

מבחן בגרות 35803 מועד חצב ברק תש"ע 2010.

ענה על ארבע מהשאלות 1-6 (לכל שאלה - 25 נקודות) שים לב! אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

שאלה מספר 1

חברת תקשורת א' גובה תשלום לכל דקת שיחה בטלפון. הסכום לתשלום עבור 200 דקות שיחה בחודש בחברה זו הוא 80 שקלים. חברת תקשורת ב' גובה תשלום חודשי קבוע, ותשלום נוסף לכל דקת שיחה בטלפון. בחברה זו התשלום לכל דקת שיחה נמוך ב- 20% מתשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת א'. הסכום לתשלום בחברת תקשורת ב' עבור 200 דקות בחודש הוא 84 שקלים.

(א) חשב את התשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת א'
 (ב) (1) חשב את התשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת ב'.
 (2) חשב את התשלום החודשי הקבוע בחברת תקשורת ב'.

פתרון

הנחיות מפמ"ר למתמטיקה. לעקרונות בבדיקת בגרויות 2016
 כבעיה מילולית יש להגדיר את המשתנים בצורה ברורה, יש לרשום תשובה סופית מילולית ולציין יחידות (ס"מ, שקלים, ק"ג, %, וכו'....).

נתונים

הגדרת המשתנים: x - מחיר לדקה

| סה"כ | שיחות טלפון | | | | תקשורת א' |
|------|-------------|-----------|-------|-----------|-----------|
| | כמות הדקות | מחיר לדקה | פעולה | מחיר קבוע | |
| 80 | 200 | x | + | 0 | |

תשלום לכל דקה

$$x = \frac{80}{200} = 0.4$$

(א) חשב את התשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת א'

תשובה: התשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת א' 0.4 ש"ח

(ב) (1) חשב את התשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת ב'.

מחיר שיחה הנמוך ב 20%

$$1 - \frac{20}{100} = 0.8 \quad 0.8 \cdot 0.4 = 0.32$$

תשובה: התשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת ב' 0.32 ש"ח

(2) חשב את התשלום החודשי הקבוע בחברת תקשורת ב'.

הגדרת המשתנים: y - מחיר קבוע

| סה"כ | שיחות טלפון | | | | תקשורת ב' |
|------|-------------|-----------|-------|-----------|-----------|
| | כמות הדקות | מחיר לדקה | פעולה | מחיר קבוע | |
| 84 | 200 | 0.32 | + | y | |

מציאת מחיר הקבוע

$$y + 0.32 \cdot 200 = 84$$

$$y + 64 = 84$$

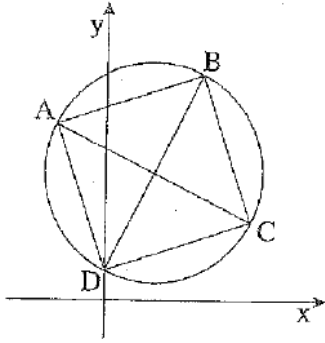
$$y = 20$$

תשובה: התשלום החודשי הקבוע בחברת תקשורת ב' 20 ש"ח

תשובה סופית:

(א) 0.4 ש"ח (1) 0.32 ש"ח (2) 20 ש"ח

שאלה מספר 2



- בציור שלפניך הריבוע ABCD חסום במעגל שמשוואתו $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$. נתון: שיעורי הקדקוד D הם (0, 1).
- רשום את שיעורי מרכז המעגל.
 - מצא את שיעורי הקדקוד B.
 - חשב את אורך האלכסון BD.
 - מצא את משוואת הישר AC.
 - חשב את שטח המשולש BDC.

פתרון:

א. רשום את שיעורי מרכז המעגל

מרכז המעגל

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$$

$$M(2,5)$$

תשובה: $M(2,5)$

ב. מצא את שיעורי הקדקוד B.

