדים, הוא יזיל את מחיר הארוחה ב- 5% עבור כל אחד מהסועדים.
 החברה מצדה התחייבה כי אם יגיעו 30 סועדים או פחות, היא תשלם לבעל המסעדה תוספת של אחוז מסוים עבור הארוחה של כל סועד.
(א). למסעדה הגיעו יותר מ- 30 סועדים.
(1) מצא את מה היה מחיר הארוחה לכל סועד.
(2) החברה שילמה סה"כ 3268 שקלים עבור הארוחות של כלל הסועדים. כמה סועדים הגיעו למסעדה?
(ב). אילו היו מגיעים למסעדה 15 סועדים, הייתה החברה משלמת לבעל המסעדה 1344 שקלים עבור כולם יחד, כמה אחוזים התחייבה החברה להוסיף למחיר הארוחה עבור כל סועד ?

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגריות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'...).

נתונים

הוזלה - 5%

$$1 - \frac{5}{100} = 0.95$$

הגדרת המשתנים: x - כמות אנשים, y - תוספת המחיר

סה"כ	מסעדה		
	כמות אנשים	מחיר לארוחה	
3268	x	$80 \cdot 0.95 = 76$	יותר מ- 30 איש
1344	15	$80 + y$	15 סועדים

(א). למסעדה הגיעו יותר מ- 30 סועדים.

(1) מצא את מה היה מחיר הארוחה לכל סועד.

תשובה: $80 \cdot 0.95 = 76$

כמות האנשים יותר מ- 30

$$3268 = 76x$$

$$x = \frac{3268}{76}$$

$$x = 43$$

(2) החברה שילמה סה"כ 3268 שקלים עבור הארוחות של כלל הסועדים. כמה סועדים הגיעו למסעדה ?

תשובה: 43 סועדים

(ב). אילו היו מגיעים למסעדה 15 סועדים, הייתה החברה משלמת לבעל המסעדה 1344 שקלים עבור כולם יחד, כמה אחוזים התחייבה החברה להוסיף למחיר הארוחה עבור כל סועד ?

תוספת מחיר ל 15 סועדים

$$1344 = 15 \cdot (80 + y)$$

$$\frac{1344}{15} = 80 + y$$

$$89.6 - 80 = y$$

$$9.6 = y$$

אחוזים	כסף
	9.6
100%	80

$$\frac{9.6}{80} \cdot 100 = 12\%$$

תשובה סופית:

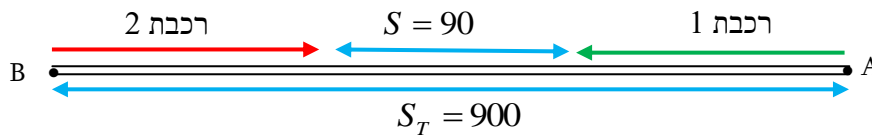
(1א). $80 \cdot 0.95 = 76$ **(א2)** 43 סועדים **(ב) תוספת של 12%**

שאלה מספר 2

שתי רכבות יצאו זו לקראת זו באותו זמן ובמהירות קבועה.
 רכבת 1 יצאה מתחנה A, ורכבת 2 מתחנה B. המרחק בין התחנות A ו-B הוא 900 ק"מ.
 המהירות של רכבת 1 היא V קמ"ש. והמהירות של רכבת 2 גדולה פי 2 מהמהירות של רכבת 1.
 א. מצא את V אם נתון שהמרחק בין הרכבות כעבור 3 שעות (לפני הפגישה ביניהם) הוא 90 ק"מ.

ב. לאחר שרכבת 1 הגיעה לתחנה B, היא החלה את דרכה חזרה לתחנה A במהירות קבועה.
 הזמן שנדרש לרכבת 1 כדי לחזור לתחנה A היה ארוך ב- 20% מהזמן שנדרש לה כדי להגיע לתחנה B. מהי המהירות של רכבת 1 בדרכה חזרה לתחנה A? פרט את חישוביך.

