

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|---------------------------------|---|------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה | | | | |
| פרק שלישי | — | במישור | | | | |
| | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | | | | |
| | | של פולינומים, של פונקציות שורש, | | | | |
| | | של פונקציות רציונליות | | | | |
| | — | ושל פונקציות טריגונומטריות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| | — | סה"כ | — | | | 100 נקודות |

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הגינתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$. a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x .

ב. מצא את a .

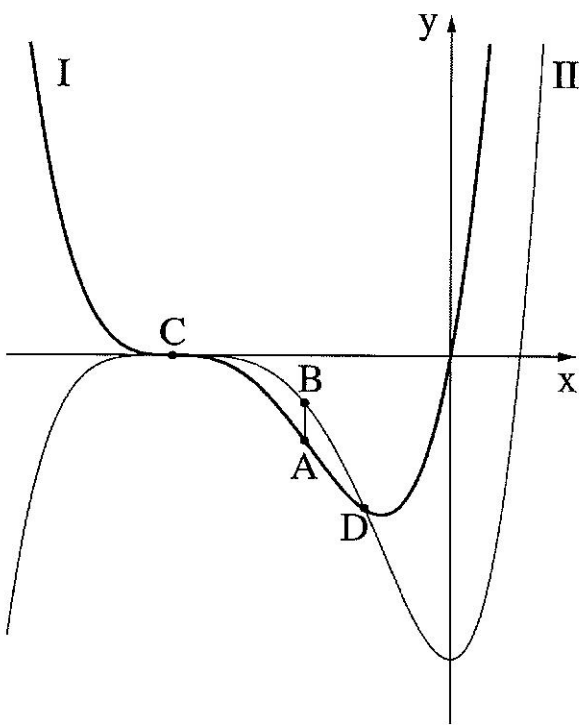
הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x) + k|$.

ידוע שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לאסימפטוטה האופקית של גרף הפונקציה $f(x)$.

מצא את k (מצא את שתי האפשרויות). נמק את תשובתך.



7. לפניך הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

א. התאם בין הגרפים I ו- II

לבין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$. נמק.

נתון: $f'(x) = x(x + b)^3$, $b > 1$ הוא פרמטר.
 לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול ב- $x = -1$.
 ב. מצא את b .

C ו- D הן נקודות החיתוך

של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$

בתחום $x < 0$, כמתואר בציור.

הנקודות A ו- B נמצאות על הגרפים I ו- II

בהתאמה, כך שהישר AB מאונך לציר ה- x .

נתון: $x_C < x_A < x_D$,

$$x_C = -4$$

$$x_D = 1 - \sqrt{5}$$

ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודות A ו- B שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי

(אפשר לפתור את הסעיף בלי למצוא את הפונקציה $f(x)$).

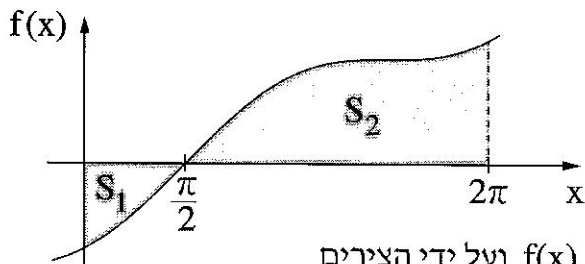
8. $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x .

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(\frac{\pi}{2}, 0)$ (ראה ציור).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 2\pi$

(השטח האפור בציור) שווה ל- $10\pi^2 + 16$.



נתון גם: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$.

א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים

(השטח S_1 המסומן בציור).

הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$. נתון: $F(0) = 0$.

ב. מצא את $F(\frac{\pi}{2})$.

נתון: $f'(x) = 8 \sin x + 8$.

ג. מצא את $f(x)$.

בהצלחה!