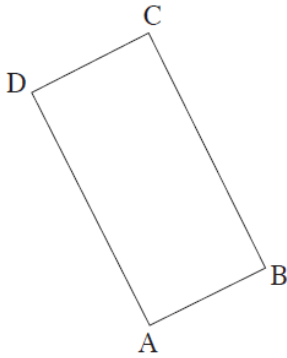


**מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תש"ע 2010**

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב ! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

**שאלה מספר 1 :**



שני קדקודים סמוכים במלבן ABCD הם :  $A(0,1)$   $B(4,3)$  (ראה ציור).

משוואת האלכסון BD היא  $y = -\frac{3}{4}x + 6$

(א) מצא את השיפוע של הצלע AB.

(2) מצא את משוואת הצלע AD.

(ב) מצא את שיעורי הקדקוד D.

(ג) חשב את שטח המלבן.

**פתרון:**

**(1א) מצא את השיפוע של הצלע AB.**

**שיפוע AB**

$A(0,1)$   $B(4,3)$

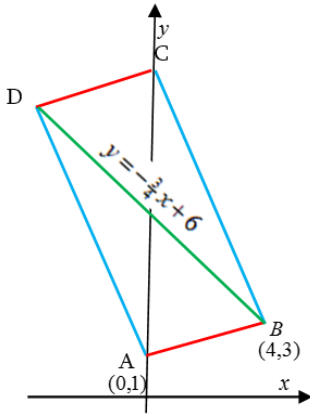
$(x_1, y_1)$   $(x_2, y_2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{(3) - (1)}{(4) - (0)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$m_{AB} = \frac{1}{2}$$

**תשובה:**  $m_{AB} = \frac{1}{2}$



**(2א) מצא את משוואת הצלע AD.**

**שיפוע AD**

$$m_{AB} = \frac{1}{2} \quad m_{AD} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

**משוואת AD**

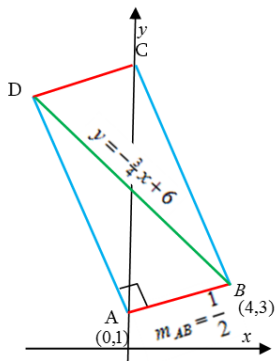
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,1) \quad m = -2$$

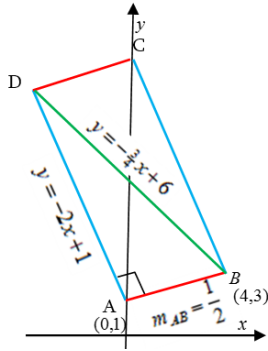
$$y - 1 = -2(x - 0)$$

$$y_{AD} = -2x + 1$$

**תשובה:**  $y_{AD} = -2x + 1$



**(ב). מצא את שיעורי הקדקוד D.**



**נקודה D**

$$y_{AD} = y_{BD}$$

$$-2x + 1 = -\frac{3}{4}x + 6$$

$$-6 + 1 = 2x - \frac{3}{4}x$$

$$-5 = 1\frac{1}{4}x$$

$$x = -4$$

$$y = -2x + 1$$

$$x = -4$$

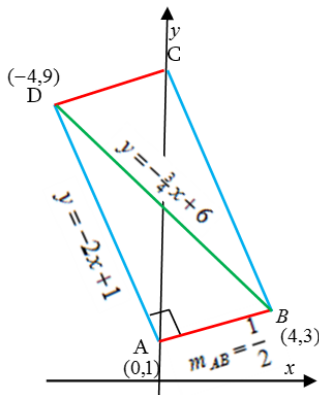
$$y = -2(-4) + 1$$

$$y = 9$$

$D(-4,9)$

**תשובה:**  $D(-4,9)$

**(ג). חשב את שטח המלבן.**



**אורך הקטע AB**

$A(0,1)$      $B(4,3)$

$(x_1, y_1)$      $(x_2, y_2)$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (4 - 0)^2 + (3 - 1)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{20}$$