נקודה B

$$\begin{array}{ccc} D & M & B \\ (0,1) & (2,5) & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$2 = \frac{0 + x_2}{2} \quad 5 = \frac{1 + y_2}{2}$$

$$4 = 0 + x_2 \quad 10 = 1 + y_2$$

$$x_2 = 4 \quad y_2 = 9$$

$$B(4,9)$$

תשובה: $B(4,9)$

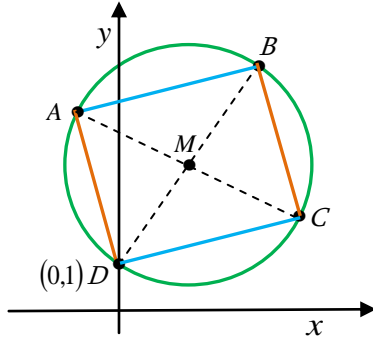
ג. חשב את אורך האלכסון BD.

אורך האלכסון

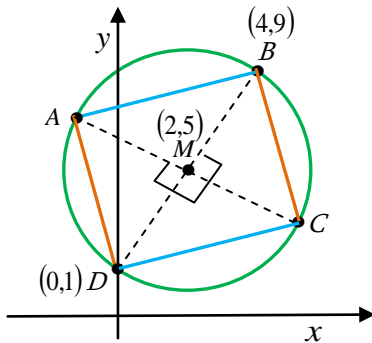
$$R = \sqrt{20}$$

$$BD = 2R \quad 2\sqrt{20} = 8.944$$

תשובה: $d_{BD} = 2\sqrt{20} = 8.944$



$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$$



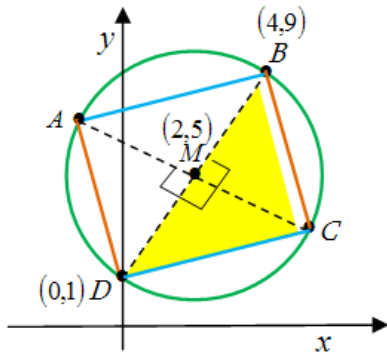
(ד) מצא את משוואת הישר AC.

שיפוע DB
 $D(0,1) \quad B(4,9)$
 $(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{DB} = \frac{(9) - (1)}{(4) - (0)} = \frac{8}{4}$
 $m_{DB} = 2$

שיפוע AC **משוואת AC**
 $m_{DB} = 2 \quad m_{AC} = -\frac{1}{2} \quad y - y_1 = m(x - x_1)$
 שיפוע הופכי נגדי $(2,5) \quad m = -\frac{1}{2}$
 $y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 2)$
 $y = -\frac{1}{2}x + 1 + 5$
 $y_{AC} = -\frac{1}{2}x + 6$

תשובה: $y_{AC} = -\frac{1}{2}x + 6$

$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$



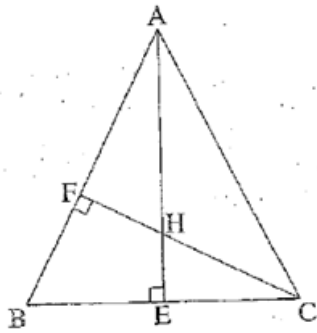
(ה) חשב את שטח המשולש BDC.

שטח המשולש BDC
 $S = \frac{a \cdot h_a}{2}$
 $S_{BDC} = \frac{2 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{2} \quad S_{BDC} = 20$

תשובה: $S_{BDC} = 20$

- תשובה סופית:** (א) $M(2,5)$ (ב) $B(4,9)$ (ג) $d_{BD} = 2\sqrt{20} = 8.944$ (ד) $y_{AC} = -\frac{1}{2}x + 6$ (ה) $S_{BDC} = 20$

שאלה מספר 3:



נתון משולש ABC שקדקודיו הם:

$$C(14,-1) \quad B(8,-3) \quad A(9, 4)$$

AE ו CF הם הגבהים לצלעות BC ו AB בהתאמה.

(ראה ציור)

(א). הוכח שהמשולש שווה-שוקיים.

(ב). (1) חשב את השיפוע של הצלע BC

(2) מצא את משוואת הגובה AE.