פתרון:



סעיף א'

רכבת 2			רכבת 1		
דרך	זמן	מהירות	דרך	זמן	מהירות
$S = t \cdot v$	t	v	$S = t \cdot v$	t	v
$S_2 = 3 \cdot 2v$	3	$2v$	$S_1 = 3v$	3	v

$$S_1 + S_2 = 900 - 90$$

$$3v + 3(2v) = 900 - 90$$

$$9v = 810$$

$$v = 90$$

תשובה: 90 קמ"ש

סעיף ב'

(1) מציאת הזמן של רכבת 1 לתחנה B הוא: $t = \frac{S}{V} = \frac{900}{90} = 10$ שעות

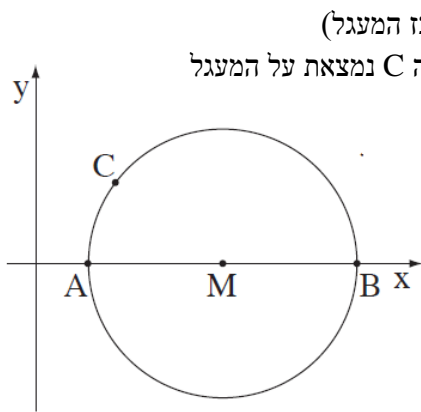
(2) הזמן לתחנה A היה ארוך ב- 20% לכן $t = 10 \cdot 1.2 = 12$ שעות

(3) המהירות בחזרה היא $V = \frac{S}{t} = \frac{900}{12} = 75$

תשובה סופית:

(א). 90 קמ"ש (ב). 75 קמ"ש

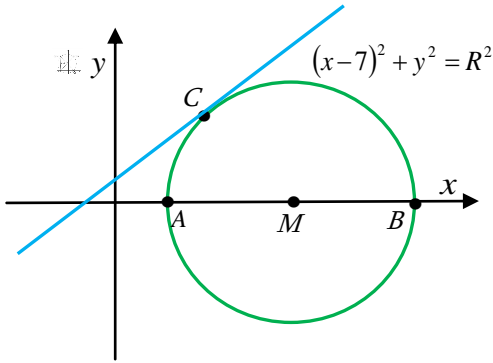
שאלה מספר 3



בסרטוט שלפניך נתון מעגל שמשוואתו $(x-7)^2 + y^2 = R^2$ (M מרכז המעגל) הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x. הנקודה C נמצאת על המעגל ברביע הראשון. נתון כי אורך הקטע AB הוא 10 יחידות.
 א. מצא את רדיוס המעגל R. ורשום את משוואת המעגל
 ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ג. נתון כי הישר $y = \frac{4}{3}x - 1$ משיק למעגל בנקודה C.
 (1) מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו-M.
 (2) מצא את שיעורי נקודה C.
 ד. דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-y וחותך את ציר ה-x בנקודה D. מצא את שטח המשולש CDB.

פתרון:

(א) מצא את רדיוס המעגל R. ורשום את משוואת המעגל
 נתון כי אורך הקטע AB, שהוא קוטר המעגל, שווה ל-10 ס"מ,



לכן רדיוס המעגל חצי מהקוטר הוא $10 : 2 = 5$
 ומכאן שמשוואת המעגל היא $(x-7)^2 + y^2 = 25$.

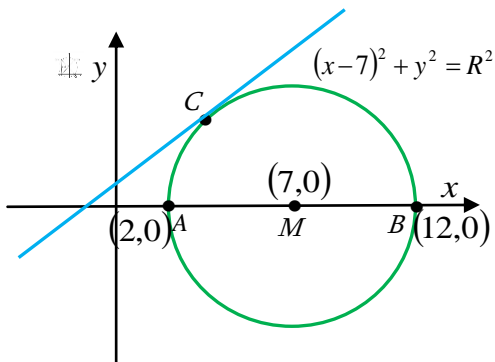
משוואת המעגל

$$(x-7)^2 + y^2 = 25$$

$$M(7,0) \quad R=5$$

תשובה: $(x-7)^2 + y^2 = 25$, $R=5$

(ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.