$$d_{AB} = 4.47$$

**אורך הקטע AD**

$A(0,1)$      $D(-4,9)$

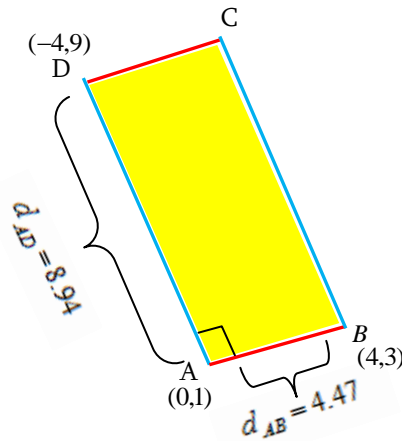
$(x_1, y_1)$      $(x_2, y_2)$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-4 - 0)^2 + (9 - 1)^2$$

$$d_{AD} = \sqrt{80}$$

$$d_{AD} = 8.94$$



**שטח המלבן**

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD$$

$$S_{ABCD} = 4.47 \cdot 8.94$$

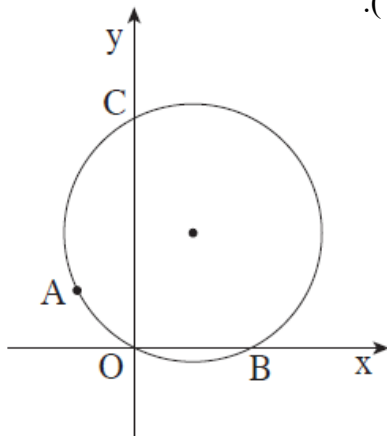
$$S_{ABCD} = 40$$

**תשובה:**  $S_{ABCD} = 40$

**תשובה סופית:**

$S_{ABCD} = 40$  (ג)     $D(-4,9)$  (ב)     $y_{AD} = -2x + 1$  (א2)     $m_{AB} = \frac{1}{2}$  (א1)

**שאלה מספר 2**



מעגל שמרכזו (2,4) עובר דרך ראשית הצירים  $O(0,0)$  (ראה ציור).

(א) (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל

הנקודה A ששיעור ה- y שלה הוא 2 ונמצאת על המעגל, ברביע השני.

(ב) מצא את שיעור ה- x של הנקודה A.

(ג) המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת B, ואת ציר ה- y בנקודה נוספת C (ראה ציור).

האם המיתר AO מקביל למיתר BC? נמק

(ד) חשב את שטח המשולש AOB.

**פתרון:**

(א) (1) מצא את רדיוס המעגל.

מציאת רדיוס המעגל

$$R^2 = 20$$

$$R = \sqrt{20} = 4.47$$

(2) מצא את משוואת המעגל

משוואת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(2,4)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = R^2$$

$$O(0,0)$$

$$(0 - 2)^2 + (0 - 4)^2 = R^2$$

$$20 = R^2$$

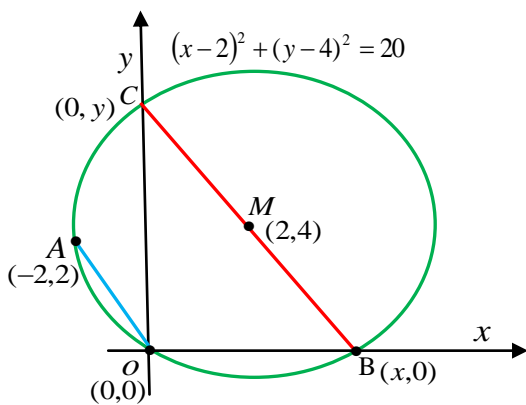
$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

**תשובה: (א)  $R = \sqrt{20} = 4.47$**

**(2א)  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$**

(ב) הנקודה A ששיעור ה- y שלה הוא 2, ונמצאת ברביע השני.

מצא את שיעור ה- x של הנקודה A.



