

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 4 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**
- ב ה צ ל ח ה !**
- /המשך מעבר לדף/

## ה ש א ל ו ת

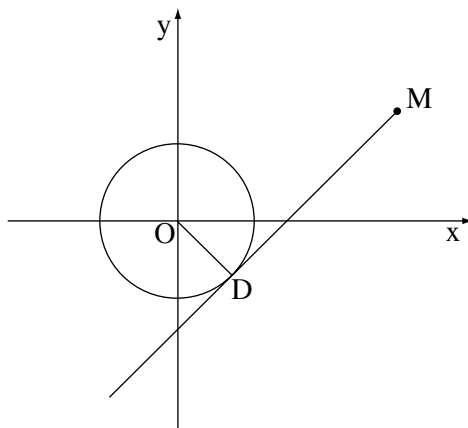
**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות** ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- מכונית נסעה מעיר A לעיר B על כביש ראשי במהירות קבועה.  
בדרך חזרה מעיר B לעיר A נסעה המכונית בדרך עפר, הקצרה ב-40% מהדרך בכביש הראשי, ונאלצה להקטין את מהירותה ב-10%.  
אורך הדרך בכביש הראשי מ-A ל-B הוא 240 ק"מ.  
נתון כי בכביש הראשי עברה המכונית  $\frac{2}{3}$  מהדרך שבין A ל-B ב-2 שעות.  
מצא את זמן הנסיעה של המכונית בדרך חזרה מ-B ל-A.



- נתון מעגל שמרכזו  $O(0,0)$ .  
דרך הנקודה M, הנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה  $D(1, -1)$  (ראה ציור).  
א. מצא את משוואת המעגל.  
ב. מצא:  
(1) את משוואת הישר OD.  
(2) את משוואת המשיק DM.  
ג. נתון כי  $DM = \sqrt{18}$ .  
מצא את השיעורים של הנקודה M.  
ד. העבירו מעגל דרך הנקודות O, D, M.  
מצא את המשוואה של מעגל זה.

3. במלאי של סוחר יש כובעים המיוצרים בשלושה מפעלים: מפעל A, מפעל B, מפעל C.

מלאי הכובעים הוא גדול מאוד.

$\frac{1}{2}$  מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל A.

$\frac{1}{3}$  מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל B.

שאר הכובעים במלאי מיוצרים במפעל C.

5% מהכובעים המיוצרים במפעל A הם פגומים.

1.5% מהכובעים המיוצרים במפעל B הם פגומים.

3.5% מהכובעים במלאי הם פגומים.

א. בוחרים באקראי כובע אחד מבין הכובעים המיוצרים במפעל C.

מהי ההסתברות שהכובע פגום?

ב. מהי ההסתברות שבמדגם מקרי של 6 כובעים המיוצרים במפעל C יש

לכל היותר כובע אחד פגום?

#### נוסחאות בהסתברות מותנית

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:}$$

$$P(A / B) = \frac{P(B / A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:}$$

$$P(A / B) \neq P(A / \bar{B}) \quad \text{יש תלות:}$$

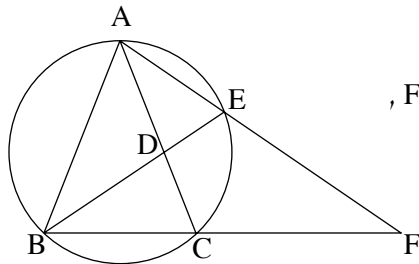
$$P(A / B) \neq P(A)$$

**פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. משולש ABC חסום במעגל.



המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.

המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F,

כמתואר בציור.

נתון:  $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$

$$EF = 16 \text{ ס"מ}$$

$$AF = 25 \text{ ס"מ}$$

א. (1) הוכח כי  $\triangle BAE \sim \triangle FAB$ .

(2) מצא את האורך של AB.

(3) מצא את האורך של BF.

ב. הוכח כי  $\triangle AEC \sim \triangle BEF$ .

ג. מצא את האורך של CF.

5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B,

ויוצא ישר החותך את המעגל בנקודות D ו-C.

CD הוא קוטר (ראה ציור).

$$\text{נתון: } AD = \frac{2R}{3}$$

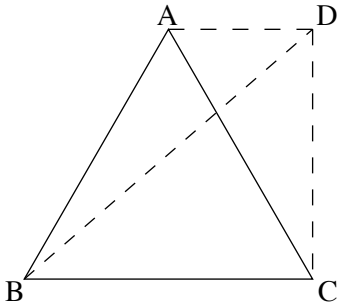
א. הבע את AB באמצעות R. נמק.

ב. חשב את גודל הזווית BOA.

ג. מנקודה A יוצא ישר נוסף המשיק למעגל בנקודה F.

הוכח כי  $BF \perp AO$ .

/המשך בעמוד 5/



6. משולש ABC הוא שווה-צלעות (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם משולש זה הוא R.

א. הבע באמצעות R:

(1) את היקף המשולש ABC.

(2) את שטח המשולש ABC.

ב. על הצלע AC בנו משולש ADC

כך ש-  $AD \parallel BC$  ו-  $\angle ADC = 90^\circ$  (ראה ציור).

נתון גם כי  $R = 4\sqrt{3}$ .

מצא את האורך של הקטע BD.

/המשך בעמוד 6/

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**  
(33 $\frac{1}{3}$  נקודות)

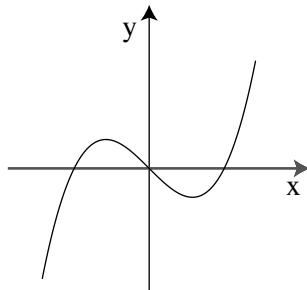
ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3}{x-3} - \frac{3}{x-1}$ .

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- קבע אם נקודה ששיעור ה- $y$  שלה הוא  $-5$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - ax$  (ראה ציור).



- הוא פרמטר.
- ישר, המשיק לגרף של  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , מקביל לציר ה- $x$ . מצא את הערך של  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

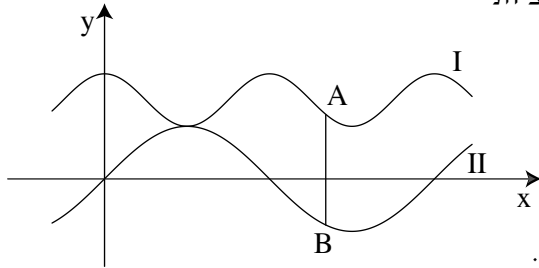
- מצא את נקודות החיתוך של הגרף של  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- על פי הגרף של  $f(x)$ , קבע את התחומים שבהם  $f(x)$  שלילית ואת התחומים שבהם  $f(x)$  חיובית.
- נגזרת של הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g'(x) = f(x)$ .  
( $f(x)$  היא פונקציית הנגזרת של  $g(x)$ .)  
מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן. נמק.

ג. הישר  $y = -7$  משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודת המקסימום שלה.

מצא את הפונקציה  $g(x)$ .

/המשך בעמוד 7/

9. בציר מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות



$$g(x) = \cos^2 x + 1, \quad f(x) = \sin x$$

א. מצא איזה גרף הוא

של הפונקציה  $f(x)$ ,

ואיזה גרף הוא של הפונקציה  $g(x)$ .

נמק.

ב. נקודה A נמצאת על גרף I ונקודה B נמצאת על גרף II כך שהקטע AB מקביל

$$\text{לציר ה-} y \text{ ונמצא בתחום } 0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}.$$

(1) מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה A, שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

(2) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

## בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך