

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטריניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 314, 035804
נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

מתמטיקה
4 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית,

הסתברות — 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה

במישור — 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי — 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את פל פעולותיך, מולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו. הגדילו את אורך המלבן ב-10%, והקטינו את רוחב המלבן ב-10%. התקבל מלבן חדש.
- א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.
(2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?
- ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון.
נתון כי $\sqrt{61}$ ס"מ = R .
מצא את שטח המלבן החדש.

2. נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$, עובר דרך ראשית הצירים.
- k הוא פרמטר.
- א. (1) מצא את שני הערכים של k .
(2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.
- ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.
- ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.
- ד. הישר $x = a$ משיק לשני המעגלים, $a > 0$.
- (1) מצא את a .
(2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

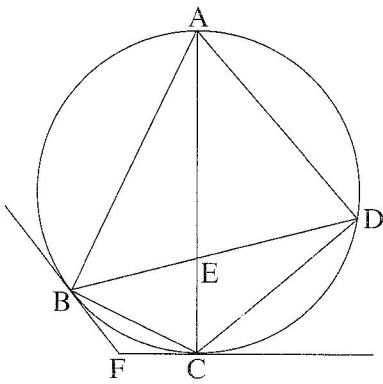
3. בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו-6 כדורים ירוקים.
בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.
בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (בלי החזרה).
א. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו באותו צבע?
ב. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?
ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.
מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I ?

המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. מרובע ABCD חסום במעגל.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

העבירו משיק למעגל בנקודה B

ומשיק למעגל בנקודה C.

המשיקים נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 90^\circ$

א. (1) הוכח: $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$.

(2) הוכח: $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$.

ב. (1) הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle AED$.

(2) נתון גם: $AE = 7$, $BE \cdot DE = 21$.

מצא את קוטר המעגל.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

5. במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור)

נתון: $\angle BAD < 90^\circ$, $\angle BAD = 2\alpha$.

א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- α .

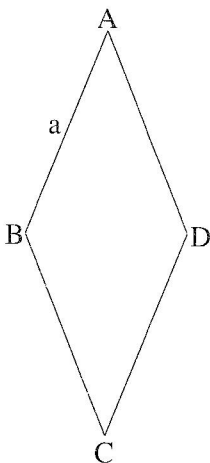
(2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$.

מצא את α .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD

הוא 10 ס"מ.

מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
($g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + ax + b$. a ו- b הם פרמטרים.

הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -2$ (ראה ציור).

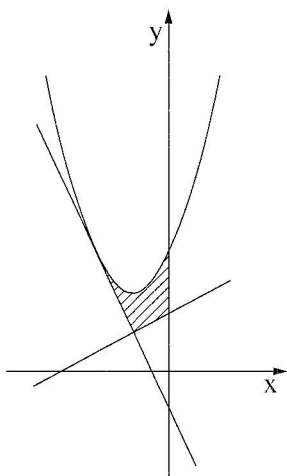
א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .

הצב: $a = 2$ ו- $b = 3$, וענה על סעיף ב.

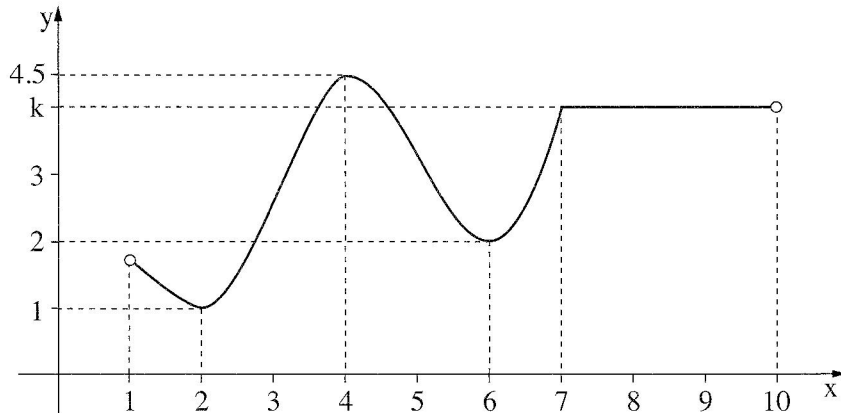
ב. מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק, על ידי הישר $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).



8. בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$.



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים:

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

ב. נתון: $\int_7^9 k \, dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר ה- y בציור.

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \leq x \leq 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ,

בתחום $2 \leq x \leq 4$ (ערך מספרי).

בהצלחה!