נקודה A

$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$$

$$y = 2$$

$$(x - 2)^2 + (2 - 4)^2 = 20$$

$$(x - 2)^2 + 4 = 20$$

$$(x - 2)^2 = 20 - 4$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4 + 2$$

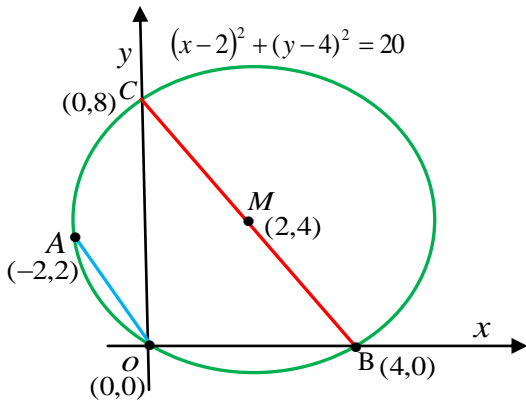
$$x = +4 + 2 \quad x = -4 + 2$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = -2$$

$$A(-2,2)$$

**תשובה:** הנקודה A(-2,2) ברביע השני

(ג) המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודה נוספת B, ואת ציר ה- $y$  בנקודה נוספת C ראה ציור. האם המיתר AO מקביל למיתר BC? נמק



**נקודה B**

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$y = 0$$

$$(x-2)^2 + (0-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + 16 = 20$$

$$(x-2)^2 = 20 - 16$$

$$x-2 = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 2 + 2$$

$$x = -2 + 2 \quad x = +2 + 2$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

$$B(4,0)$$

**נקודה C**

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$4 + (y-4)^2 = 20$$

$$(y-4)^2 = 20 - 4$$

$$y-4 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 + 4$$

$$y = -4 + 4 \quad y = +4 + 4$$

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 8$$

$$C(0,8)$$

**שיפוע AO**

$$A(-2,2) \quad O(0,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m_{AO} = \frac{(-2)-(0)}{(2)-(0)} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$m_{AO} = -1$$

**שיפוע BC**

$$B(-2,2) \quad C(0,0)$$

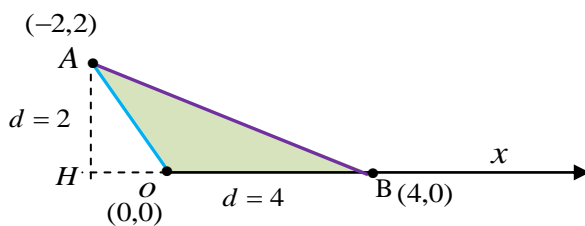
$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m_{BC} = \frac{(8)-(0)}{(0)-(4)} = \frac{8}{-4}$$

$$m_{BC} = -2$$

**תשובה:**  $m_{AO} \neq m_{BC}$  שיפועים לא זהים לכן הישרים לא מקבילים

(ד) חשב את שטח המשולש AOB.



$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{OB \cdot AH}{2}$$

$$S_{AOB} = \frac{4 \cdot 2}{2}$$

$$S_{AOB} = 4$$

**תשובה:**  $S_{AOB} = 4$

**תשובה סופית:**

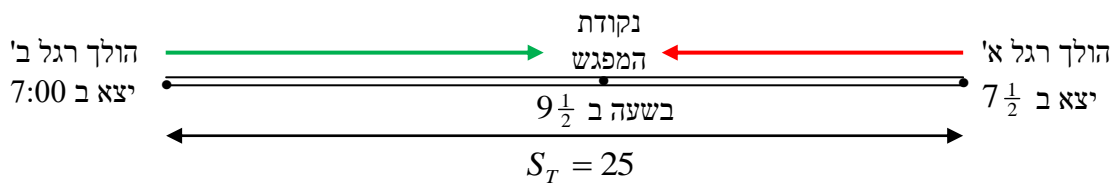
$$x_A = -2 \quad (ב) \quad (x-2)^2 + (y-4)^2 = 20 \quad (2א) \quad R = \sqrt{20} = 4.47 \quad (1א)$$

$$S_{AOB} = 4 \quad (ד) \quad \text{שיפועים לא זהים לכן הישרים לא מקבילים} \quad m_{AO} \neq m_{BC} \quad (ג)$$

**שאלה מספר 3**

משני מקומות שהמרחק ביניהם הוא 25 ק"מ, יצאו זה לקראת זה שני הולכי רגל: הולך רגל א' והולך רגל ב'. הולך רגל א' יצא בשעה 7<sup>00</sup> בבוקר. והולך רגל ב' יצא בשעה 7<sup>30</sup> בבוקר. המהירות של הולך רגל א' הייתה גדולה ב-1 קמ"ש מהמהירות של הולך רגל ב'. (המהירויות של הולכי הרגל קבועות). הולכי הרגל נפגשו בשעה 9<sup>30</sup> בבוקר. (א). מצא את המהירות של כל אחד מהולכי הרגל. (ב). מצא את המרחק שעבר כל אחד מהולכי הרגל עד הפגישה.

