

מבחן בגרות 35803 מועד חורף תש"ע 2010.

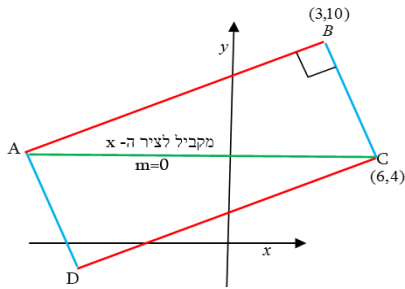
ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1:

- הנקודות $C(6,4)$ $B(3,10)$ הן שני קדקודים סמוכים במלבן ABCD, האלכסון AC מקביל לציר ה-x (ראה ציור).
 (א) מצא את השיפוע של BC.
 (ב) מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.
 (ג) מצא את השיעורים של הקדקוד A.
 (ד) מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע DC.
 (ה) הצלע DC חותכת את ציר ה-y בנקודה E, והאלכסון AC חותך את ציר ה-y בנקודה F. מצא את אורך הקטע EF.

פתרון:

(1א) מצא את השיפוע של הצלע BC.



שיפוע BC

$B(3,10)$ $C(6,4)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

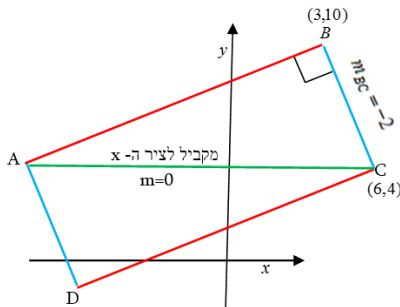
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{4 - 10}{6 - 3} = \frac{-6}{3}$$

$$m_{BC} = -2$$

תשובה: $m_{BC} = -2$

(2א) מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.



שיפוע AB

$$m_{BC} = -2 \quad m_{AB} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

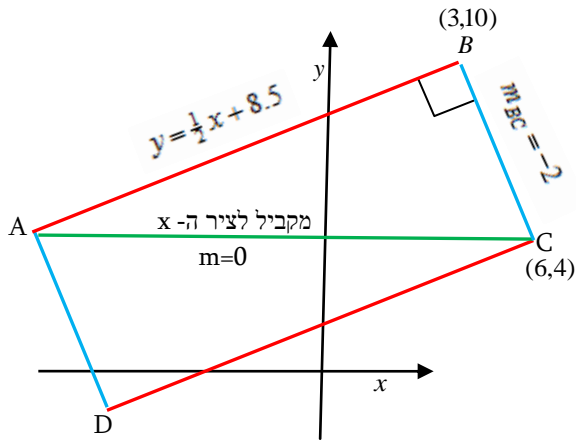
$$(3,10) \quad m = \frac{1}{2}$$

$$y - 10 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1.5 + 10$$

$$y_{AB} = \frac{1}{2}x + 8.5$$

תשובה: $y_{AB} = \frac{1}{2}x + 8.5$



(3א) מצא את השיעורים של הקדקוד A.

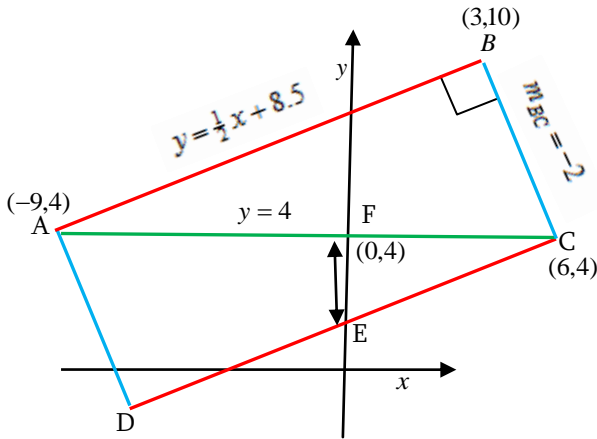
שיפוע AC
 $m_{AC} = 0$
 מקביל לציר x

משוואת AC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $m_{AC} = 0 \quad C(6,4)$
 $y - 4 = 0(x - 6)$
 $y = 4$

נקודה A
 $y_{AB} = y_{AC}$
 $\frac{1}{2}x + 8.5 = 4$
 $\frac{1}{2}x = 4 - 8.5$
 $\frac{1}{2}x = -4.5$
 $x = -9$
 $A(-9,4)$

תשובה: $A(-9,4)$

(ב) מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע DC.



