

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |  |   |                           |   |                         |
|--|---|---------------------------|---|-------------------------|
| פרק ראשון – אלגברה והסתברות            | – | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | – | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה       | – |                           |   |                         |
| במישור                                 | – | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | – | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | – | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | – | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| סה"כ                                   | – |                           |   | 100 נקודות              |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

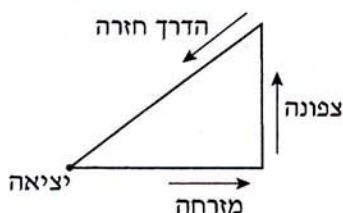
## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – אלגברה והסתברות** (33 $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. הולך רגל יוצא כל בוקר להליכה

לאורך מסלול שאורכו הכולל הוא 24 ק"מ.

הוא יוצא מביתו לכיוון מזרח והולך 3 ק"מ.

אחר כך הוא פונה צפונה והולך 1.5 שעות.

לאחר מכן הוא חוזר לביתו בדרך הקצרה ביותר (ראה ציור).

בדרכו חזרה הוא הולך 60 דקות פחות מהזמן שבו הוא הולך בשני הכיוונים יחד,

מזרחה וצפונה.

בכל קטעי הדרך הוא הולך באותה מהירות קבועה.

חשב את  $m$ .

2. נתון הסכום  $S_n = \frac{5}{2^2} + \frac{5}{3^2} + \frac{5}{4^2} + \dots + \frac{5}{(n+1)^2}$

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל  $n$  טבעי מתקיים:  $S_n < 5 - \frac{5}{n+1}$

ב. נתון כי  $S_n < 4.999$ .

חשב כמה איברים לכל היותר יכולים להיות בסכום  $S_n$

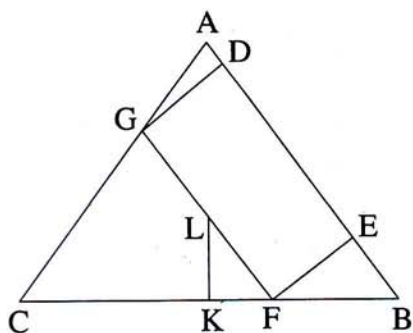
(כדי שהנתון יתקיים בוודאות).

3. בשכבה י"א יש שתי כיתות: י"א 1 ו- י"א 2.  
 בכיתה י"א 1 יש 40 תלמידים, ולמחציתם יש מחשב נישא.  
 בכיתה י"א 2 יש 35 תלמידים, ול- 40% מהם יש מחשב נישא.  
 א. בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א, ונמצא שיש לו מחשב נישא.  
 מהי ההסתברות שהוא לומד בכיתה י"א 2?  
 ב. בחרו באקראי בזה אחר זה (בלי החזרה) 2 תלמידים מכיתה י"א 1, ובאותו אופן בחרו 2 תלמידים מכיתה י"א 2.  
 מהי ההסתברות של- 2 התלמידים מכיתה י"א 1 וגם ל- 2 התלמידים מכיתה י"א 2 אין מחשב נישא?

**פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6.

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

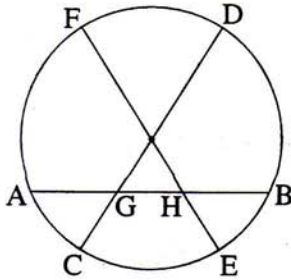


4. במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AC = AB$ ) חסום מלבן  $GFED$  כך שהקדקודים  $D$  ו-  $E$  מונחים על הצלע  $AB$ , והקדקודים  $G$  ו-  $F$  מונחים על הצלעות  $CA$  ו-  $BC$  בהתאמה. נקודה  $L$ , הנמצאת על צלע המלבן  $GF$ , היא מפגש התיכונים במשולש  $ABC$ . דרך הנקודה  $L$  העבירו אנך לצלע  $BC$ , החותך את  $BC$  בנקודה  $K$  (ראה ציור).  
 א. הוכח כי  $\triangle KAB \sim \triangle KLF \sim \triangle EFB$ .

