

# חקירת פונקציה טריגונומטרית 5 יחידות

כיתה יא 5 יחידות

כותבי השאלות: חננאל כהן, דניאל וונג, לי אשר  
עודן 23/6/21

עורך: עובד לב ארי

- (1) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\cos x}{\cos ax + 1}$ ,  $a$  הוא פרמטר טבעי.  
ידוע כי גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך הנקודה  $(\frac{3\pi}{2a}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ .  
א. מצא את  $a$ .

הצב את ערך ה-  $a$  שמצאת בפונקציה  $f(x)$  וענה על סעיפים ב-ד. בעבור התחום

$$0 \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$$

- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
(2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטות אנכיות? נמק את תשובתך.  
(3) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.  
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. הסבר מדוע השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  והישר  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

קטן מ-  $\frac{\pi}{2}$ .

**כתב: חננאל כהן**

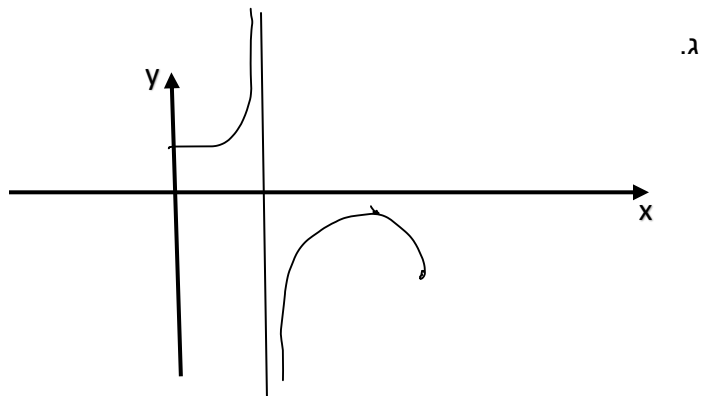
תשובות:

א.  $a = 2$ .

ב. (1) ת.ה.  $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{5\pi}{4}$  אפשר גם  $x \neq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$ .

ב. (2) כן.  $x = \frac{\pi}{2}$ .

ב. (3) מינימום  $(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ , מקסימום  $(\pi, -\frac{1}{2})$ , מינימום  $(0, \frac{1}{2})$ .



עורך: עובד לב ארי

- (2) נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin^2(x) - \sin(x)$  המוגדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .  
ענה על סעיפים א-ג בעבור התחום הנתון:
- (א) (1) האם הפונקציה זוגית, אי זוגית או אף לא אחת מהן? נמק.  
(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
(ב) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $F(x)$  שהיא הפונקציה הקדומה של  $f(x)$ . ידוע כי בתחום הנתון גרף הפונקציה  $F(x)$  חותך את ציר ה-X בחלקו השלילי בלבד.

- (ג) (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $F(x)$  אם ידוע כי  $F(-\pi) < 0$ .  
(2) קבע כמה ישרים שמקבילים לציר ה-X משיקים לגרף הפונקציה  $F(x)$  בתחום הנתון. נמק את קביעתך.  
(3) מהם שיעורי ה-X של הנקודות שהישר המשיק דרכן לפונקציה  $F(x)$  שיפועו מינימלי?  
(4) מהו שיעור ה-X של הנקודה שהישר המשיק דרכה לפונקציה  $F(x)$  שיפועו מקסימלי?

כתב: חננאל כהן

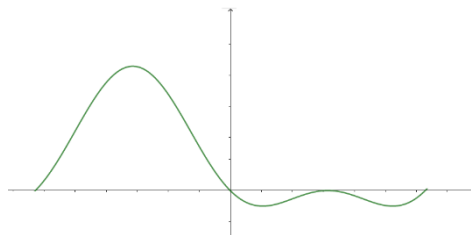
תשובות:

(א) (1) לא זוגית ולא אי זוגית.

$$(2) (-\pi, 0), (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), (\pi, 0)$$

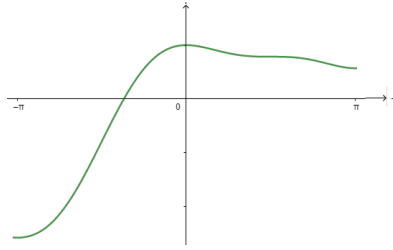
$$(3) \left(\frac{-\pi}{2}, 2\right) \text{ מקסימום, } (-\pi, 0) \text{ מינימום}$$

$$(\pi, 0) \text{ מקסימום, } \left(\frac{5\pi}{6}, -\frac{1}{4}\right) \text{ מינימום, } \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \text{ מקסימום, } \left(\frac{\pi}{6}, -\frac{1}{4}\right) \text{ מינימום,}$$



(ב)

עורך: עובד לב ארי



(1)ג

(2)ג 4 ישרים. (3)ג  $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$  (4)ג  $x = -\frac{\pi}{2}$

עורך: עובד לב ארי

(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = 1 - 8\sin^2 x \cdot \cos^2 x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

עבור התחום הנתון ענה על סעיפים א'-ד':

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. (1) נתונה הפונקציה  $g(x) = \cos 4x$ .  
הראה כי  $g(x) = f(x)$ .