נקודות AB

$$(x-7)^2 + y^2 = 25$$

$$y = 0$$

$$(x-7)^2 + (0)^2 = 25$$

$$(x-7)^2 = 25$$

$$x-7 = \pm\sqrt{25}$$

$$x_{1,2} = \pm 5 + 7$$

$$x_{1,2} = -5 + 7 = 2$$

$$x_{1,2} = +5 + 7 = 12$$

$$A(2,0) \quad B(12,0)$$

תשובה: $A(2,0) \quad B(12,0)$

(ג) נתון כי הישר $y = \frac{4}{3}x - 1$ משיק למעגל בנקודה C.

(1) מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו-M.

(2) מצא את שיעורי נקודה C.

שיפוע CM

$$m_{\text{משיק}} = \frac{4}{3} \quad m_{CM} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת MC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(7,0) \quad m = -\frac{3}{4}$$

$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 7)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4}$$

נקודה C

$$y_{CM} = y_{\text{משיק}}$$

$$-\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4} = \frac{4}{3}x - 1$$

$$5\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}x + \frac{4}{3}x$$

$$6\frac{1}{4} = 2\frac{1}{12}x$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{4}{3}x - 1$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{4}{3}(3) - 1$$

$$y = 3$$

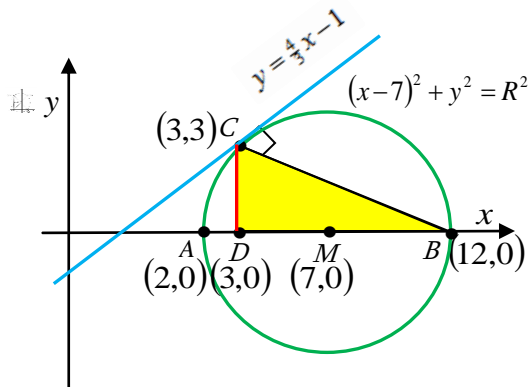
$$C(3,3)$$

תשובה:

$C(3,3)$ (2ג) $y = -\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4}$ (1ג)

(ד) דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-y וחותך את ציר ה-x בנקודה D. מצא את שטח המשולש CDB.

נקודה D היא על ציר ה-x לכן היא D(3,0)



שטח המשולש CDB

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{CDB} = \frac{9 \cdot 3}{2}$$

$$S_{CDB} = 13.5$$

תשובה: $S = 13.5$

תשובה סופית:

A(2,0) B(12,0) (ב)

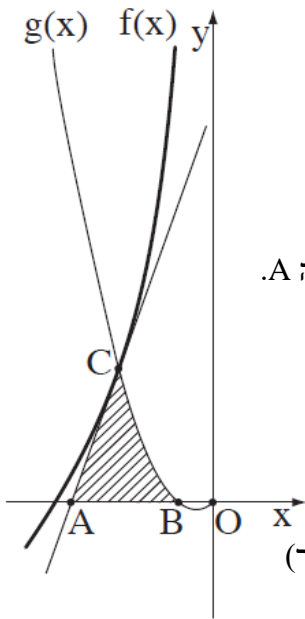
$(x-7)^2 + y^2 = 25$, $R = 5$ (א)

$S = 13.5$ (ד)

C(3,3) (2ג)

$y = -\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4}$ (1ג)

שאלה מספר 4



נתונה הפונקציה $f(x) = x - \frac{8}{x} + 1$ ברביע השני.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C הוא 3 (ראה ציור).

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה C.

(2) מצא את משוואת המשיק.

(3) A היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. גרף הפונקציה $g(x) = x^2 + \frac{x}{2}$ עובר דרך הנקודה C

וחותך את ציר ה-x בנקודות $B(-\frac{1}{2}, 0)$ ו- $O(0, 0)$ (ראשית הצירים)

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$.