**פתרון:**



הולך רגל ב		
דרך	זמן	מהירות
$S = t \cdot v$	t	v
המתנה	0.5	
$S = 2 \cdot v$	2	v

הולך רגל א		
דרך	זמן	מהירות
$S = t \cdot v$	t	v
$S = 2.5 \cdot (v + 1)$	2.5	v + 1

(א). מצא את המהירות של כל אחד מהולכי הרגל.

$S_1 + S_2 = 25$

$2\frac{1}{2}(v + 1) + 2 \cdot (v) = 25$

$2\frac{1}{2}v + 2\frac{1}{2} + 2v = 25$

$4\frac{1}{2}v = 22\frac{1}{2}$

$v = 5$

**תשובה:** הולך רגל א' 6 קמ"ש, הולך רגל ב' 5 קמ"ש

(ב). מצא את המרחק שעבר כל אחד מהולכי הרגל עד הפגישה.

**תשובה:** הולך רגל א'

$S_1 = t \cdot v$        $S_1 = 2\frac{1}{2} \cdot 6$        $S_1 = 15$

הולך רגל ב'

$S_1 = t \cdot v$        $S_1 = 2 \cdot 5$        $S_1 = 10$

**תשובה סופית:**

(א). מהירות הולך רגל א' = 6 קמ"ש, מהירות הולך רגל ב' = 5 קמ"ש.

(ב). המרחק שהלך הולך רגל א' 15 ק"מ, המרחק שהלך הולך רגל ב' 10 ק"מ.

**שאלה מספר 4**נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ 

- (א) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.  
 (ג) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 (ד) המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה חותך את ציר ה-y בנקודה B. מצא את השיעורים של הנקודה B.

**פתרון:****(א) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.****חיתוך עם ציר ה-x**

$$y=0$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$y = 0$$

$$0 = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$0 = x(x^2 - 6x + 9)$$

$$x_1 = 0 \quad x_{2,3} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36 - 4(1)(9)}}{2(1)} = \frac{6 \pm 0}{2}$$

$$(0,0) \quad (3,0)$$

**חיתוך עם ציר ה-y**

$$x=0$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$x = 0$$

$$y = (0)^3 - 6(0)^2 + 9(0) = 0$$

$$(0,0)$$

**נקודות החיתוך עם הצירים**

$$(0,0) \quad (3,0)$$

**(ב) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.****פונקציה**

$$y=?$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) = 4$$

$$(1,4)$$

$$f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) = 0$$

$$(3,0)$$

**נגזרת ראשונה**

$$m=0$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 3x^2 - 12x + 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{144 - 4(3)(9)}}{2 \cdot (3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 6}{6}$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 3$$

**נגזרת שנייה**

$$\max/\min$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$$f''(1) = 6(1) - 12 = -6 \cap \max$$

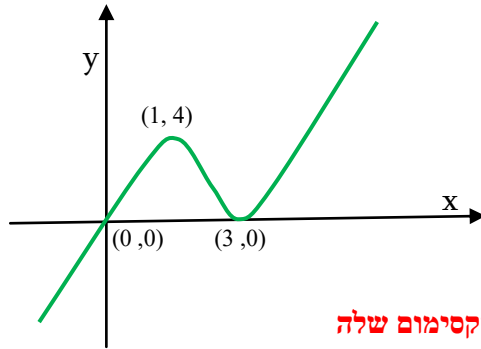
$$f''(3) = 6(3) - 12 = +6 \cup \min$$

**נקודת הקיצון**

$$(3,0) \cup \min$$

$$(1,4) \cap \max$$

**(ג). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.**



**(ד). המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $B$ . מצא את השיעורים של הנקודה  $B$ .**

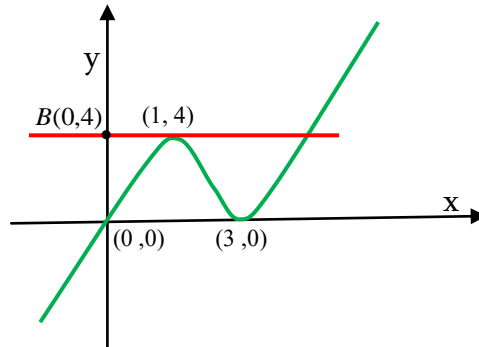
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1,4) \quad m = 0$$