שיפוע CD
 $m_{BC} = -2 \quad m_{DC} = \frac{1}{2}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת CD
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(6,4) \quad m = \frac{1}{2}$
 $y - 4 = \frac{1}{2}(x - 6)$
 $y = \frac{1}{2}x - 3 + 4$
 $y_{DC} = \frac{1}{2}x + 1$

תשובה: $y_{DC} = \frac{1}{2}x + 1$

(ג) הצלע DC חותכת את ציר ה-y בנקודה E והאלכסון AC חותך את ציר ה-y בנקודה F. מצא את אורך הקטע EF.

מרחק FE
 $E(0,1) \quad F(0,4)$
 $d_{EF} = 3$

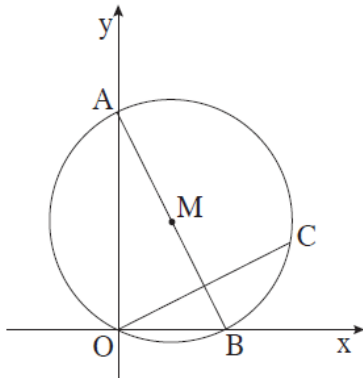
נקודה F
 $y = \frac{1}{2}x + 1$
 $x = 0$
 $y = \frac{1}{2}(0) + 1$
 $y = 1$
 $F(0,1)$

(ג) נמצא את נקודה E
תשובה: $d_{EF} = 3$

תשובה סופית:

(1א) $m_{BC} = -2$ **(2א)** $y_{AB} = \frac{1}{2}x + 8.5$ **(3א)** $A(-9,4)$ **(ב)** $y_{DC} = \frac{1}{2}x + 1$ **(ג)** $EF = 3$

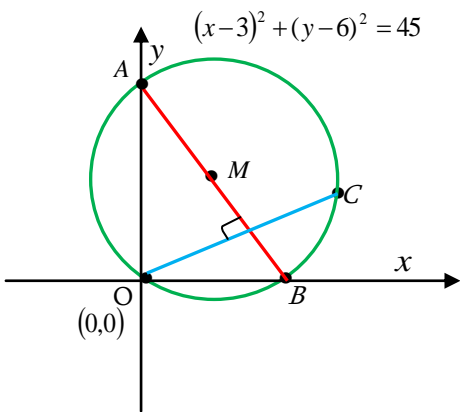
שאלה מספר 2:



- נתון מעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$.
 המעגל עובר דרך ראשית הצירים $O(0,0)$.
 וחותך את הצירים גם בנקודות A ו-B. (ראה ציור)
 (א) מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.
 (ב) דרך O מעבירים אנך לקוטר AB .
 האנך חותך את המעגל בנקודה C.
 (1) מצא את משוואת הישר OC .
 (2) מצא את השיעורים של הנקודה C.
 (3) מצא את שטח המשולש OCB .

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודות A ו B.



נקודה A

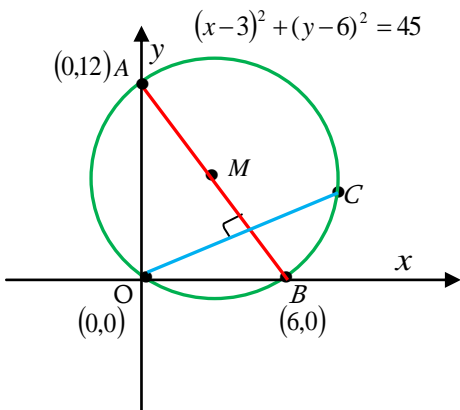
$$\begin{aligned} (x-3)^2 + (y-6)^2 &= 45 \\ x &= 0 \\ (0-3)^2 + (y-6)^2 &= 45 \\ (y-6)^2 &= 45 - 9 \\ y-6 &= \pm\sqrt{36} \\ y &= \pm 6 + 6 \\ y_1 &= +6 + 6 = 12 \\ y_2 &= -6 + 6 = 0 \\ A(0,12) \quad O(0,0) \end{aligned}$$

נקודה B

$$\begin{aligned} (x-3)^2 + (y-6)^2 &= 45 \\ y &= 0 \\ (x-3)^2 + (0-6)^2 &= 45 \\ (x-3)^2 &= 45 - 36 \\ x-3 &= \pm\sqrt{9} \\ x &= \pm 3 + 3 \\ x_1 &= +3 + 3 = 6 \\ x_2 &= -3 + 3 = 0 \\ B(6,0) \quad O(0,0) \end{aligned}$$

תשובה: $A(0,12) \quad B(6,0)$

(ב) דרך O מעבירים אנך ל AB . האנך חותך את המעגל בנקודה C. מצא את משוואת הישר OC .