(ג) H היא נקודת מפגש של הגבהים במשולש.

(1) מצא את משוואת הגובה CF.

(2) מצא את שיעורי נקודה H

פתרון:

(א). הוכח שהמשולש שווה-שוקיים.

אורך הקטע BC

$$B(8,-3) \quad C(14,-1)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (14 - 8)^2 + (-1 + 3)^2$$

$$d_{BC} = \sqrt{40}$$

אורך הקטע AB

$$A(9,4) \quad B(8,-3)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (8 - 9)^2 + (-3 - 4)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{50}$$

אורך הקטע AC

$$A(9,4) \quad C(14,-1)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (14 - 9)^2 + (-1 - 4)^2$$

$$d_{AC} = \sqrt{50}$$

תשובה: המשולש כן שווה-שוקיים $d_{AC} = d_{AB} = \sqrt{50}$

שיפוע BC

$$B(8,-3) \quad C(14,-1)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{(-1) - (-3)}{(14) - (8)} = \frac{2}{6}$$

$$m_{BC} = \frac{1}{3}$$

(ב). (1) חשב את השיפוע של הצלע BC

תשובה: $m_{BC} = \frac{1}{3}$

(2) מצא את משוואת הגובה AE.

שיפוע AE

$$m_{BC} = \frac{1}{3} \quad m_{AE} = -3$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AE

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

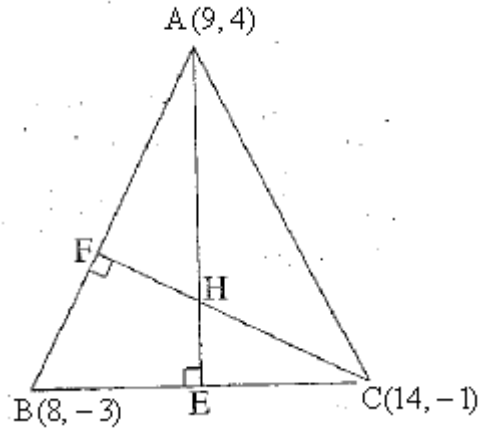
$$(9,4) \quad m = -3$$

$$y - 4 = -3(x - 9)$$

$$y = -3x + 27 + 9$$

$$y_{AE} = -3x + 31$$

תשובה: $y_{AE} = -3x + 31$



(ג) H היא נקודת מפגש של הגבהים במשולש.
(1) מצא את משוואת הגובה CF.

שיפוע AB
 $A(9,4) \quad B(8,-3)$
 $(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{AB} = \frac{(-3) - (4)}{(8) - (9)} = \frac{-7}{-1}$
 $m_{AB} = 7$

שיפוע CF
 $m_{AB} = 7 \quad m_{CF} = -\frac{1}{7}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת CF
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(14, -1) \quad m = -\frac{1}{7}$
 $y + 1 = -\frac{1}{7}(x - 14)$
 $y = -\frac{1}{7}x + 2 - 1$
 $y_{CF} = -\frac{1}{7}x + 1$
תשובה: $y_{CF} = -\frac{1}{7}x + 1$

(2) מצא את שיעורי נקודה H

נקודה H

$$y_{AE} = y_{CF}$$

$$-3x + 31 = -\frac{1}{7}x + 1$$

$$-3x + \frac{1}{7}x = 1 - 31$$

$$-2\frac{6}{7}x = -30$$

$$x = 10\frac{1}{2}$$

$$y = -3x + 31$$

$$x = 10\frac{1}{2}$$

$$y = -3(10\frac{1}{2}) + 31$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

$$H(10\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$$

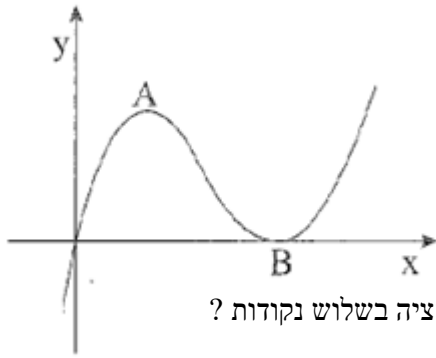
תשובה: $H(10\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

תשובה סופית

(א) המשולש כן שווה-שוקיים $d_{AC} = d_{AB} = \sqrt{50}$ (ב) $m_{BC} = \frac{1}{3}$ (ב) $y_{AE} = -3x + 31$

(ג) $H(10\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ (1) $y_{CF} = -\frac{1}{7}x + 1$

שאלה מספר 4



הציור שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $f(x) = x(2-x)^2$.

