

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. המרחק בין עיר א לעיר ב הוא 54 ק"מ.

שתי רוכבות אופניים, דנה והילה, יצאו זו לקראת זו באותו הזמן.

דנה יצאה מעיר א ורכבה לכיוון עיר ב, והילה יצאה מעיר ב ורכבה לכיוון עיר א. כל אחת מהן רכבה במהירות קבועה.

שעה לאחר שדנה והילה יצאו לדרך, הן נפגשו. לאחר הפגישה המשיכה הילה ברכיבתה לכיוון עיר א באותה המהירות

שבה רכבה קודם, ודנה עצרה למשך שעה וחצי ואז המשיכה ברכיבתה לכיוון עיר ב באותה המהירות שבה רכבה קודם.

דנה הגיעה לעיר ב בדיוק באותו הזמן שהילה הגיעה לעיר א.

א. מצא את מהירות הרכיבה של דנה ואת מהירות הרכיבה של הילה.

ב. מהו היחס בין המרחק שעברה דנה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר ב ובין המרחק שעברה הילה מרגע הפגישה

ועד שהגיעה לעיר א?

2. הנקודה $A(1, 8)$ נמצאת על מעגל שמרכזו $M(3, 5)$.

א. מצא את משוואת המעגל.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל (ראה ציור).

ב. מצא את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על המעגל.

שיעור ה־y שלה הוא 2 ושיעור ה־x שלה גדול מ־3.

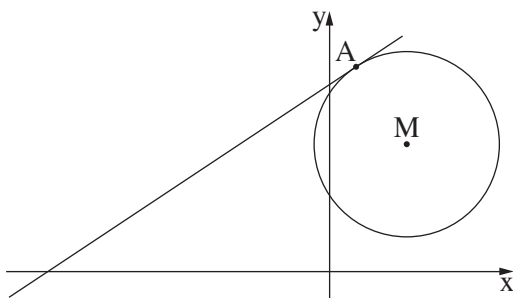
ג. (1) מצא את שיעור ה־x של הנקודה B.

(2) האם AB הוא קוטר במעגל? נמק.

הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה־x וחותך את המשיק בנקודה C.

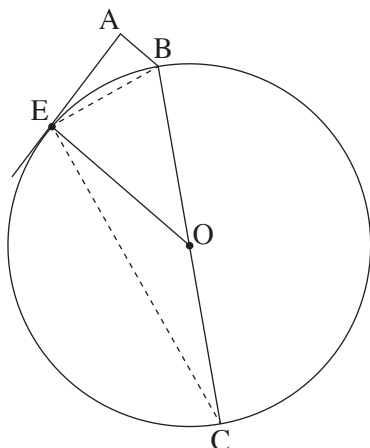
הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש CAB.

ד. חשב את שטח המשולש EAC.



3. מנחם ניגש למבחן נהיגה כדי לקבל רישיון נהיגה.
ההסתברות שמנחם לא יעבור מבחן נהיגה אחד היא קבועה, וגדולה פי 4 מן ההסתברות שהוא יעבור אותו.
- א. מהי ההסתברות שמנחם יעבור מבחן נהיגה אחד?
בכל פעם שמנחם לא עובר את המבחן, הוא ניגש למבחן נוסף, עד שהוא מצליח לעבור את מבחן הנהיגה.
ידוע שמנחם קיבל רישיון נהיגה.
- ב. (1) מהי ההסתברות שמנחם ניגש לשני מבחנים לכל היותר?
(2) מהי ההסתברות שמנחם ניגש למבחן שני, אם ידוע שהוא ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

דרך הנקודה E, הנמצאת על המעגל, העבירו משיק למעגל.

הנקודה A היא נקודה על המשיק כך ש- $AB \parallel EO$ (ראה ציור).

א. הוכח: $\angle EAB = 90^\circ$.

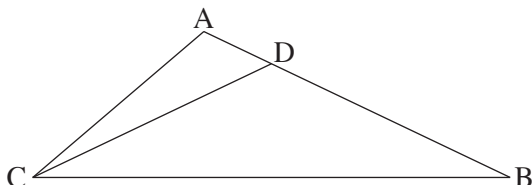
ב. הוכח: $\triangle EAB \sim \triangle CEB$.

ג. הוכח: $EB^2 = AB \cdot CB$.

נתון: $\frac{CB}{EB} = 3$.

ד. חשב את היחס בין שטח המשולש EBO

ובין שטח המשולש EAB $\left(\frac{S_{\triangle EBO}}{S_{\triangle EAB}} \right)$.



5. הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC

כך ש- $AD = \frac{1}{3}AC$ (ראה ציור).

נתון: $\angle ACD = 15^\circ$,

הזווית ADC היא זווית חדה.

א. חשב את גודל הזווית ADC.

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ($CD = DB$) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה P היא אמצע הקטע CD.

ג. חשב את אורך הקטע PB.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$. b הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מהו ערכו של הפרמטר b ?

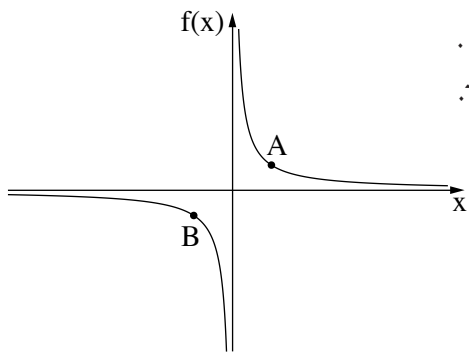
הצב את הערך של b שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בציור שלפניך.

$$x_A = t \quad \text{ו} \quad x_B = -t$$

א. הבע באמצעות t את AB^2 .

ב. (1) בעבור איזה ערך של t הגודל AB^2 הוא מינימלי?

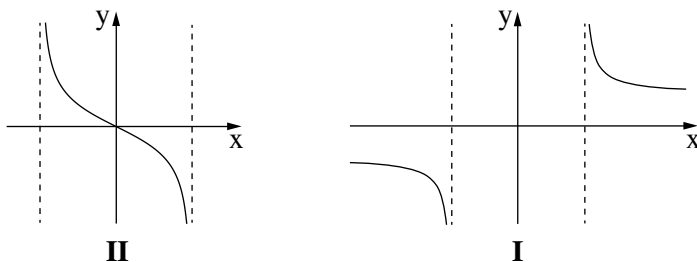
(2) הסתמך על תת-סעיף ב(1) וקבע בעבור איזה ערך של t

אורך הקטע AB הוא מינימלי. נמק.

8. לפניך סרטוטים של שני גרפים, I ו-II. כל אחד מן הגרפים מתאר גרף נגזרת של פונקציה אחרת.

גרף I אינו חותך את הצירים כלל; נקודת החיתוך היחידה של גרף II עם הצירים היא הנקודה $(0, 0)$.

לכל אחד משני הגרפים יש אסימפטוטות אנכיות שמשוואותיהן הן $x = \pm 2$.



א. הסתמך על הגרפים I ו-II ובעבור כל אחד מהם מְצֵא מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה שאת הנגזרת

שלה הוא מתאר.

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$. כל אחד מן הגרפים I ו-II מתאר את

פונקציית הנגזרת של אחת מן הפונקציות האלה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(2) התאם בין פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ו- $g'(x)$ ובין הגרפים I ו-II. נמק.

ענה על סעיף ג בעבור כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

בהצלחה!