שיפוע AB

$$\begin{aligned} A(0,12) \quad B(6,0) \\ (x_1, y_1) \quad (x_2, y_2) \\ m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{AB} &= \frac{(0) - (12)}{(6) - (0)} = \frac{-12}{6} \\ m_{AB} &= -2 \end{aligned}$$

שיפוע OC

$$m_{AB} = -2 \quad m_{OC} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת OC

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ (0,0) \quad m &= \frac{1}{2} \\ y - 0 &= \frac{1}{2}(x - 0) \\ y &= \frac{1}{2}x \end{aligned}$$

תשובה: $y_{OC} = \frac{1}{2}x$

(2) מצא את השיעורים של הנקודה C.

נקודה C

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$(x-3)^2 + (\frac{1}{2}x-6)^2 = 45$$

$$x^2 - 6x + 9 + 0.25x^2 - 6x + 36 = 45$$

$$1.25x^2 - 12x = 0$$

$$x \cdot (1.25x - 12)$$

$$x_C = 9.6 \quad x_2 = 0$$

נקודה C

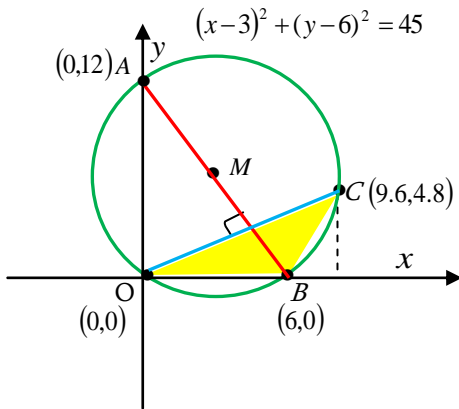
$$y = \frac{1}{2}x$$

$$x = 9.6$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 9.6 = 4.8$$

$$C(9.6, 4.8)$$

תשובה: C(9.6, 4.8)



(3) מצא את שטח המשולש OCB.

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{OBC} = \frac{6 \cdot 4.8}{2}$$

$$S_{OBC} = 14.4$$

תשובה: $S_{OBC} = 14.4$

תשובה סופית:

(א) $B(6,0)$ **(ב)** $y_{OC} = \frac{1}{2}x$ **(ג)** $C(9.6, 4.8)$ **(ב3)** $S_{OBC} = 14.4$

שאלה מספר 3

חנות קנתה 20 חולצות כותנה ו- 60 חולצות פשתן.
 המחיר של חולצת פשתן היה נמוך ב- 15% מהמחיר של חולצת כותנה.
 עבור כל חולצות הפשתן שילמה החנות 2,550 שקל.
(א) מה היה המחיר של חולצת כותנה?
(ב) כמה שקלים שילמה החנות עבור כל חולצות הכותנה.

פתרון:

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 בבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה,
 יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - מחיר של חולצה כותנה

נמוך ב - 15%

$$1 - \frac{15}{100} = 0.85$$

משוואה	סה"כ	חולצות		
		מחיר לחולצה	כמות	
	20x	x	20	קניה של כותנה
	2550	0.85x	60	קניה של פשתן
2550 = 60 · 0.85x				

1. מחיר חולצת כותנה

$$0.85x \cdot 60 = 2550$$

$$51x = 2550$$

$$x = 50$$

2. מחיר כל חולצת כותנה

$$20x$$

$$x = 50$$

$$20 \cdot 50$$

$$1000$$

(א) מה היה המחיר של חולצת כותנה?

תשובה: 50 ₪

(ב) כמה שקלים שילמה החנות עבור כל חולצות הכותנה.