$$y - 4 = 0(x - 1)$$

$$y = 4$$

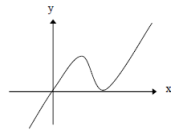
המשיק לנקודת המקסימום הוא  $y = 4$  (השיפוע בנקודה = 0) חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $B(0,4)$



**תשובה סופית:**

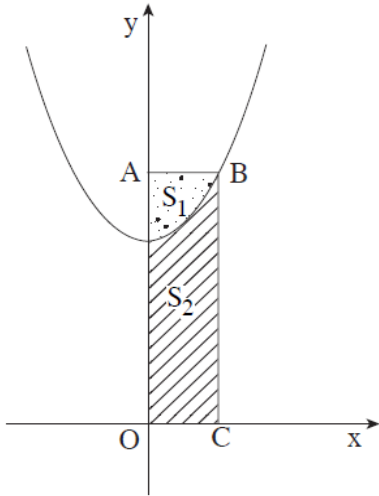
**(א)**  $(0,0)$   $(3,0)$

**(ד)**  $B(0,4)$



**(ב)**  $(3,0) \cup \min$   $(1,4) \cap \max$  **(ג).** סרטוט

**שאלה מספר 5**



נתונה הפרבולה  $f(x) = x^2 + 4$   
 מנקודה B, הנמצאת על הפרבולה ברביע הראשון.  
 העבירו אנך BC לציר ה-x. ואנך BA לציר ה-y.  
 שיעורי הנקודה A הם (0, 5) (ראה ציור)

- (א). מצא את משוואת הישר AB.
- (ב). מצא את שיעורי הנקודה B.
- (ג). הפרבולה מחלקת את שטח המלבן ABCO (O ראשית הצירים) לשני שטחים  $S_1$  השטח המנוקד בציור.  $S_2$  השטח המקווקו בציור

חשב את היחס  $\frac{S_1}{S_2}$

**פתרון:**

(א). מצא את משוואת הישר AB.

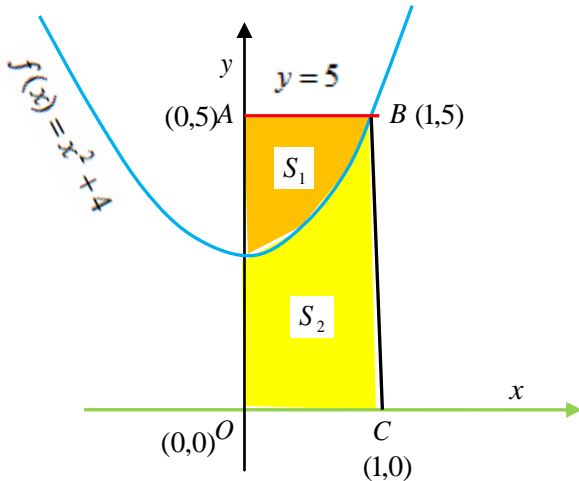
**משוואת AB**

$m = 0$  מקביל לציר x  
 $(0,5) \quad m = 0$   
 $y - 5 = 0(x - 0)$   
 $y_{AB} = 5$

(ב). מצא את שיעורי הנקודה B.