על ידי המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

א. (1) **מצא את שיעורי הנקודה C.**

פונקציה

$$y = ?$$

$$f(x) = x - \frac{8}{x} + 1$$

$$x = -2$$

$$f(-2) = (-2) - \frac{8}{(-2)} + 1 =$$

$$C(-2, 3)$$

נגזרת ראשונה

$$f'(x) = 1 + \frac{8}{x^2}$$

$$f'(x) = m = 3$$

$$3 = 1 + \frac{8}{x^2} / -1$$

$$2 = \frac{8}{x^2}$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = +2 \quad x_2 = -2$$

תשובה: $C(-2, 3)$

(2) **מצא את משוואת המשיק.**

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(-2, 3) \quad m = 3$$

$$y - 3 = 3(x + 2)$$

$$y = 3x + 6 + 3$$

$$y = 3x + 9$$

תשובה: $y = 3x + 9$

(3) A היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x מצא את שיעורי הנקודה A.

נקודה A

$$y = 3x + 9$$

$$y = 0$$

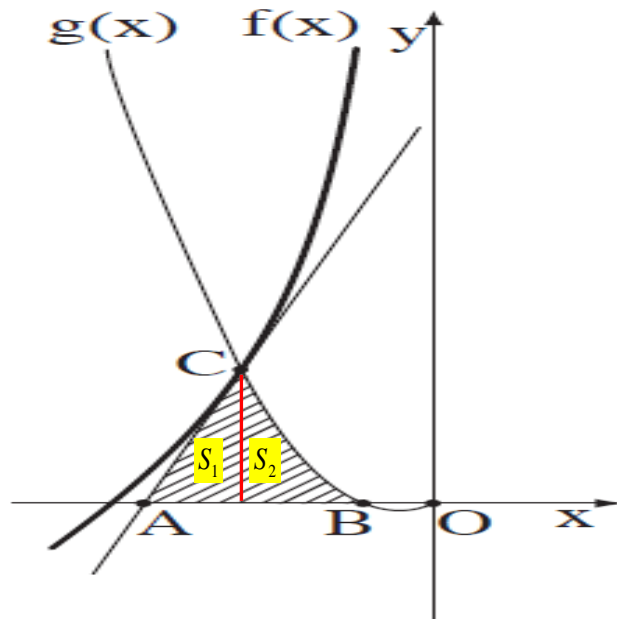
$$0 = 3x + 9$$

$$-3x = 9$$

$$x = -3$$

$$A(-3, 0)$$

תשובה: $A(-3, 0)$



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 3x + 9$	גדול/ימין
$x = -3$	פונקציה תחתונה	$x = -2$
	$y = 0$	

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^2 + \frac{x}{2}$	גדול/ימין
$x = -2$	פונקציה תחתונה	$x = -0.5$
	$y = 0$	

$$S_1 = \int_{-3}^{-2} (3x+9) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_{-3}^{-2} (3x+9) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{3x^2}{2} + 9x \right]_{-3}^{-2}$$

$$S_1 = \left[\frac{3(-2)^2}{2} + 9(-2) \right] - \left[\frac{3(-3)^2}{2} + 9(-3) \right]$$

$$S_1 = [6 - 18] - [13.5 - 27]$$

$$S_1 = [-12] - [-13.5] = 1\frac{1}{2}$$

$$S_1 = 1.5$$

$$S_2 = \int_{-2}^{-0.5} (x^2 + 0.5x) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_{-2}^{-0.5} (x^2 + 0.5x) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{0.5x^2}{2} \right]_{-2}^{-0.5}$$

$$S_2 = \left[\frac{(-0.5)^3}{3} + \frac{0.5(-0.5)^2}{2} \right] - \left[\frac{(-2)^3}{3} + \frac{0.5(-2)^2}{2} \right]$$