תשובה: 1000 ₪

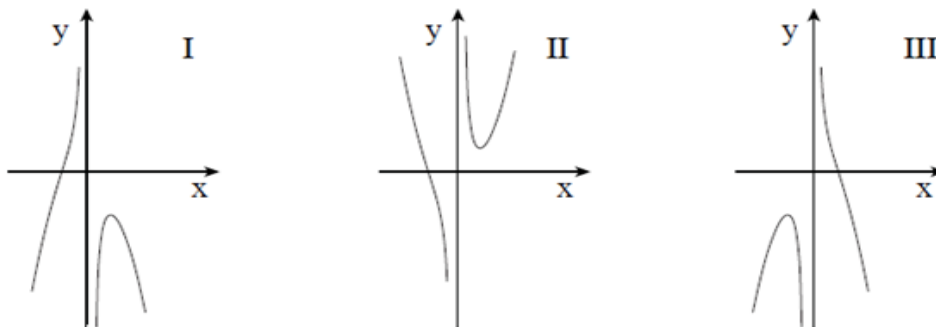
תשובה סופית:

(א) מחיר חולצת כותנה 50 ₪ **(ב)** מחיר כל חולצות הכותנה הוא 1000 ₪

שאלה מספר 4

נתונה הפונקציה : $y = \frac{2}{x} - x^2$

- (א) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (ב) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.



- (ג) לפניך שלושה גרפים I, II, III. איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של הפונקציה הנתונה? נמק.
 (ד) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה הנתונה

פתרון:

(א) **מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.**

תשובה: תחום הגדרה $x \neq 0$ האסימפטוטה $x = 0$

(ב) **מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.**

$$f(x) = \frac{a}{b \cdot x^n}$$

$$f'(x) = -\frac{a \cdot n}{b \cdot x^{n+1}}$$

פונקציה

y=?

$$f(x) = \frac{2}{x} - x^2$$

$$f(2) = \frac{2}{(-1)} - (-1)^2$$

$$y = -3$$

$$(-1, -3)$$

נגזרת ראשונה

m=0

$$f'(x) = -\frac{2 \cdot 1}{x^2} - 2x$$

$$f'(x) = m = 0$$

$$0 = -\frac{2}{x^2} - 2x$$

$$2x = -\frac{2}{x^2}$$

$$2x^3 = -2$$

$$x^3 = -1$$

$$x = \sqrt[3]{-1}$$

$$x = -1$$

נגזרת שנייה

max/min

$$f''(x) = +\frac{2 \cdot 2}{x^3} - 2 = +\frac{4}{x^3} - 2$$

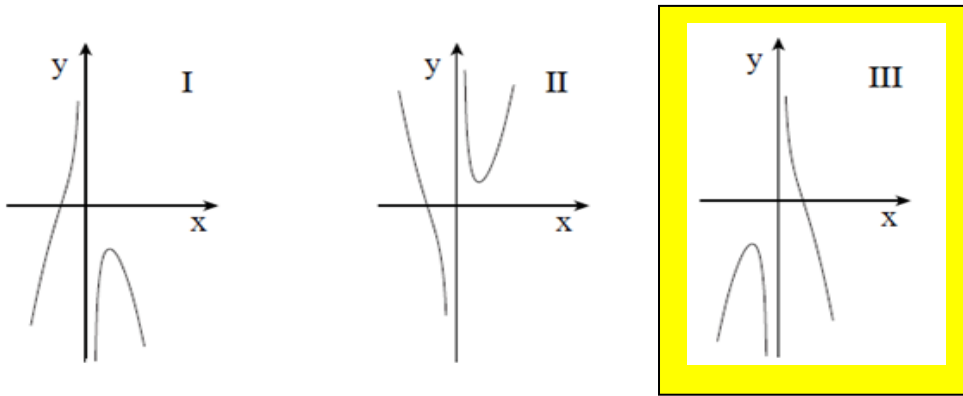
$$f''(1) = +\frac{4}{(-1)^3} - 2 = -6 \cap \max$$

תשובה:

נקודות הקיצון:

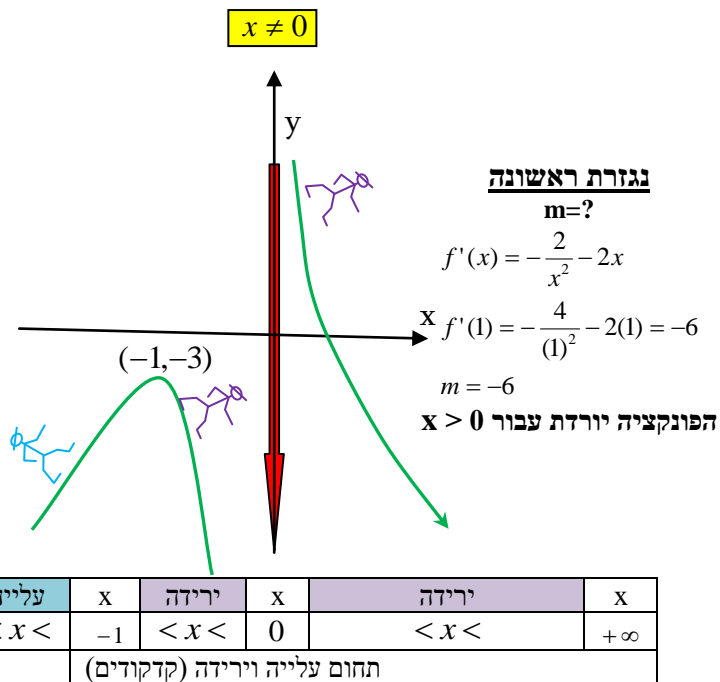
$(-1, -3) \cap \max$

(ג). לפי שלושה גרפים I, II, III, איזה מבין הגרפים הוא הגרף של הפונקציה הנתונה? נמק.



תשובה: הגרף המתאים לנקודת קיצון $\max \cap (-1, -3)$ ולירידה עבור $x > 0$ הוא גרף מספר 3

(ד). מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה הנתונה. נבנה טבלה מתאימה:

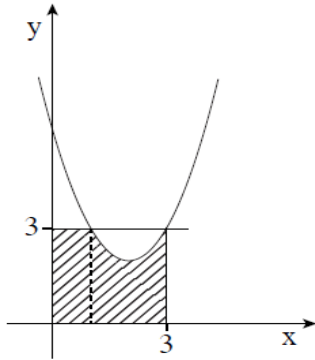


תשובה: הפונקציה יורדת: $-1 < x < 0$ $0 < x < +\infty$ הפונקציה עולה: $-\infty < x < -1$

תשובה סופית:

(א). $x \neq 0$ (ב) $\max \cap (-1, -3)$ (ד). גרף מספר 3
 (ד). ירידה $-1 < x < 0$ $0 < x < +\infty$ עולה $-\infty < x < -1$

שאלה מספר 5



נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 4x + 6$

מעבירים ישר $y = 3$ (ראה ציור)

(א) מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = 3$

עם גרף הפונקציה $f(x)$.

(ב) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

על ידי הישר $y = 3$, על ידי הישר $x = 3$

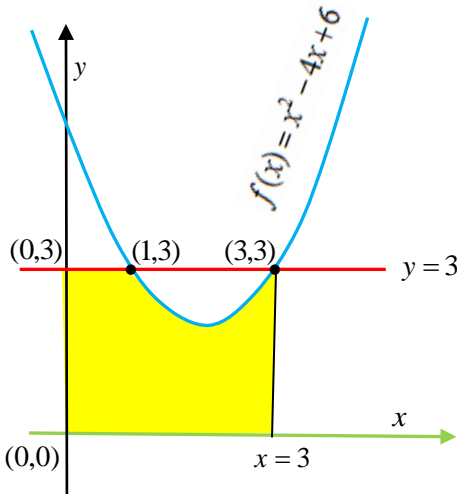
ועל ידי הצירים.

(השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א) מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = 3$ עם גרף הפונקציה $f(x)$.

נקודה החיתוך בין הישר לפונקציה



$$f(x) = x^2 - 4x + 6$$

$$y = 3$$

$$3 = x^2 - 4x + 6$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{16 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

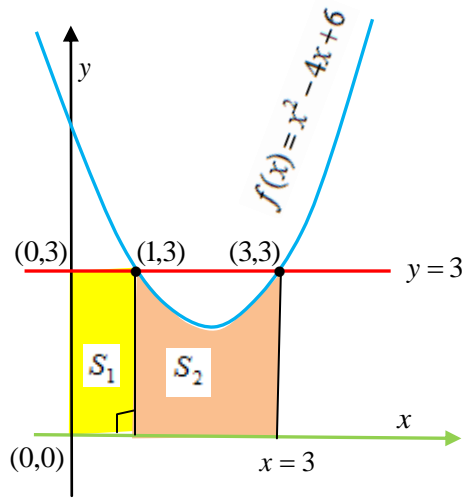
$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = +3 \quad x_2 = 1$$

$$(1,3) \quad (3,3)$$

תשובה: (1,3) (3,3)

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $y = 3$, על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי הצירים.