לפונקציה יש מקסימום בנקודה A ומינימום בנקודה B.

- (א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- (ב) עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?
- (ג) עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
- (ד) עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

פתרון:

לפונקציה מקסימום בנקודה A ומינימום בנקודה B.

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

פונקציה

$y=?$

$$f(x) = x \cdot (2-x)^2$$

$$f(x) = x(4-2x-2x+x^2)$$

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

$$f(1) = (2)^3 - 4(2)^2 + 4(2) = 0$$

$$(2,0)$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{3}\right) = 1\frac{5}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}, 1\frac{5}{27}\right)$$

נגזרת ראשונה

$m=0$

$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 3x^2 - 8x + 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{64 - 4(3)(4)}}{2 \cdot (3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{6}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

נגזרת שנייה

\max/\min

$$f''(x) = 6x - 8$$

$$f''(3) = 6(2) - 8 = 4 \cup \min$$

$$f''\left(\frac{2}{3}\right) = 6\left(\frac{2}{3}\right) - 8 = -4 \cap \max$$

נקודת הקיצון

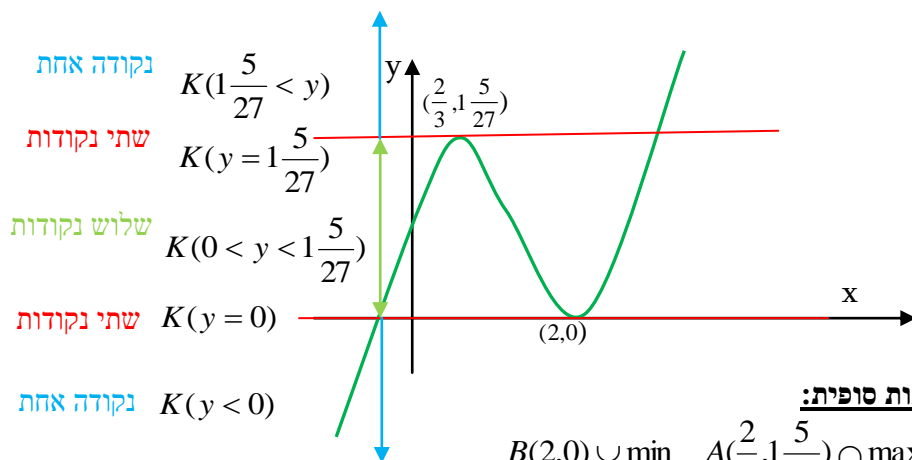
$$B(2,0) \cup \min$$

$$A\left(\frac{2}{3}, 1\frac{5}{27}\right) \cap \max$$

(ב) עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?

(ג) עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?

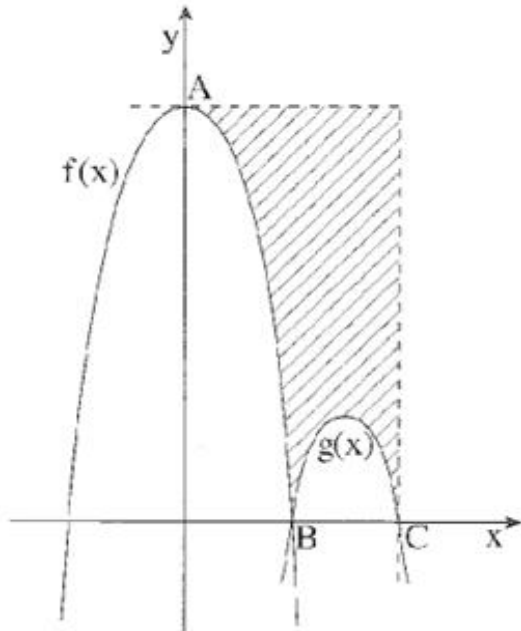
(ד) עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?



