

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות – $16\frac{2}{3} \times 2$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה – $16\frac{2}{3} \times 2$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
- במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – $16\frac{2}{3} \times 2$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות $(\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רוכב אופניים אחד יצא ממקום A אל מקום B, ובאותה שעה בדיוק יצא רוכב אופניים אחר ממקום B אל מקום A. (המהירויות של רוכבי האופניים אינן משתנות).
כעבור 4 שעות נפגשו רוכבי האופניים.
הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-A לעבור את הדרך שבין A ל-B, גדול ב-108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-B לעבור דרך זו.
א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-A.
ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל-B.
2. נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא d.
בונים סדרה חדשה שגם בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא d.
סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
א. בטא את a_1 באמצעות d ו-n.
ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב-3 (בלי לשנות את a_1 ואת n), מקבלים סדרה חשבונית שסכומה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

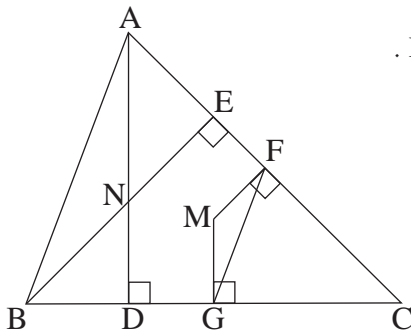
3. באחד הזוכנים בלונה פארק אפשר להשתתף במשחק שבו מסובבים שני גלגלים, A ו-B. כל גלגל מחולק ל- 20 גזרות שוות (לכל אחת מהגזרות יש אותה הסתברות שהגלגל ייעצר עליה, והגלגל אינו נעצר בגבול שבין הגזרות).
בגלגל A יש 2 גזרות אדומות והשאר שחורות.
בגלגל B יש 4 גזרות אדומות והשאר שחורות.
תור אחד במשחק מורכב משני שלבים:
בשלב הראשון – משתתף במשחק מסובב את הגלגל A .
בשלב השני – אם הגלגל A נעצר על גזרה אדומה בשלב הראשון, המשתתף מסובב את הגלגל B . אם הגלגל A נעצר על גזרה שחורה בשלב הראשון, המשתתף מסובב שוב את הגלגל A .
- א. ידוע שבתור אחד בשלב הראשון נעצר הגלגל A על גזרה אדומה.
מהי ההסתברות שבתור זה התקבלה בשלב השני גזרה שחורה?
- ב. (1) מהי ההסתברות שבתור אחד תתקבל לפחות גזרה אדומה אחת?
(2) אם ידוע כי בתור אחד הייתה לפחות אחת מהגזרות אדומה, מהי ההסתברות שבתור זה התקבלה רק גזרה אדומה אחת?
- ג. משתתף משחק n תורות. הבע באמצעות n את ההסתברות שלא תתקבל כלל גזרה אדומה.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. נתון משולש ABC חד-זוויות.

BE הוא גובה לצלע AC, ו-AD הוא גובה לצלע BC.

הגבהים נפגשים בנקודה N.

FM הוא אנך אמצעי לצלע AC,

ו-GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

א. הוכח:

(1) $\angle BAC = \angle GFC$

(2) $\angle ABN = \angle MFG$

(3) $\triangle ANB \sim \triangle GMF$

ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

5. נתון משולש חד-זוויות ABC.

CE הוא גובה לצלע BA, ו-BD הוא גובה לצלע AC.

א. הוכח:

(1) המשולש DBC חסום במעגל

החסום את המשולש EBC.

(2) $\angle DBC = \angle DEC$

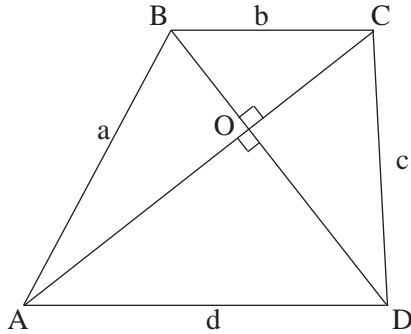
BF ו-CG מאונכים להמשכי הקטע ED, כמתואר בציור.

הוכח:

ב. $\triangle DCB \sim \triangle FEB$

ג. $\triangle DGC \sim \triangle BEC$

/המשך בעמוד 5/



6. בטרפז $ABCD$ ($AD \parallel BC$)

נתון: $BC = b$, $AB = a$, $AC \perp BD$,

$AD = d$, $CD = c$ ($d > b$).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O (ראה ציור).

א. הוכח כי $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

ב. דרך קדקוד B מעבירים ישר המקביל

לשוק CD .

הישר חותך את הבסיס AD בנקודה M .

נתון: $\angle ABM = \alpha$. הוכח כי $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$.

ג. הבע באמצעות α ו- d :

(1) את שטח המשולש ABM .

(2) את שטח הטרפז $ABCD$.

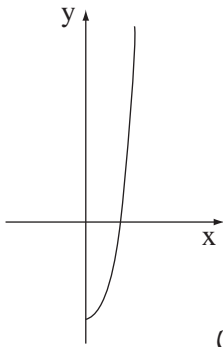
/המשך בעמוד 6/

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x+2}$, $x \neq -2$.



א. בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $x \geq 0$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 1$.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y עבור $x \geq 0$.

ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)

עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל תחום ההגדרה שלה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

עבור התחום הנתון ענה על הסעיפים א-ד.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

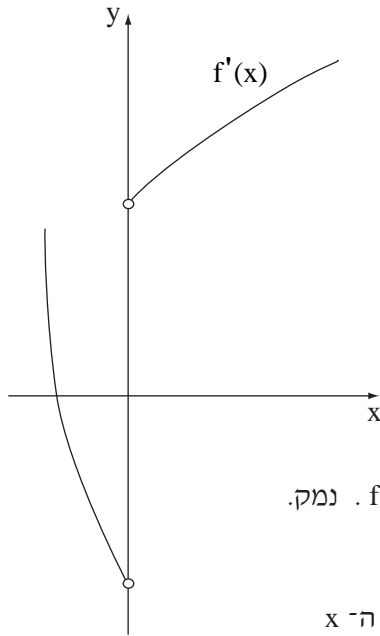
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

($f(x)$ גזירה גם בקצות התחום הנתון.)

ד. נתון כי גרף הפונקציה $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$ משיק לציר ה- x בתחום

הנתון בנקודה אחת בלבד.

מהו הערך של a ? נמק.



9. $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$.

בציור מוצג הגרף של $f'(x)$.

$f(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת בתחום $x \geq -4$.

נתון: $f'(x) = \frac{6x^2 + 16x}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של $f'(x)$.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת המקסימום

של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ה. נתון: $f(a) = 4\sqrt{3}$, $-2\frac{2}{3} < a < 0$.

השטח, המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = a$, הוא $\frac{28\sqrt{3}}{9}$.

מצא את ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

אין צורך למצוא את $f(x)$, ואין צורך למצוא את a .

בתשובתך תוכל להשאיר $\sqrt{3}$ או לדייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!