$$S_2 = \left[-\frac{1}{24} + \frac{1}{16} \right] - \left[-\frac{2}{3} + 1 \right] = \frac{1}{3}$$

$$S_2 = \left[\frac{1}{48} \right] - \left[-\frac{2}{3} \right] = 1\frac{11}{16}$$

$$S_2 = 1\frac{11}{16}$$

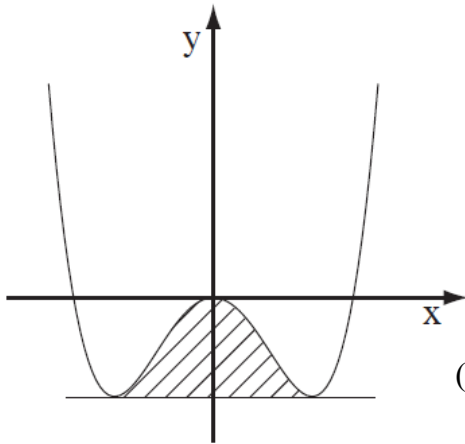
$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = 1\frac{1}{2} + 1\frac{11}{16} = 3\frac{3}{16}$$

תשובה סופית :

$$S = 3\frac{3}{16} \quad \text{(1א)} \quad C(-2,3) \quad \text{(2א)} \quad y = 3x + 9 \quad \text{(2ב)} \quad A(-3,0) \quad \text{(ב)}$$

שאלה מספר 5



נתונה הפונקציה $y = x^4 - 2x^2$ (ראה ציור)

(א) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(ב) דרך שתי נקודות המינימום של הפונקציה

מעבירים ישר. הישר מקביל לציר ה- x .

(1) מצא את משוואת הישר.

(2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה

ובין הישר המקביל לציר ה- x שמצאת בתת סעיף (1)

(השטח המקווקו)

פתרון:

(א) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

פונקציה

$y = ?$

$f(x) = x^4 - 2x^2$

$f(0) = (0)^4 - 2(0)^2$

$(0,0)$

$f(1) = (1)^4 - 2(1)^2 = -1$

$(1,-1)$

$f(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^2 = -1$

$(-1,-1)$

נגזרת ראשונה

$m=0$

$f'(x) = 4x^3 - 4x$

$f'(x) = 0$

$0 = 4x^3 - 4x$

$0 = x(4x^2 - 4)$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1$

נגזרת שנייה

max/min

$f''(x) = 6x^2 - 8$

$f''(x=0) = 6(0)^2 - 8 = -8 \cap \text{max}$

$f''(x=1)^2 = 6(2) - 8 = +4 \cup \text{min}$

$f''(x=-1)^2 = 6(-2) - 8 = +4 \cup \text{min}$

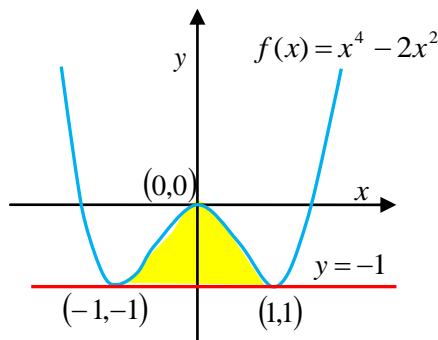
נקודות הקיצון

תשובה:

$(0,0) \cap \text{max} \quad (1,-1) \cup \text{min} \quad (-1,-1) \cup \text{min}$

(ב) דרך שתי נקודות המינימום של הפונקציה מעבירים ישר. הישר מקביל לציר ה- x .

(1) מצא את משוואת הישר.



משוואת משיק

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$(1,-1) \quad m = 0$

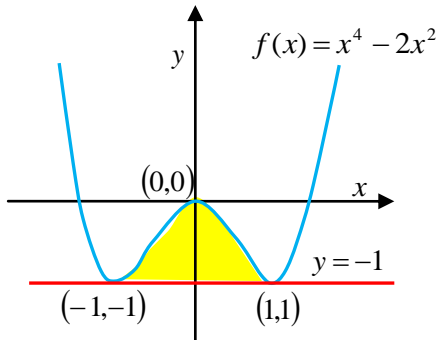
$y + 1 = 0(x - 1)$

$y = -1$

תשובה: $y = -1$

(2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה ובין הישר המקביל לציר ה- x שמצאת בתת סעיף (1) (השטח המקווקו)

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^4 - 2x^2$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -1$	$y = -1$	$x = 1$



$$S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} (\text{פונקציה עליונה}) - (\text{פונקציה תחתונה}) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2) - (-1) dx$$

$$S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx$$

$$S_T = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + 1x \right]_{-1}^1$$

$$S_T = \left[\frac{(1)^5}{5} - \frac{2(1)^3}{3} + 1(1) \right] - \left[\frac{(-1)^5}{5} - \frac{2(-1)^3}{3} + 1(-1) \right]$$

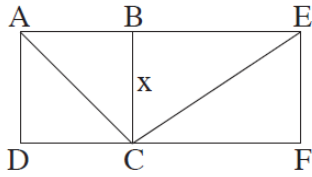
$$S_T = \left[\frac{8}{15} \right] - \left[-\frac{8}{15} \right]$$

$$S_T = 1\frac{1}{15}$$

תשובה סופית:

(א) $(-1,-1) \cup \min (0,0) \cap \max (1,-1) \cup \min (1,-1)$ **(ב)** $y = -1$ **(ג)** $S = 1\frac{1}{15}$

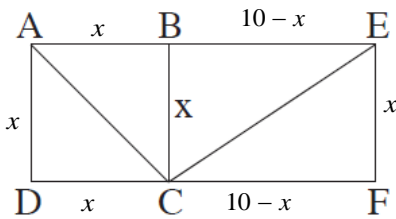
שאלה מספר 6:



הקטע BC (המסומן ב- x) הוא צלע משותפת של הריבוע ABCD ושל המלבן BEFC (ראה ציור) נתון כי אורך הקטע AE הוא 10 ס"מ.

- (א) **(1)** הבע באמצעות x את אורך הקטע BE.
(2) הבע באמצעות x את CE^2 (ריבוע האלכסון המלבן)
(ב) מצא את אורך הקטע BC שעבורו הסכום $AC^2 + CE^2$ הוא מינימלי
(ג) מצא את הערך המינימלי של הסכום $AC^2 + CE^2$

פתרון:



$$\begin{aligned} AC^2 &= x^2 + x^2 \\ AC^2 &= 2x^2 \end{aligned}$$

1. משפט המטרה: הערך המינימלי של הסכום $AC^2 + CE^2$

2. נוסחת המטרה: $p = AC^2 + CE^2 \Rightarrow \min$

3. נוסחת עזר:

$$\begin{aligned} CE^2 &= x^2 + (10-x)^2 \\ CE^2 &= x^2 + 100 - 20x + x^2 \\ CE^2 &= 2x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$

4. פונקציית המטרה:

$$\begin{aligned} P &= AC^2 + CE^2 \\ P &= 2x^2 + 2x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$

$$p = 4x^2 - 20x + 100$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= 4x^2 - 20x + 100 \\ x &= 2.5 \\ p &= 4(2.5)^2 - 20(2.5) + 100 \\ p &= 75 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} p' &= 8x - 20 \\ p' &= 0 \\ 0 &= 8x - 20 \\ 8x &= 20 \\ x &= 2.5 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

$$\begin{aligned} \text{Max/min} \\ p''(x) &= +8 \cup \min \end{aligned}$$

ריכוז התשובות

$$\begin{aligned} x &= 2.5 \quad \min \\ p &= 75 \end{aligned}$$

תשובה סופית

(א1) $BE = 10 - x$ **(א2)** $CE^2 = 2x^2 - 20x + 100$ **(ב)** $BC = 2.5$ **(ג)** $AC^2 + CE^2 = 75$