

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

– $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, $a \neq 4$, $a > 0$.

א. עבור אילו ערכים של a מייצגת המשוואה:

(1) אליפסה?

(2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.

באליפסה חסומים: עיגול הנוגע באליפסה

בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- y ,

וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים

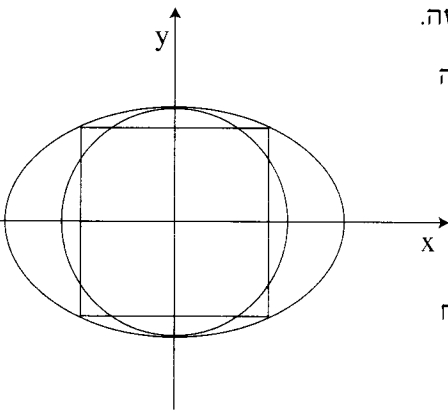
(ראה ציור).

היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח

הריבוע החסום הוא $\frac{4\pi}{9}$.

מצא את הערך של a^2 .

הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.



2. נתונה פירמידה S ABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1, 1, 8), C(-2, 2, -1), B(4, -2, 5), A(6, a, 9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:

$$\pi: \underline{x} = (2, -1, 4) + t(4, -3, 5) + s(2, -1, 1)$$

א. חשב את נפח הפירמידה S ABCD (ערך מספרי).

ב. המישור π חותך את הצירים בנקודות K, L, M.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה S ABCD לבין נפח הפירמידה OKLM

(O – ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה S ABCD חותך את כל המישורים שעליהם

מונחות פאות הפירמידה OKLM? נמק.

$$3. \quad 2z^2 - (m-2)z - \frac{1}{8}i = 0 \quad \text{נתונה המשוואה}$$

z – מספר מרוכב, m – פרמטר מרוכב.

א. z_1 ו- z_2 הם פתרונות המשוואה הנתונה.

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = -4 \quad \text{מצא עבור איזה ערך של } m \text{ מתקיים}$$

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של m יש למשוואה הנתונה פתרון יחיד.

הראה כי פתרונות המשוואה הנתונה עבור כל הערכים של m שמצאת

בת-סעיף ב (1):

(2) נמצאים על ישר אחד העובר בראשית הצירים.

(3) נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 נקודות)¹

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$. a הוא פרמטר.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. מצא עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ שתי נקודות קיצון.
- ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x . המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

- ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
- ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. לפניך סקיצה של

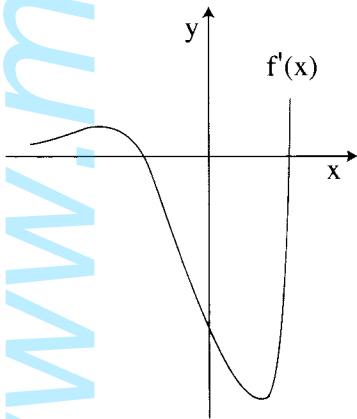
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

מצא את השטח המוגבל

על ידי הגרף של $f'(x)$,

על ידי הישר $x = -5$, על ידי ציר ה- y

ועל ידי ציר ה- x .



5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_b(ax)$ בתחום $1 \leq x \leq 2$, $a > 0$, $0 < b < 1$.

בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4,

והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2.

מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a\left(\frac{3x - x^2}{\tan x}\right)$ בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$,

$0 < a < 1$.

מצא את שיעורי הישר x של נקודות הקיצון של $f(x)$ בתחום הנתון (אם יש כאלה),

וקבע את סוגו.

שים לב: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד הרינוך