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 3$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = 0$	$x = 1$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^2 - 4x + 6$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 1$	$y = 0$	$x = 3$

$$S_1 = \int_0^1 (3) - (0) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (3 - 0) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (3) dx$$

$$S_1 = \left[3x \right]_0^1$$

$$S_1 = \left[3 \cdot (1) \right] - \left[3(0) \right]$$

$$S_1 = \left[3 \right] - \left[0 \right]$$

$$S_1 = \left[3 \right]$$

$$S_T = S_1 + S_2$$

$$S_T = \left[3 \right] + \left[4 \frac{2}{3} \right] = 7 \frac{2}{3}$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 - 4x + 6) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 - 4x + 6 - 0) dx$$

$$S_2 = \int_1^3 (x^2 - 4x + 6) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 6x \right]_1^3$$

$$S_2 = \left[\frac{(3)^3}{3} - \frac{4(3)^2}{2} + 6(3) \right] - \left[\frac{(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 6(1) \right]$$

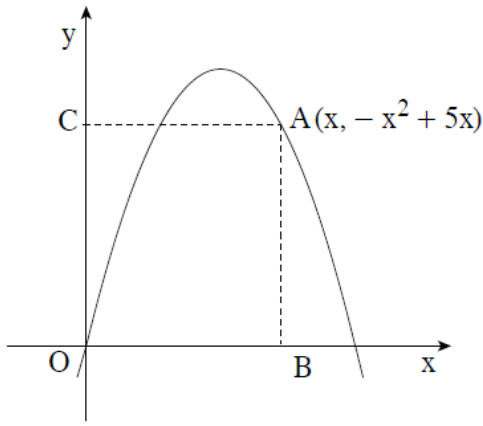
$$S_2 = \left[9 \right] - \left[4 \frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = \left[4 \frac{2}{3} \right]$$

תשובה סופית:

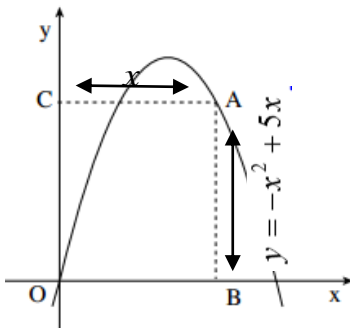
$$S_T = \left[3 \right] + \left[4 \frac{2}{3} \right] = 7 \frac{2}{3} \quad (\text{ב}) \quad (1,3) \quad (3,3) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 6



נקודה A שברביע הראשון, נמצאת על גרף הפונקציה $y = -x^2 + 5x$, מנקודה A מורידים אנכים לצירים, ונוצר מלבן ABOC. O – ראשית הצירים (ראה ציור) (א) מה צריך להיות שיעור הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מכסימלי? (ב) מצא את היקף המקסימלי של המלבן?

פתרון:



1. **משפט המטרה:** היקף המלבן יהיה מכסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 5x$

4. **פונקציית המטרה** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$

$$P = 2(x) + 2(-x^2 + 5x)$$

$$p = 2x - 2x^2 + 10x$$

$$p = -2x^2 + 12x$$

הפונקציה

$$p = -2x^2 + 12x$$

$$x = 3$$

$$p = -2(3)^2 + 12(3)$$

$$p = 18$$

נגזרת ראשונה

$$p' = -4x + 12$$

$$p' = 0$$

$$0 = -4x + 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -4 \cap \max$$

סיכום התשובות

$$x = 3 \quad \max$$

$$y_A = 6$$

$$p = 18$$

נקודה A

$$x = 3$$

$$y = -x^2 + 5x = -(3)^2 + 5(3) = 6$$

$$A(3,6)$$

תשובה סופית:

$P = 18 \max$ (ב) $A(3,6)$ (א)