**נקודה B**

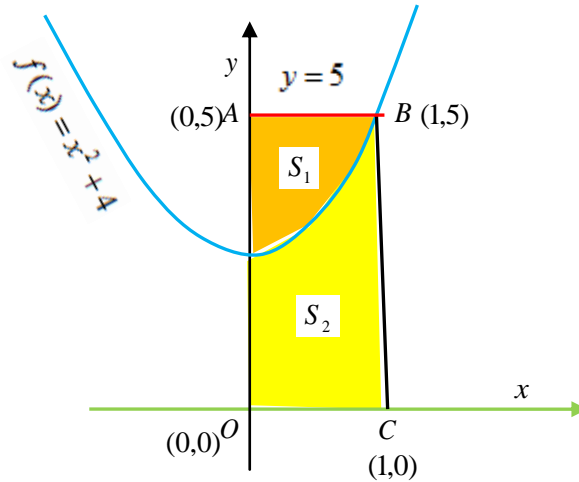
$y = x^2 + 4$   
 $y = 5$   
 $5 = x^2 + 4$   
 $x^2 = 1$   
 $x = \sqrt{1} = \pm 1$   
 $B(1,5)$





(ג). הפרבולה מחלקת את שטח המלבן ABCO. (ראשית הצירים) לשני שטחים  $S_1$  השטח המנוקד בצירור.  $S_2$  השטח המקוקו בצירור.

חשב את היחס  $\frac{S_1}{S_2}$



$x$	פונקציה עליונה	$x$
קטן/שמאל	$y = 5$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$f(x) = x^2 + 4$	$x = 1$

$x$	פונקציה עליונה	$x$
קטן/שמאל	$f(x) = x^2 + 4$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = 0$	$x = 1$

$$S_1 = \int_0^1 (5) - (x^2 + 4) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (5 - x^2 - 4) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (-x^2 + 1) dx$$

$$S_1 = \left[ -\frac{x^3}{3} + 1x \right]_0^1$$

$$S_1 = \left[ -\frac{(1)^3}{3} + 1(1) \right] - \left[ -\frac{(0)^3}{3} + 1(0) \right]$$

$$S_1 = \left[ \frac{2}{3} \right] - [0] = \frac{2}{3}$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 + 4) - (0) dx$$

$$S_2 = \int_0^1 (x^2 + 4) dx$$

$$S_2 = \left[ \frac{x^3}{3} + 4x \right]_0^1$$

$$S_2 = \left[ \frac{(1)^3}{3} + 4(1) \right] - \left[ \frac{(0)^3}{3} + 4(0) \right]$$

$$S_2 = \left[ 4\frac{1}{3} \right] - [0] = 4\frac{1}{3}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{2}{3}}{4\frac{1}{3}} = \frac{2}{13}$$

תשובה סופית :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{2}{3}}{4\frac{1}{3}} = \frac{2}{13} \quad \text{.(ג)}$$

$B(1,5)$  .(ב)

$y_{AB} = 5$  .(א)

**שאלה מספר 6.**

- מבין כל שני מספרים  $x$  ו- $y$  (הגדולים מאפס) המקיימים  $x + y = 24$
- (א) מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהיה מקסימלית?
- (ב) מהי המכפלה המקסימלית (של אחד המספרים בריבוע של האחר)?

**פתרון:**

1. **משפט המטרה:** שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהיה מקסימלית

2. **נוסחת המטרה:**  $p = x^2 \cdot y \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:**  $x + y = 24 \Rightarrow y = 24 - x$

4. **פונקציית המטרה**  $P = x^2 \cdot (24 - x)$

$$p = 24x^2 - x^3$$

**תפוקציה**

$$p = 24x^2 - x^3$$

$$x = 16$$

$$p = 24(16)^2 - (16)^3$$

$$p = 2048$$

**נגזרת ראשונה**

$$p' = 48x - 3x^2$$

$$p' = 0$$

$$0 = 48x - 3x^2$$

$$0 = x \cdot (48 - 3x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 16$$

**נגזרת שנייה**

$$p'' = 48 - 6x$$

$$p''(x=0) = 48 - 6(0) = +48 \cup \min$$

$$p''(x=16) = 48 - 6(16) = -48 \cap \max$$

המספר השני :  $y = 24 - x$

$$x = 16$$

$$y = 24 - (16)$$

$$y = 8$$

המספר הראשון:  $x = 16$

**ריכוז התשובות**

$$x = 16 \quad \max$$

$$y = 8$$

$$p = 2048$$

**תשובה סופית:**

(א) מספר אחד : 8 מספר שני: 16 (ב)  $p = 2,048 \max$