

מתמטיקה 4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

| | | | | | | |
|-----------|---|---|---|------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה במישור | — | 20×1 | — | 20 נקודות |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| | — | סה"כ | — | | — | 100 נקודות |

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- (2) שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

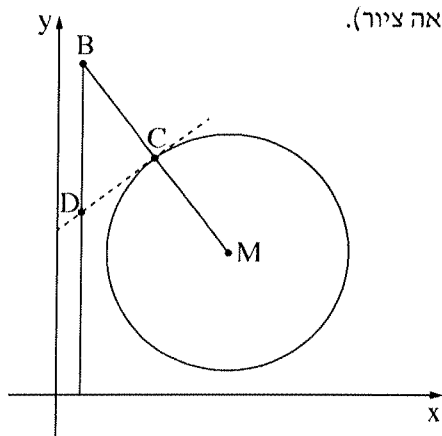
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 120 ק"מ.
מכונית נסעה בבוקר מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
בערב חזרה המכונית מעיר ב' לעיר א' באותה הדרך. המכונית נסעה במשך שעה באותה המהירות שבה נסעה בבוקר.
היא עצרה בצד הדרך למשך 2 דקות, ולאחר מכן המשיכה בנסיעתה עד עיר א' במהירות הגבוהה ב־ 10 קמ"ש ממהירות נסיעתה בבוקר.
זמן הנסיעה של המכונית בערב (כולל משך זמן העצירה) היה שווה לזמן הנסיעה שלה בבוקר.
א. מצא את מהירות המכונית בבוקר.
ב. השעה שבה יצאה המכונית מעיר ב' בדרכה חזרה לעיר א' הייתה שמונה בערב.
מה היה המרחק שלה מעיר א' בשעה תשע ו־ 8 דקות בערב?



2. נתון מעגל שמרכזו $M(7, 6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

נתון: $B(1, 14)$,

$$MC = CB$$

א. מצא את משוואת המעגל.

העבירו משיק למעגל בנקודה C .

ב. מצא את משוואת המשיק.

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x . המשיק והאנך נחתכים בנקודה D .

ג. חשב את שטח המשולש BCD .

הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה- x .

נתון: $ME \parallel CD$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה E .

ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME .

3. במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד: לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים

מנצח במשחק כולו.

ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8.

אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6.

ב. (1) מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?

(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים. מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

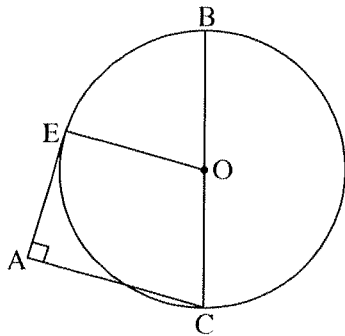
ג. (1) מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?

(2) 4 משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתון מעגל שמרכזו O .

BC הוא קוטר במעגל. מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו שני ישרים:

האחד משיק למעגל בנקודה E והאחר חותך את המעגל בנקודה C ,

כמתואר בציור שלפניך.

נתון כי $\angle EAC = 90^\circ$.

א. הוכח: $EO \parallel AC$.

ב. הוכח: $\angle OCE = \angle ACE$.

ג. הוכח: $\triangle EBC \sim \triangle AEC$.

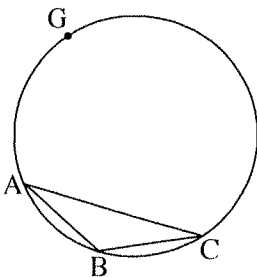
נתון: $BC \cdot AC = 64$.

ד. (1) חשב את EC .

(2) נתון: $EB = 6$.

חשב את EO .

5. במעגל שהרדיוס שלו הוא 10 , חסום משולש שווה שוקיים ABC ($AB = BC$) , כמתואר בציור שלפניך.



נתון כי $\angle ABC = 130^\circ$.

א. חשב את אורך הצלע AC .

ב. חשב את שטח המשולש ABC .

G היא נקודה על המעגל כך ש-GC הוא קוטר במעגל.

הישר GB חותך את הצלע AC בנקודה E .

ג. חשב את אורך הקטע EB .

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

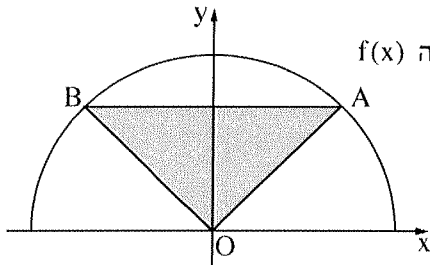
6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.
- ד. נתון: לפונקציה $g(x) = f(x) + c$ (c הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית $y = 5$. מצא את c. נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + a$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

- א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y (אם יש צורך, הבע באמצעות a).
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a), וקבע את סוגן.
- ג. מצא את הערך של a שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה-x. נמק.
- הצב $a = 18$ במשוואת הפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ד-ו.
- ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. (1) חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה-x וציר ה-y.
- (2) A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y, ו-B היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$. הראה שגרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את המשולש ABO לשני שטחים שהיחס ביניהם הוא 1:3 (O — ראשית הצירים).

8. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ המוגדרת בתחום $-5 \leq x \leq 5$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x . הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה B שברביע השני. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. (1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B.

(2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO.

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

בהצלחה!