תשובות סופיות:

$$B(2,0) \cup \min \quad A\left(\frac{2}{3}, 1\frac{5}{27}\right) \cap \max \quad (א)$$

- (ב) $K(0 < y < 1\frac{5}{27})$ (ג) $K(y = 0)$ (ד) $K(y = 1\frac{5}{27})$ או $K(1\frac{5}{27} < y)$ או $K(y < 0)$



שאלה מספר 5

בציור שלפניך נתונים שני הגרפים של שתי הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 16$$

$$g(x) = -x^2 + 12x - 32$$

(א) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של

גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x

(הנקודות B, C.)

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(הנקודה A.)

(ב) דרך הקדקוד A העבירו ישר המקביל לציר ה- x ודרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- y כמתואר בציור. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישרים המקבילים לצירים (השטח המקווקו).

פתרון:

(1א) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x (הנקודות B, C.)

נקודות BC

$$g(x) = -x^2 + 12x - 32$$

$$y = 0$$

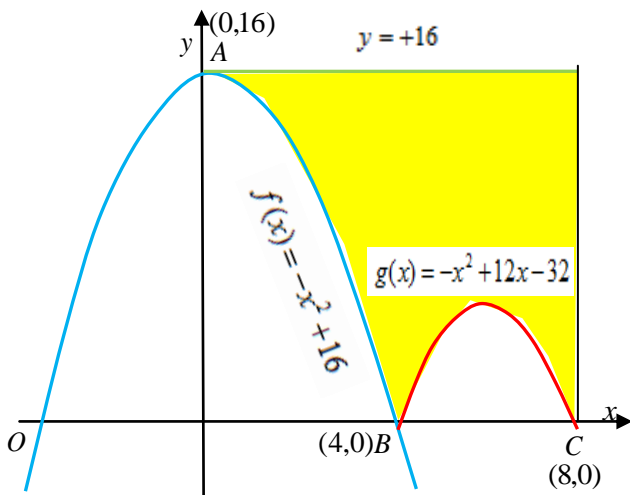
$$0 = -x^2 + 12x - 32$$

$$x_{1,2} = \frac{-(12) \pm \sqrt{144 - 4(-1)(-32)}}{2(-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm 4}{-2}$$

$$x_B = 4 \quad x_C = 8$$

$$B(4,0) \quad C(8,0)$$



(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(הנקודה A.)

משוואת המקביל לציר ה- x

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$(0,16) \quad m = 0$$

$$y - 16 = 0(x - 0)$$

$$y = +16$$

נקודה A

$$f(x) = -x^2 + 16$$

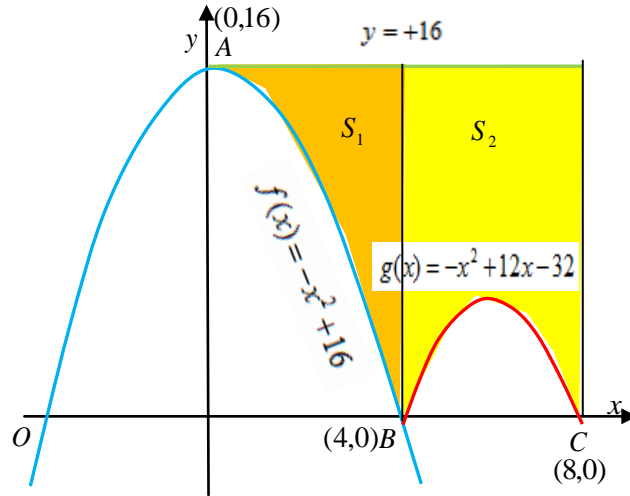
$$x = 0$$

$$y = -(0)^2 + 16$$

$$y = 16$$

$$A(0,16)$$

(ב). דרך הקדקוד A העבירו ישר המקביל לציר ה x ודרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה y – כמתואר בציור. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישרים המקבילים לצירים (השטח המקוקו).