אם  $AB = 15$  ס"מ,  $BC = 18$  ס"מ, חשב:

ב. את אורך הקטע  $KF$ . נמק.

ג. את אורך הקטע  $FE$ . נמק.



5. במעגל המיתר AB חותך את הקוטר CD

בנקודה G, ואת הקוטר FE בנקודה H

(ראה ציור).

א. אם  $AG = BH = 2$  ס"מ,  $GB = 5.5$  ס"מ,

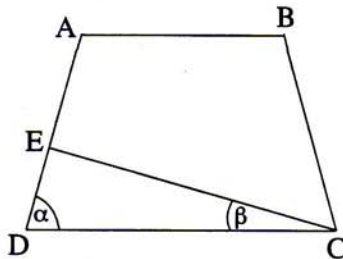
ורדיוס המעגל הוא 6 ס"מ,

מצא את האורך של הקטע GC

ואת האורך של הקטע HE. נמק.

(GC ו- HE קטנים מרדיוס המעגל).

ב. הוכח כי  $\widehat{AC} = \widehat{BE}$ .



6. בטרפז שווה-שוקיים ABCD

הזווית ליד הבסיס הגדול היא  $\alpha$ .

E היא נקודה על השוק AD כך ש-  $\angle ECD = \beta$

(ראה ציור).

נתון כי אורך השוק של הטרפז שווה לאורך הבסיס הקטן AB.

א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את היחס בין שטח המשולש DEC

לשטח המשולש BDC  $\left( \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle BDC}} \right)$ .

ב. נתון:  $\angle AEC = 90^\circ$ ,

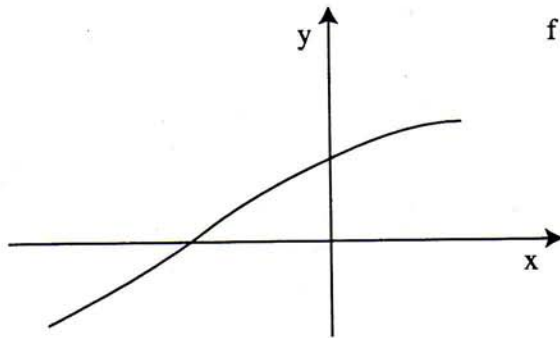
אורך אלכסון הטרפז גדול פי 1.5 מאורך הבסיס הקטן AB.

חשב את היחס  $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle BDC}}$ .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9.

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}}$

בתחום  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  (ראה ציור).

מעבירים משיק לגרף הפונקציה

בנקודת החיתוך של הגרף

עם ציר ה- $y$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $x$ .

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-a}{x-b}$  ;  $a, b > 0$  ;  $a \neq b$ .

המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך עם הצירים מקבילים זה לזה.

א. הוכח כי  $a = 2b$ .

הצב  $a = 2b$ , וענה על הסעיפים ב-ז שלפניך (הבע באמצעות  $b$  במידת הצורך).

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

ד. מצא נקודות חיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ה. מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $U$  וכלפי מטה  $\cap$ .

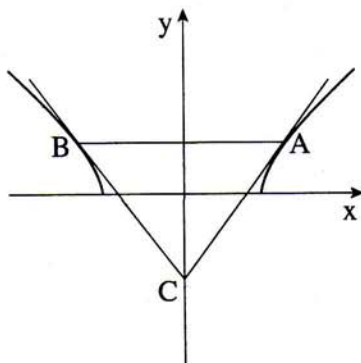
ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ז. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $b < 0$ .

נמק את שיקולך בסרטוט הגרף עבור תחומי עלייה וירידה ועבור תחומי קעירות

כלפי מעלה וכלפי מטה.

9. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x^2 - 24}$ .



העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A

שבה  $x = t$ .

מנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$

וחותך את גרף הפונקציה בנקודה B.

בנקודה B העבירו עוד משיק לגרף הפונקציה.

המשיקים נפגשים בנקודה C שעל ציר ה- $y$  (ראה ציור).

א. הראה כי הפונקציה זוגית.

ב. מצא את הערך של  $t$  שעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

### בהצלחה!