

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $66\frac{2}{3}$ נקודות — $33\frac{1}{3} \times 2$ — מספרים מרוכבים
 $33\frac{1}{3}$ נקודות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
100 נקודות — סה"כ
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה המקיימת: $y^2 = 2px$, $p > 0$.

נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה- x .

א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו $p + 4$,

מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה- y .

ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.

דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה- x בנקודות T ו- S בהתאמה.

המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16.

מצא את השיעורים של הנקודה K . (מצא את שתי האפשרויות).

בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

2. נתון ישר ℓ שמשוואתו $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$.

מישור π מאונך לישר ℓ , וחותך את ציר ה- x בנקודה A .

נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה- x במרחק 8 מראשית הצירים O .

נקודות B ו- C הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה- y ועם ציר ה- z בהתאמה.

א. (1) מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות של הפירמידה $OABC$.

(2) האם הפירמידה $OABC$ היא ישרה? נמק.

ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש- OD חוצה-זווית AOC .

מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC ? נמק.

3. נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.

א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים z_0, z_1, z_2, z_3 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע

שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

z_0 הוא מספר ממשי וחיובי. z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$.

ב. מצא את הערך של n .

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון

של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, אם נתון כי $a = 2$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = [f(x)]^2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$, הוא פרמטר גדול מ-0. א.

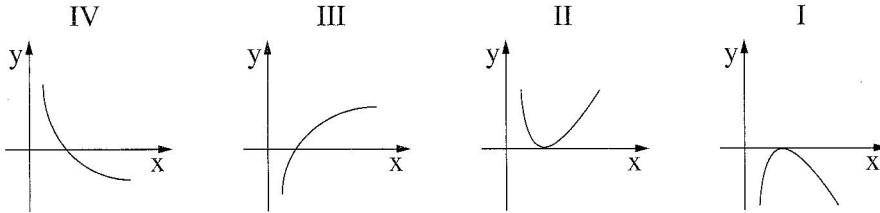
מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- x שלה

באמצעות a .

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$?

נמק.



ד. (1) אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ שווה ל-0, מצא את הערך של a .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור הערך של a שמצאת.

(3) האם עבור הערך של a שמצאת, יש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.

ה. מצא עבור אילו ערכים של a שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ גדול מ-0.

בהצלחה!