| | | |
|----------|-----------------|-----------|
| x | פונקציה עליונה | x |
| קטן/שמאל | $y = 16$ | גדול/ימין |
| | פונקציה תחתונה | |
| $x = 0$ | $y = -x^2 + 16$ | $x = 4$ |

| | | |
|----------|-----------------------|-----------|
| x | פונקציה עליונה | x |
| קטן/שמאל | $y = 16$ | גדול/ימין |
| | פונקציה תחתונה | |
| $x = 4$ | $y = -x^2 + 12x - 32$ | $x = 8$ |

$$S_1 = \int_0^4 (16) - (-x^2 + 16) dx$$

$$S_1 = \int_0^4 (16 + x^2 - 16) dx$$

$$S_1 = \int_0^4 (x^2) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^4$$

$$S_1 = \left[\frac{(4)^3}{3} \right] - \left[\frac{(0)^3}{3} \right]$$

$$S_1 = \left[21\frac{1}{3} \right] + [0]$$

$$S_1 = \left[21\frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = \int_4^8 (16) - (-x^2 + 12x - 32) dx$$

$$S_2 = \int_4^8 (16 + x^2 - 12x + 32) dx$$

$$S_2 = \int_4^8 (x^2 - 12x + 48) dx$$

$$S_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{12x^2}{2} + 48x \right]_4^8$$

$$S_2 = \left[\frac{(8)^3}{3} - \frac{12(8)^2}{2} + 48(8) \right] - \left[\frac{(4)^3}{3} - \frac{12(4)^2}{2} + 48(4) \right]$$

$$S_2 = \left[170\frac{2}{3} \right] - \left[117\frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = \left[53\frac{1}{3} \right]$$

$$S_T = S_1 - S_2$$

$$S_2 = \left[21\frac{1}{3} \right] + \left[53\frac{1}{3} \right] = 74\frac{2}{3}$$

תשובה סופית:

$$S = 74\frac{2}{3} \text{ (ב). } A(0,16) \text{ (2א) } B(4,0) \text{ } C(8,0) \text{ (1א)}$$

שאלה מספר 6:

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x} - 4$ בתחום $x \neq 0$.

- (א) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 (ב) הראה כי לפונקציה אין נקודת קיצון.
 (ג) קבע אם הפונקציה עולה או יורדת עבור $0 < x$ נמק את קביעתך.

פתרון:

חיתוך עם ציר x

$$y=0$$

$$f(x) = \frac{4}{x} - 4$$

$$0 = \frac{4}{x} - 4/x$$

$$0 = 4 - 4x$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

(1,0)

(א) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

(ב). הראה כי לפונקציה אין נקודת קיצון.

פונקציה

$$y=?$$

$$f(x) = \frac{4}{x} - 4$$

נגזרת ראשונה

$$m=0$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = -\frac{4}{x^2}$$

$$0 \neq 4$$

תשובה : לא קיימת נקודת קיצון

(ג) קבע אם הפונקציה עולה או יורדת עבור $0 < x$ נמק את קביעתך.

| | | |
|------------|---------|-----------|
| x | ירידה | x |
| $x \neq 0$ | | |
| 0 | $< x <$ | $+\infty$ |

נגזרת ראשונה

$$m=?$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2}$$

$$x = 1$$

$$f'(x=1) = -\frac{4}{(1)^2}$$

$$m = -4 \downarrow$$

תשובה: השיפוע שלילי לכן הפונקציה יורדת עבור $0 < x$

תשובה סופית:

- (א) (1,0) (ב) לא קיימת נקודת קיצון $0 \neq 4$
 (ג) הפונקציה יורדת עבור $0 < x$