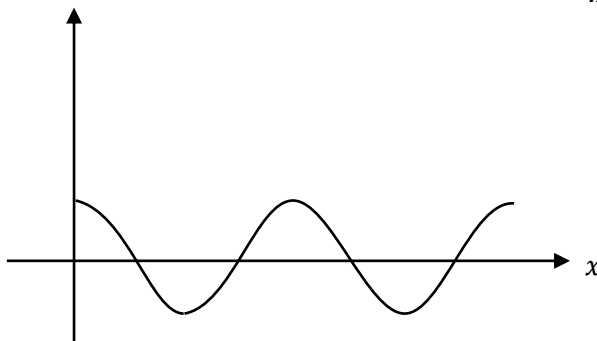
(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $g(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

**כתב: דניאל וונג**

תשובות:

- א.  $(0; 1), (\frac{\pi}{8}; 0), (\frac{3\pi}{8}; 0), (\frac{5\pi}{8}; 0), (\frac{7\pi}{8}; 0), (\pi; 1)$ .
- ב.  $(0; 1)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{4}; -1)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{2}; 1)$  מקסימום,  $(\frac{3\pi}{4}; -1)$  מינימום,
- ג.  $(\pi; 1)$  מקסימום.



ד. (2) יח"ר  $\frac{1}{2}$ .

עורך: עובד לב ארי

4 נתונה הפונקציה  $f(x) = a \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ , הוא פרמטר  $a$ , בתחום  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = 1 - \cos^2 2x$ , נתון כי  $f(x) = g(x)$ .

א. מצא את הפרמטר  $a$ .

עבור התחום הנתון ענה על סעיפים ב'-ה':

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. ענה על תת הסעיפים הבאים לגבי הפונקציה הנגזרת הראשונה  $f'(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ .

(1) מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות.

(3) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה הנגזרת הראשונה  $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

**כתב: דניאל וונג**

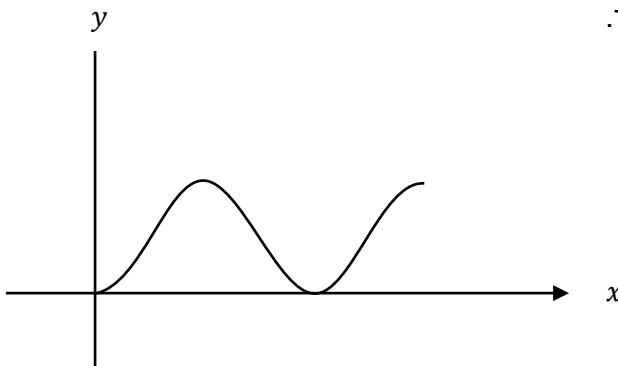
תשובות:

א.  $a = 4$ .

ב.  $(0; 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}; 0)$ .

ג.  $(0; 0)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{4}; 1)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{2}; 0)$  מינימום,  $(\frac{3\pi}{4}; 1)$  מקסימום.

ד.



ה. (1)  $(0; 0)$ ,  $(\frac{\pi}{4}; 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}; 0)$ ,  $(\frac{3\pi}{4}; 0)$ .

(2) תחומי חיוביות:  $0 < x < \frac{\pi}{4}$  או  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ . תחומי שליליות:  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ .

(3) 2 יח"ר.

עורך: עובד לב ארי

5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x^2 + \cos 2x$  בתחום  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

א. סמן את הטענה הנכונה:

(i).  $f(x) > 0$  לכל  $x$  בתחום.

(ii).  $f(x) > 0$  רק בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

(iii). לא ניתן לקבוע על סמך הנתונים מתי מתקיים  $f(x) > 0$ .

ב. הוכח כי הפונקציה זוגית.

ג. הוכח כי נגזרת הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

ד. האם הנקודה  $(0,1)$  היא נקודת מינימום של הפונקציה? נמק.

ה. (1). שרטט סקיצה של  $f(x)$  ו-  $f'(x)$  בתחום  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  באותו הגרף.

(2). חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , גרף הפונקציה  $f'(x)$

והישרים

$$x = 0 \text{ ו- } x = -\frac{\pi}{4}.$$

**כתב : לי אשר**

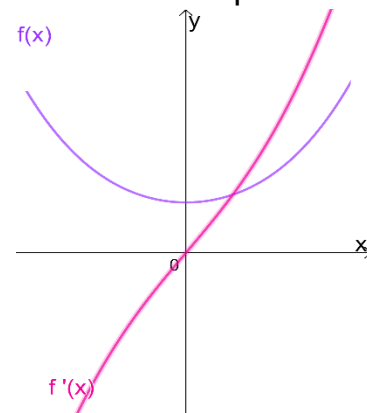
**תשובות :**

א. טענה (i).

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

ד. כן.



עורך: עובד לב ארי